Lösungen zur Experimentalphysik III

Wintersemester 2008/2009

Prof. Dr. L. Oberauer | Blatt 5 | 17.11.08

Aufgabe 1:

Wir betrachten Gegenstände, die weit von uns entfernt sind, g $\gg$ b. Ohne Fernrohr ergibt sich damit:

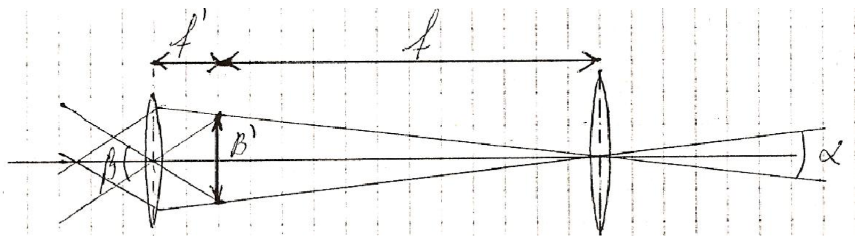
$$\frac{B}{b} = \frac{G}{g}$$

$$B = \frac{b}{g}G = \frac{f_{Auge}}{g}G$$

Sei nun Φ die Strahlungsleistung und $\frac{\Phi}{F}$ die Strahlungsleistung pro Flächeneinheit (Beleuchtungsstärke). Die Quelle emittiert eine bestimmte Leistung isotrop in den Raum, wovon das Auge einen gewissen Bruchteil proportional zur Pupillengröße aufnimmt. Diese Leistung wird auf die Fläche des Bildes im Auge verteilt:

$$\frac{\Phi}{F} \sim \frac{\pi d^2}{4\pi g^2}\frac{1}{\pi B^2} = \frac{d^2}{4\pi G^2 f_{Auge}^2}$$

Mit Fernrohr sieht das Ganze folgendermaßen aus: B sei nun die Bildgröße im Auge. Es



ergibt sich aus $\frac{B}{2} = f_{Auge} tan(\frac{\beta}{2})$ mit der Kleinwinkelnäherung, dass:

$$B = f_{Auge} \cdot \beta$$

Des weiteren gibt es drei geometrische Beziehungen, die wir einfach aus der Abbildung mit Hilfe der Kleinwinkelnäherung lesen können:

$$\beta = \frac{B'}{f'}$$

$$B' = f \cdot tan\alpha$$

$$tan\alpha = \frac{G}{g}$$

Aus diesen Beziehungen folgt direkt:

$$\beta = \frac{f}{f^{\prime}}\frac{G}{g} = v\frac{G}{g}$$

$$B = f_{Auge}v\frac{G}{g} \tag{1}$$

Mit einem Objektivdurchmesser D und der Vergrößerung v ergibt sich die Strahlungsleistung pro Fläche für den Fall mit Fernrohr:

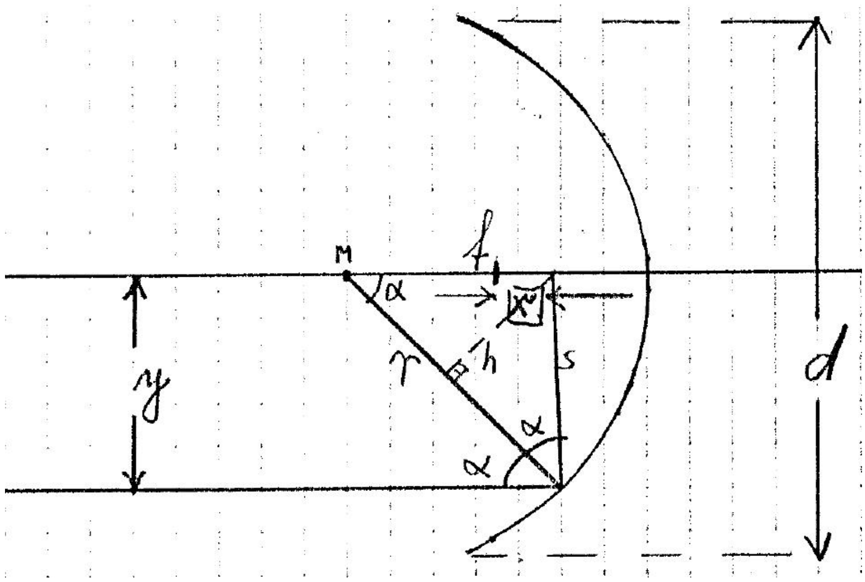
$$\frac{\Phi}{F} \sim \frac{D^2}{4\pi G^2 f_{Auge}^2 v^2}$$

Und für das Verhältnis der Beleuchtungsstärken erhalten wir:

$$\frac{Beleuchtung\, mit\, FR}{Beleuchtung\, ohne\, FR} = \frac{D^2}{v^2 d^2}$$

Fernrohre mit starker Vergrößerung benötigen große Objektive, was aber wieder technische Probleme und Linsenfehler (chromatische Aberration) mit sich bringt. Spiegelteleskope bieten hierfür eine Lösung.

Aufgabe 2:



Aus der Figur erkennt man, dass $\cos\alpha = \frac{r}{2s}$

Benutzt man, dass für einen sphärischen Spiegel die Brennweite f gegeben ist durch $f = \frac{r}{2}$, folgt direkt:

$$x = s - f = s - \frac{r}{2} = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{cos\alpha} - 1\right) \tag{2}$$

Für $\alpha \rightarrow 0$ folgt auch x $\rightarrow 0$.

b) x steigt mit wachsendem α und ist somit begrenzt durch den Spiegeldurchmesser:

$$\begin{aligned} \alpha_{max} &= arcsin(\frac{d}{2r}) \approx 19.5° \\ \Rightarrow x_{max} &= 1.83cm \end{aligned}$$

c) Sei Φ die Strahlungsleistung. Diese ist prportional zu πy^2. Auf einen Punkt auf der optischen Achse wird die Strahlungsleistung auf einem Zylindermantel $d\Phi = 2\pi y dy$ fokussiert. Dieses $d\Phi$ können wir nun in Abhängigkeit von x schreiben:

$$y = r \cdot sin\alpha \qquad \rightarrow \quad dy = r \cdot cos\alpha d\alpha$$

$$\frac{dx}{d\alpha} = \frac{r}{2}\frac{sin\alpha}{cos^2\alpha} \qquad \rightarrow \quad d\alpha = \frac{2cos^2\alpha}{r \cdot sin\alpha}dx$$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi}{dx} = 4\pi r \cdot cos^3\alpha = 4\pi r \left(\frac{r}{2x+r}\right)^3$$

Hiermit sieht man, dass die Strahlungsleistung, die auf ein Intervall dx fällt, am Ort x = 0 (also am Brennpunkt) am größten ist.

Aufgabe 3:

a) Die Brille für Kurzsichtige (Zerstreuungslinse) entwirft von einem Gegenstand im Unendlichen ein virtuelles Bild in der Entfernung s_{max}, in der ein Kurzsichtiger gerade noch scharf sehen kann (entspanntes Auge):

$$D = -2 \Rightarrow f = -0.5m$$

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \rightarrow b = f$$

Die Bildweite entspricht genau der Brennweite der Linse, also 50 cm.

b) Die Brille muss ein 40 cm entferntes Bild von einem 20 cm entfernten Gegenstand erzeugen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \qquad \text{mit g = 20 cm und b = -40 cm folgt:} \\ f &= 40cm \\ D &= 2.5 \end{aligned}$$

Für g $\rightarrow$ f erzeugt die Brille ein unendlich entferntes Bild. s_{max} beträgt also 40 cm. Liegt der Gegenstand weiter als der Brennpunkt der Linse entfernt, so entsteht ein reeles Zwischenbild durch die Linse hinter dem Auge, welches nicht mehr scharf abgebildet werden kann.