Lösungen zur Experimentalphysik III

Wintersemester 2008/2009

Prof. Dr. L. Oberauer | Blatt 7 | 01.12.08

Aufgabe 1:

a) Um einigen Fragen gleich zuvorzukommen: Es werden nicht 10 Maxima gleichzeitig betrachtet, nachdem man den Spiegel verschoben hat. Es werden natürlich während des Verschiebens des Spiegels Interferenzmaxima auftreten. Wir betrachten hier einen divergenzfreien Strahl, so dass nur ein Punkt auf dem Schirm überhaupt beleuchtet wird, in dem eben abwechselnd Minima und Maxima erscheinen, während man die Weglängendifferenz der Lichtstrahlen ändert. Mehrere Maxima nebeneinander können in realen Experimenten (Praktikumsversuch) auftreten, da die Lichtquelle eben nicht divergenzfrei ist, sondern immer einen gewissen Öffnungswinkel produziert, welcher zu einer räumlichen Ausdehnung des Interferenzbildes führt. Nun aber zur Aufgabe:

Die zusätzliche Weglänge, die der Strahl nach der Verschiebung durchlaufen hat, ist:

$$\Delta = 2d = 10\lambda$$

Damit ergibt sich eine Wellenlänge von 450 nm.

b) Nun wird der Spiegel nicht mehr verschoben. Anfangs ist eine evakuierte Zelle im Strahlweg, die einen optischen Weg von $2\mathrm{L}n_{vac} = 2\mathrm{L}$ darstellt. Füllt man die Zelle mit CO_2, so ändert sich der Brechungsindex in der Zelle und somit der optische Weg. Nach Aufgabenstellung werden 200 Maxima durchlaufen, weswegen der zusätzliche Wegunterschied wie folgt ist:

$$\Delta = 2L(n_{CO_2} - 1) = 200\lambda$$

Mit den angegebenen Zahlenwerten folgt $n_{CO_2} = 1.00045$

c) Verschieben wir nun wieder den Spiegel. Anfangs schieben wir den Spiegel so in Position, dass wir eine konstruktive Interferenz erreichen (sowohl λ als auch λ' interferieren konstruktiv). Nun verschieben wir den Spiegel um d und erhalten erst wieder ein Maximum, wenn sowohl die Wellenlänge λ, als auch λ' wieder ein Maximum am Schirm haben.

Nehmen wir an, dass $\lambda > \lambda'$, so hat λ' genau eine Wellenlänge mehr durchlaufen [1]:

$$\Delta = 2d = N\lambda = (N+1)\lambda' \tag{1}$$

Mit dem angegebenen Wert für d können wir aus (1) berechnen, wieviele Wellenzüge durchlaufen wurden:

$$N = \frac{2d}{\lambda} = 400$$

Nun können wir die Wellenlängendifferenz berechnen, indem wir Glg. (1) nochmals verwenden:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda' \overset{(1)}{=} \frac{2d}{N} - \frac{2d}{N+1} = 1.122\,nm$$

d) Die Auflösung eines Gitterspektrographen mit M Strichen ist:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kM$$

wobei k = 1 für die erste Ordnung. Wir erhalten M = 400.

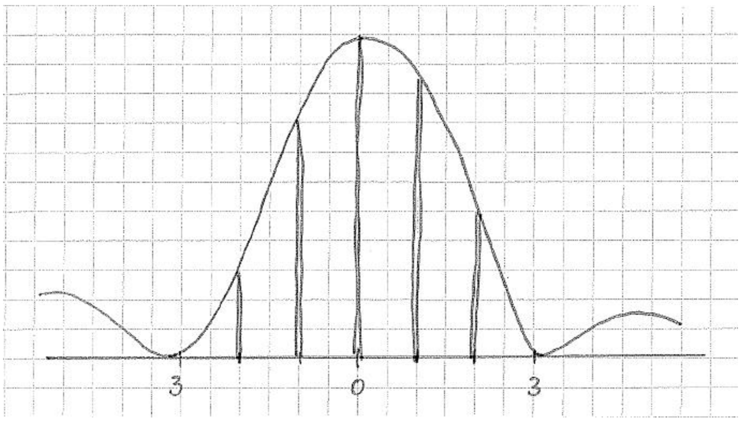
[1] Im Allgemeinen ist dies nicht so, liegen die Wellenlängen aber sehr nah beieinander, so wird die Bedingung für ein Maximum genau nach einer Verschiebung von nur einer Wellenlänge wieder erfüllt sein. Ein Fall, in dem dies nicht zutrifft, wäre zum Beispiel, wenn $\lambda = \frac{2}{3}\lambda'$ wäre. Hier würde es 2 Wellenlängen benötigen, bis beide wieder ein Maximum aufweisen.

Aufgabe 2:

Als Bild ergibt sich ein durch das Beugungsbild des Einzelspaltes moduliertes Interferenzbild des gesamten Gitters. In unserem Falle fällt der Winkel des 3. Interferenzmaximums genau mit dem Winkel des ersten Beugungsminimums zusammen:

$$\left.\begin{array}{lrcl} \text{3. Maximum:} & d sin\vartheta & = & 3\lambda \\ \text{1. Minimum:} & b sin\vartheta & = & \lambda \end{array}\right\} \quad \frac{d}{b} = 3 \tag{2}$$

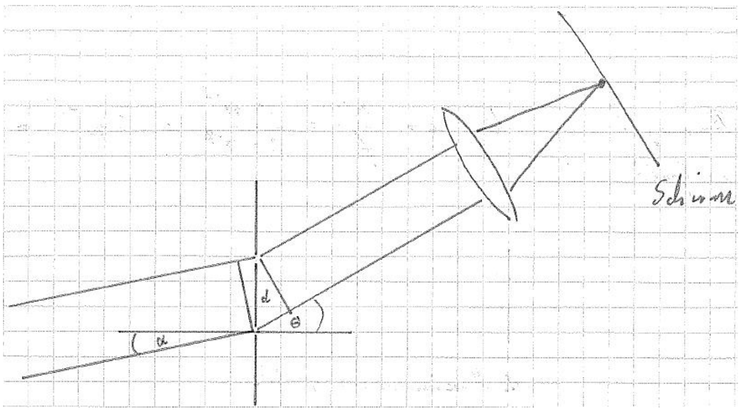
Wie in der Zeichnung deutlicher gemacht, ergibt sich durch das Beugungsminimum eine Einhüllende für das Interferenzbild.



Aufgabe 3:

Hier ergeben sich zwei Lösungen, die zum Ziel führen:

3.1) Betrachten wir das Gitter, auf das Licht unter einem Winkel α einfällt:
Die Bedingung für ein Maximum ergibt sich hierbei zu:



$$\Delta = dsin\Theta_{max} - d\sin\alpha = k\lambda$$
$$\Rightarrow dsin\Theta_{max} = k\lambda + dsin\alpha \tag{3}$$

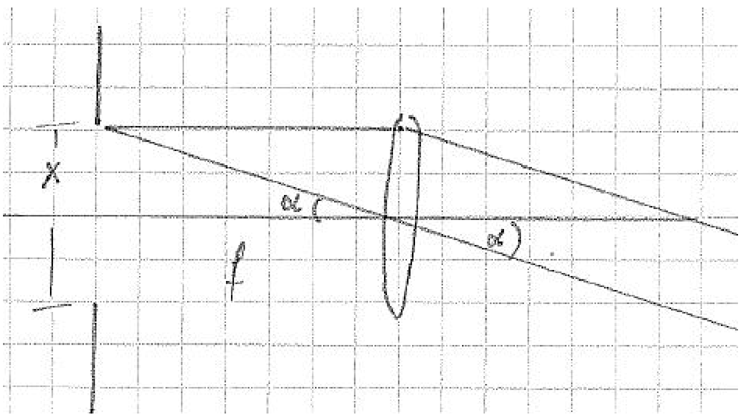
Hingegen ist die Bedingung für ein Minimum:

$$dsin\Theta_{min} = k\lambda + \frac{\lambda}{N} \tag{4}$$

wobei N die Anzahl der Striche des Gitters ist.
Das Auflösungsvermögen des Gitters wird durch den Spalt, dessen Breite x den Winkel α vorgibt, nicht beeinflusst, solange der Winkel für das Minimum weit genug weg ist vom Winkel für das Maximum. Dadurch folgt aus dem Vergleich von (3) und (4):

$$dsin\alpha \ll \frac{\lambda}{N} \tag{5}$$

Betrachten wir die Geometrie am Spalt und der Linse, so erhalten wir für den maximalen Winkel α in Abhängigkeit von der Spaltgröße:



$$tan\alpha (= sin\alpha) = \frac{x}{2f} =$$

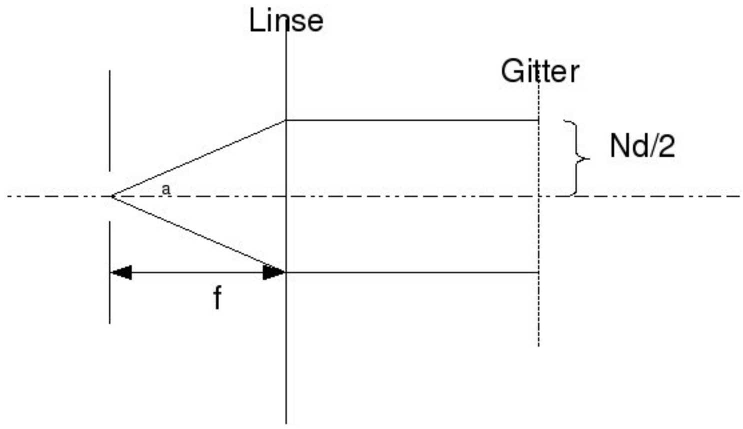
Setzt man das in (5) ein, so erhalten wir:

$$d\frac{x}{2f} \ll \frac{\lambda}{N}$$
$$x \ll \frac{2f\lambda}{Nd} = 20\mu m$$

3.2) Die zweite Möglichkeit ist es, anzusetzen, dass das erste Beugungsminimum des Spaltes weit weg vom Rand des Gitters ist. Damit wird sichergestellt, dass das Beugungsbild des Spaltes das Auflösungsvermögen des Gitters nicht beeinträchtigt. Diese Bedingung modifiziert die Formel für das erste Beugungsminimum:

$$x sin\alpha \ll \lambda$$

Ersetzt man sin durch tan erhält man direkt:



$$\begin{aligned} x tan\alpha &\ll \lambda \\ x\frac{Nd}{2f} &\ll \lambda \\ x &\ll \frac{2f\lambda}{Nd} = 20\mu m \end{aligned}$$