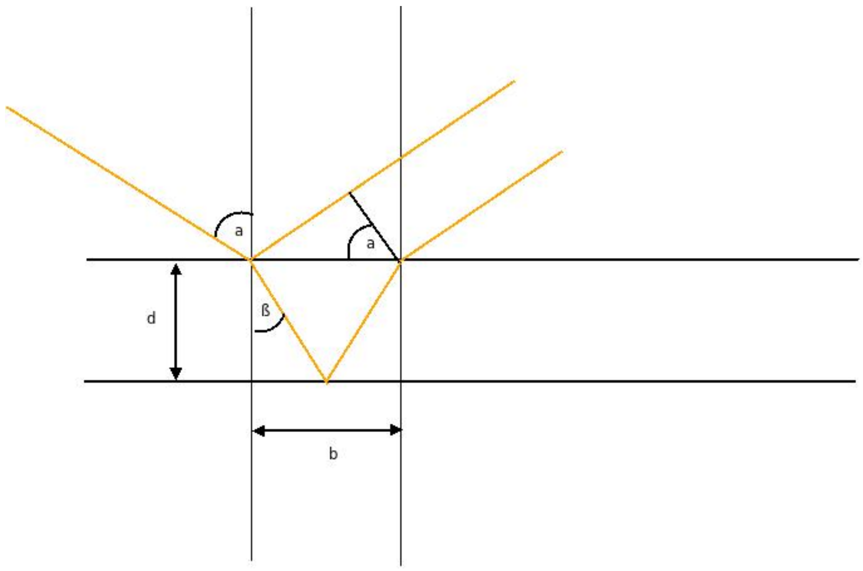
Lösungen zur Experimentalphysik III

Wintersemester 2008/2009

Prof. Dr. L. Oberauer | Blatt 8 | 08.12.08

Aufgabe 1:

Das Licht falle von links her unter dem Winkel α auf die Seifenblasenoberfläche.



Wir betrachten den optischen Wegunterschied zwischen dem Strahl, der direkt an der Oberfläche der Seifenblase reflektiert wird und demjenigen, der erst in die dünne Seifenblasenschicht eintritt und an der inneren Grenzschicht reflektiert wird. Es handelt sich hierbei um einen Oberflächeneffekt der Seifenblase.
Seien Δ_1 und Δ_2 die Wege der Strahlen 1 und 2:

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= b\, sin\alpha + \frac{\lambda}{2} \\
&= 2d\, tan\beta \cdot sin\alpha + \frac{\lambda}{2} \\
\Delta_2 &= \frac{2nd}{cos\beta}
\end{aligned}$$

Wobei der zusätzliche Term $\frac{\lambda}{2}$ aus dem Phasensprung von π am dichteren Medium stammt und der Faktor n in Δ_2 daher kommt, dass man sich ja im optischen Medium bewegt. Der Wegunterschied Δ ist also:

$$\begin{aligned}
\Delta &= \frac{2nd}{cos\beta} - 2d\frac{sin\beta}{cos\beta}\sin\alpha - \frac{\lambda}{2} \\
&\overset{Snellius}{=} \frac{2nd}{cos\beta} - \frac{2nd\,sin^2\beta}{cos\beta} - \frac{\lambda}{2} \\
&= \frac{2nd}{cos\beta}\left(1 - sin^2\beta\right) - \frac{\lambda}{2} \\
&= 2nd\,cos\beta - \frac{\lambda}{2}
\end{aligned}$$

Für positive Interferenz muss gelten, dass $\Delta = k\lambda$ (mit k = 0,1,2...). Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
2nd\,cos\beta &= \frac{\lambda}{2}(2k+1) \\
\Rightarrow \lambda_{max}(k=0) &= 4nd\,cos\beta \\
\text{und mit} \quad cos\beta &\overset{Snellius}{=} \sqrt{1 - \frac{sin^2\alpha}{n^2}}
\end{aligned} \tag{1}$$

folgt wegen $\alpha = 45°$ und $\lambda_{max} = 0.6\,\mu$m:

$$d = 0.13\mu m$$

Aufgabe 2:

Die Beziehung zwischen kinetischer Energie und der de-Broglie Wellenlänge ist im nicht-relativistischen Fall:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \sqrt{2mE_{kin}}$$

Es folgt $\lambda = 1.8 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$. (Übrigens bedeutet dies bei diesen thermischen Neutronen eine Geschwindigkeit von 2187 $\frac{m}{s}$!) Die Minima bei der Interferenz am Doppelspalt ergeben sich mit der Kleinwinkelnäherung aus (d = Abstand der Spalte, x = Position der Minima, l = Abstand Gitter - Schirm, k = Ordnung):

$$\begin{aligned} d\,sin\alpha &= \frac{\lambda}{2}(2k+1) \\ d\,tan\alpha &= \frac{\lambda}{2}(2k+1) \\ d\frac{x}{l} &= \frac{\lambda}{2}(2k+1) \\ x &= \frac{l\lambda}{2d}(2k+1) \end{aligned}$$

Der Abstand zweier beachbarter Minima (Ordnung k und k+1) ergibt sich somit zu:

$$\Delta x = \frac{l\lambda}{d} = 36\,\mu m$$

Zusatz)
Da viele von euch vermutlich noch nicht viel von relativistischen Teilchen gehört haben, hier nur eine kurze Zusammenfassung über die allgemeine Energie-Impuls-Beziehung:

Im Folgenden sind:

E: Gesamtenergie

E_0: Ruheenergie = $m_0 \cdot c^2$

E_{kin}: Kinetische Energie

m_0: Ruhemasse

m: relativistische Masse

p: Impuls

Die allgemeine Energie-Impuls-Beziehung lautet:

$$E = E_{kin} + E_0 = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} = mc^2$$

Hieraus erhalten wir durch einfache Umformungen:

$$\begin{aligned}
E^2 &= p^2c^2 + m_0^2c^4 \\
p^2 &= \frac{E^2 - m_0^2c^4}{c^2} \\
\overset{E=E_{kin}+E_0}{\Rightarrow} \quad p^2 &= \frac{E_{kin}^2}{c^2} + \frac{2E_{kin}E_0}{c^2} + \frac{E_0^2}{c^2} - m_0^2c^2 \\
\overset{E_0=m_0c^2}{\Rightarrow} \quad p^2 &= \frac{E_{kin}^2}{c^2} + \frac{2E_{kin}m_0c^2}{c^2} + \frac{m_0^2c^4}{c^2} - m_0^2c^2 \\
p^2 &= \frac{E_{kin}^2}{c^2} + 2m_0E_{kin}
\end{aligned}$$

Im <u>ultrarelativistischen</u> Fall, in dem die kinetische Energie der Teilchen so groß ist, dass man die Ruhemasse vernachlässigen kann, vereinfacht sich der Ausdruck zu:

$$p = \frac{E}{c}$$

da man die kinetische Energie durch die Gesamtenergie ersetzen kann ($\mathrm{E} = \mathrm{E}_{kin} + \mathrm{E}_0 \approx \mathrm{E}_{kin}$). Teilchen mit Energien, die einem Vielfachen der Ruhemasse entsprechen, und ruhemasse-lose Teilchen (Photonen), können also mit dieser Gleichung beschrieben werden.

Im <u>nichtrelativistischen</u> Fall (der in der Aufgabenstellung gegeben war) ist die Ruhemasse deutlich größer als die kinetische Energie und man kann den ersten Term E_{kin}^2 getrost gegenüber dem zweiten Term vernachlässigen und es bleibt:

$$p^2 = 2m_0E_{kin}$$

Dies ist ja auch genau die klassische Energie-Impuls-Beziehung, wie sie aus $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ und $p = mv$ folgt.

Um diese vereinfachten Ausdrücke verwenden zu können, muss man natürlich eine Ahnung haben, welche Ruhemasse die Teilchen haben, mit denen man rechnet. Wichtig sind im Grunde erstmal besonders die vier Massen:

- $\mathrm{m}_{Photon} = 0$
- $\mathrm{m}_{Elektron}c^2 = 511\,\mathrm{keV}$
- $\mathrm{m}_{Proton}c^2 = 938.3\,\mathrm{MeV}$
- $\mathrm{m}_{Neutron}c^2 = 939.6\,\mathrm{MeV}$

Aufgabe 3:

a) Die Kohärenzlänge berechnet sich aus der Lichtgeschwindigkeit c und der Kohärenzzeit $\tau = \frac{1}{\Delta\nu}$:

$$\Delta s = c \cdot \tau = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda}{\frac{\Delta\nu}{\nu}} = 5500\,km$$

b) Bei einem angeregten Atomstrahl geht die Rechnung genauso und man erhält Δs = 550 cm.

c) Bei weißem Licht betrachten wir als Abschätzung Wellenlängen zwischen 400 nm und 800 nm. Dies führt zu $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{800nm-400nm}{600nm} = \frac{2}{3}$. Damit erhalten wir ein Δs = 900 nm, was also mit einer Wellenlänge vergleichbar ist.