

# Übungen zur Astroteilchenphysik 1

Wintersemester 2010/2011

Dr. B. Majorovits /  
Dr. J.-C. Lanfranchi

Blatt 2

10.11.2010

---

## Aufgabe 1: Friedmann-Gleichungen und Alter des Universums

Aus klassischen Betrachtungen lässt sich die *erste Friedmann-Gleichung*

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{k}{R^2} = \frac{8\pi G}{3} \cdot \rho \quad (1)$$

herleiten.

- Diskutieren Sie das Verhalten des Systems für die drei möglichen Fälle  $k < 0$ ,  $k > 0$  und  $k = 0$ . Welcher Zusammenhang besteht zwischen Gleichung (1) im Fall  $k = 0$  und dem Hubble-Gesetz?
- Verwenden Sie den ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$dE = \delta Q + \delta W \quad (2)$$

um zu zeigen, dass für ein mitbewegtes, thermisch abgeschlossenes Volumenelement die sog. *Fluidgleichung* gilt:

$$-3 \cdot \frac{\dot{R}}{R} = \frac{\dot{\rho}}{p + \rho} \quad (3)$$

- Leiten Sie aus den Gleichungen (1) und (3) eine Gleichung für  $\ddot{R}/R$  her, in der  $\dot{\rho}$  nicht mehr vorkommt. Dies ist dann die *zweite Friedmann-Gleichung*.
- Zeigen Sie aus den Überlegungen zu Teil a), dass für ein flaches materiedominiertes Universum

$$\frac{\dot{R}}{R} = H_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{R_0}{R}\right)^3} \quad (4)$$

gilt. Tipp: Die Dichte von Materie skaliert wie das Volumen, also  $\rho R^3 = \rho_0 R_0^3$ .

- Berechnen Sie daraus das heutige Alter des Universums im materiedominierten Fall!

## Aufgabe 2: Kosmischer Mikrowellenhintergrund (CMB)

Die kosmische Hintergrundstrahlung entstand aus der Entkopplung der Photonen aus dem Urknall von der Materie.

- a) Erklären Sie die Ursache dieser Entkopplung. Welche Prozesse konnten vor der Entkopplung noch stattfinden, danach aber nicht mehr?
- b) Welche Temperatur hatte der CMB zum Zeitpunkt der Entkopplung? Welche Temperatur hat er heute? Berechnen Sie daraus auch den Rotverschiebungsfaktor  $z$ , den der CMB heute hat.
- c) Die Hintergrundstrahlung hat heutzutage ein (fast) perfektes Schwarzkörperspektrum. Zeigen Sie, dass solch ein Boltzmannspektrum auch nach einer Rotverschiebung der Strahlung ein Boltzmannspektrum bleibt.

### Übungstermin:

Montag, 15.11.2010, 16 Uhr, Seminarraum E15