Übungen zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. L. Oberauer

Wintersemester 2010/2011

Übungsblatt 2 - 1.November 2010

Franziska Konitzer (franziska.konitzer@tum.de)

Schwierigkeitsgrad:
★ - Routineaufgabe.
★★ - Geradlinige Aufgabe.
★★★ - Herausfordernde Aufgabe.

Aufgabe 1 (★)

Berechnen Sie die Fouriertransformierte $F(k)$ der Funktion

$$f(x) \;=\; e^{-|x|}.$$

Aufgabe 2 (★★)

Berechnen Sie die Fouriertransformierte $E(\omega)$ einer Gaußschen Funktion $E(t) \;=\; e^{(-\frac{t^2}{2\sigma^2})}$ und skizzieren Sie beide Funktionen für $\sigma \;=\; 2$. Welche Aussagen können Sie über die Eigenschaften der Fouriertransformierten machen? Welche Varianz und Halbwertsbreite haben die beiden Funktionen?

Hinweis: $\int_0^\infty e^{-at^2} \cos(xt)dt \;=\; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{-\frac{x^2}{4a}}$

Aufgabe 3 (★★)

Um die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit zu veranschaulichen, ist der einfache Fall zweier sich überlagender Wellen nützlich: Gegeben sind zwei Wellen ψ_1 und ψ_2 mit ähnlicher Wellenlänge:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \sin((k-\Delta k) - (\omega - \Delta\omega)t) \\ \psi_1 &= \sin((k+\Delta k) - (\omega + \Delta\omega)t) \end{aligned}$$

a) Zeigen Sie, dass die Welle $\psi \;=\; \psi_1 + \psi_2$ durch $\psi = 2\sin(kx - \omega t)\cos(\Delta kx - \Delta\omega t)$ gegeben ist.

b) Welcher Teil dieser Gleichung bestimmt die Grundschwingung, welcher die Wellenpakete?

c) Gegeben sei k = $12m^{-1}$, $\Delta k = 0,3m^{-1}$, $\omega = 5s^{-1}$, $\Delta\omega = 0,18s^{-1}$.Skizzieren Sie ψ_1, ψ_2, ψ für t = 0. Skizzieren Sie ψ für t = 5, 12, 18 s. (Benutzen Sie dafür Mathematica o.ä.) Bestimmen Sie die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit.

d) Besitzt die Welle $y \;=\; A\sin(\omega t)$ Phasen- und Gruppengeschwindigkeit?

Aufgabe 4 (★★★)

a) Zeigen Sie, dass die Gruppengeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen in einem Medium mit Brechungsindex n durch

$$v_g \; = \; \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$$

gegeben ist. c ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, ω ist die Winkelgeschwindigkeit der Wellen; der Brechungsindex ist gegeben durch $n \; = \; c\frac{k}{\omega}$.

b) Ein Pulsar ist ein schnell rotierender Neutronenstern, der sehr klare Pulse über einen großen Teil des Radiospektrums aussendet. Diese durchqueren geradlinig das interstellare Medium, bis sie die Erde erreichen. Beobachtungen zeigen, dass die Ankunftszeit eines Pulses bei 400 MHz um 700 ms verglichen mit einem Puls bei 1400 MHz verzögert ist. Diese Information kann man benutzen um die Entfernung des Pulsar zur Erde zu ermitteln.
Der Brechungsindex des interstellaren Mediums ist gegeben durch

$$n^2 \; = \; 1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m \omega^2}.$$

e und m sind die Ladung und Masse eines Elektrons, N ist die Elektronendichte: Von dieser ist bekannt, dass sie zwischen dem Pulsar und der Erde einen ungefähr konstanten Wert von $3 \times 10^4 m^{-3}$ hat.
Berechnen Sie die Entfernung der Erde zum Pulsar. Macht diese Antwort Sinn?