Übungen zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. L. Oberauer

Wintersemester 2010/2011

Übungsblatt 1 - 25.Oktober 2010

Musterlösung

Franziska Konitzer (franziska.konitzer@tum.de)

Aufgabe 1 (★)

Ausgehend von den Maxwell-Gleichungen im Vakuum, zeigen Sie dass die Wellengleichung für die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ gilt:

$$\Delta\vec{B} \;=\; \epsilon\epsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}.$$

Lösung:

Man verwendet die Identität

$$\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{B} \;=\; \vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{B}\right)-\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{B}$$

Aus den Maxwell-Gleichungen gilt, dass

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} \;=\; 0$$

und mit

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\vec{B} \;=\; \Delta\vec{B}$$

wird diese Identität zu:

$$-\Delta\vec{B} \;=\; \vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{B}.$$

Dann geht aus den Maxwell-Gleichungen hervor:

$$\Delta\vec{B} \;=\; -\vec{\nabla}\times\mu_0\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\Delta\vec{B} \;=\; -\mu_0\epsilon\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)$$

$$\Delta\vec{B} \;=\; -\,\mu_0\epsilon\epsilon_0\left(-\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}\right)$$

Daher:

$$\Delta\vec{B} - \mu_0\epsilon\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} \;=\; 0$$

q.e.d.

Aufgabe 2 (★)

Zeigen Sie, dass

$$\psi\left(x,t\right) \;=\; f\left(x \mp vt\right)$$

eine Lösung der Wellengleichung ist.

Lösung:

Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \;=\; 0$$

f sei eine Funktion von x', mit $x' \;=\; x \mp vt$. Dann kann die Kettenregel verwendet werden:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} \;=\; \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} \;=\; \frac{\partial f}{\partial x'}$$

und

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} \;=\; \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t} \;=\; \mp\,v\frac{\partial f}{\partial x'}$$

Daher:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \;=\; \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}$$
$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \;=\; \frac{\partial}{\partial t}\left(\mp v\frac{\partial f}{\partial x'}\right) \;=\; \mp\,v\frac{\partial}{\partial x'}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)$$

Und so:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \;=\; \mp\,v\frac{\partial}{\partial x'}\left(\mp v\frac{\partial f}{\partial x'}\right) \;=\; v^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \;\rightarrow\; \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} \;=\; \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

q.e.d.

Aufgabe 3 (★)

Prüfen Sie, ob die harmonische Wellenfunktion $\psi(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$ eine Lösung der eindimensionalen Wellengleichung mit $v = \frac{\omega}{k}$.

Lösung:

Das Ergebnis folgt direkt aus Aufgabe 2, da

$$A\sin(kx - \omega t) = A\sin k(x - vt) = f(x - vt)$$

Aufgabe 4 (★)

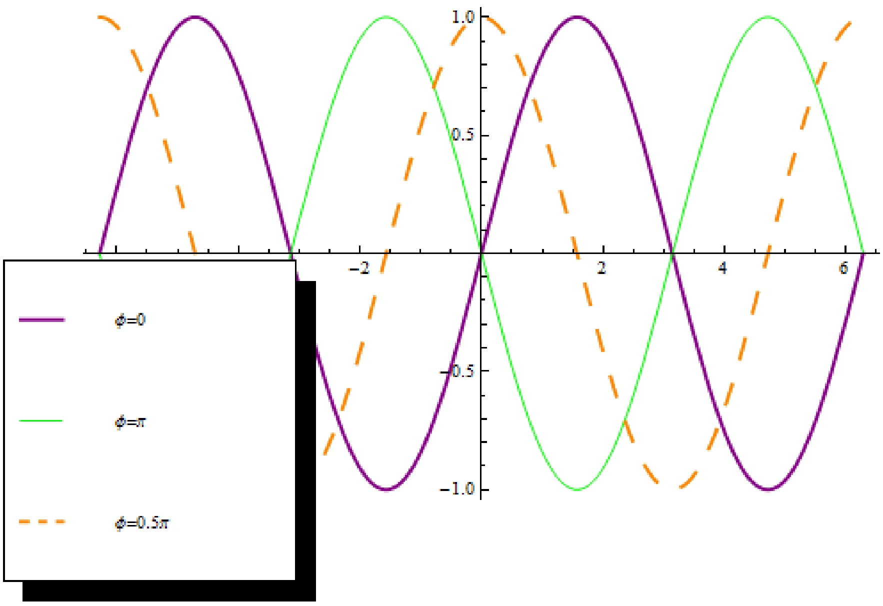
Zeichnen Sie das Profil der Welle $\psi(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \phi)$ mit der initialen Phase $\phi = 0$; $\phi = \frac{\pi}{2}$; $\phi = \pi$.

Lösung:

$$t = 0,$$

daher

$$\psi(x,0) = A\sin(kx + \phi)$$



Aufgabe 5 ($\bigstar$)

Die Wellengleichung einer Lichtquelle sei gegeben durch:

$$\psi\left(x,t\right) \;=\; 10^{3}\sin\psi\left(3\times10^{6}x-9\times10^{14}t\right).$$

Berechnen Sie die Phasengeschwindigkeit, die Wellenlänge, Frequenz, Periode und die Amplitude.

Lösung:

Phasengeschwindigkeit:

$$v \;=\; \frac{\omega}{k} \;=\; 3\times10^{8}\,\frac{m}{s}$$

Wellenlänge:

$$\lambda \;=\; \frac{2\pi}{k} \;=\; 666\ nm$$

Frequenz:

$$f \;=\; \frac{c}{\lambda} \;=\; 4,5\times10^{14}\ Hz$$

Periode:

$$t \;=\; \frac{1}{f} \;=\; 2,22\times10^{-15}\ s$$

Amplitude:

$$A \;=\; 10^{3}\,\frac{V}{m}$$