Übungen zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. L. Oberauer

Wintersemester 2010/2011

11. Übungsblatt - 17. Januar 2011

Musterlösung

Franziska Konitzer (franziska.konitzer@tum.de)

Aufgabe 1 (★) (7 Punkte)

a) Was ist (polarisiertes) Licht?

Lösung:

Licht ist wie alle elektromagnetischen Wellen eine Transversalwelle. Bei einer transversalen Welle steht die Schwingungsebene immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Man kann ihr eine eindeutige Polarisations zuordnen.

[**1**]

b) Welche verschiedenen Arten von Polarisation gibt es?

Lösung:

Wir betrachten $\vec{E}$.

Bei einer linear polarisierten Welle liegt $\vec{E}$ immer parallel zu einer bestimmten Richtung, die natürlich senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung liegt.

Eine zirkular polarisierte Welle ist eine Überlagerung zweiter linear polarisierter Wellen, die zueinander senkrecht schwingen und eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ aufweisen. Anders: $\vec{E}$ rotiert mit der Kreisfrequenz ω um die Ausbreitungsrichtung der Welle (an einem festen Ort).

Bei ellptisch polarisiertem Licht sind die Amplituden der beiden linearen Welen auch noch unterschiedlich.

[**2**]

c) Durch welche Effekte kann man aus unpolarisiertem Licht polarisiertes Licht erzeugen? Erläutern Sie in wenigen Sätzen das Prinzip der jeweiligen Methode.

Lösung:

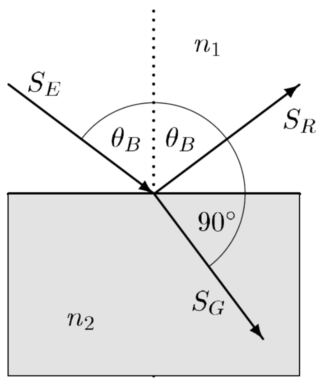
- **Absorption:** Das gängigste Prinzip von Polarisatoren. Mittels dichromatischer oder dichroider Kristalle (meistens lange ausgerichtete Kohlenwasserstoffmoleküle). Je nach Ausrichtung der Schwingungsrichtung von $\vec{E}$ (parallel oder senkrecht zu den Ketten) wird das Licht absorbiert oder transmittiert. Die Richtung der Transmission heißt Transmissionsachse. Polarisationsfolien bezeichnet man je nach Lage im Strahlengang als Polarisator oder Analysator.

  [**1**]

- **Streuung:** Streuung ist Absorption und Wiederabstrahlung. Man sieht es in Ruach, in dem man Sonnenstrahlen sehen kann. Moleküle werden durch die Absorption angeregt und strahlen als Dipol senkrecht zur Antenneachse ab, wobei $\vec{E}$ parallel zu dieser Achse liegt. Also ist das gestreute Licht polarisiert.

  [**1**]

- **Reflexion:** Wird unpolarisiertes Licht an der Grenzfläche zwischen zwei durchsichtigen Medien reflektiert, so ist das reflektierte Licht teilweise polarisiert. Hat der Einfallswinkel gerade einen solchen Wert, dass reflektierter (S_R) und gebrochener Strahl (S_G) senkrecht aufeinander stehen, ist der reflektierte Strahl S_R vollständig polarisiert (Brewster-Winkel). Dieser Winkel θ_B ist gegeben durch die Gleichung $\tan(\theta_B) = \frac{n_2}{n_1}$. Skizze:



  [**1**]

- **Doppelbrechung:** Ein Beispiel ist Kalkspat ($CaCO_3$). Es ist ein anisotropes Material aufgrund seiner Kristallstruktur, d.h. Licht breitet sich je nach Richtung im Kristall unterschiedlich schnell aus. Ein Strahl wird bei Eintritt in Kalkspat in den ordentlichen und außerordentlichen Strahl aufgespalten. Diese sind senkrecht zueinander polarisiert. Es gibt immer eine Richtung, parallel zur optischen Achse, in der ordentlicher und außerordentlicher Strahl sich gleich schnell ausbreiten.

  [**1**]

Aufgabe 2 (★) (2 Punkte)

Ein polarisiertes Lichtbündel geht durch ein trübes Medium (z.B. rauchige Luft, trübes Wasser). Von der Seite ist sein Verlauf deutlich zu erkennen. Genau von oben oder unten aber sieht man nichts. Wie kommt das und wo liegt die Polarisierungsrichtung? Was sieht man bei unpolarisiertem Licht?

Lösung:

Streulicht entsteht dadurch, dass durch das Feld der Primärwelle sogenannte Sekundärdipole angeregt werden, die dann eben Streulicht emittieren. Die Sekundärdipole schwingen wie das $\vec{E}$-Feld der Primärwelle. Aus der Elektrodynamik weiß man, dass Herzsche Dipole maximal senkrecht zu ihrer Schwingungsrichtung emittieren, in Richtung ihrer Schwingung aber gar nicht. Das polarisierte Lichtbündel ist also von oben nach unten polarisiert, d.h. in dieser Richtung strahlen die Sekundärdipole nichts ab. Bei unpolarisiertem Licht sieht man natürlich in alle Richtungen gleiche Intensität.

[**2**]

Aufgabe 3 (★) (2 Punkte)

Reflexion des Tageslichts am Bildschirm verschlechtern die optische Wahrnehmung. Können Sie sich vorstellen, warum ein rechtszirkularer Polarisator vor dem Bildschirm hilft?

Lösung:

Nach dem Polarisator fällt nur noch rechtszirkular polarisiertes Licht auf den Bildschirm ein. Der zirkulierende $\vec{E}$-Vektor beschleunigt die Elektronen daher auf Kreisbahnen in gleicher Richtung. Der reflektierte Strahl besitzt daher die gleiche Drehrichtung. Da jetzt allerdings die Strahlrichtung umgedreht wurde, ergibt sich linkszirkular polarisiertes Licht. Dieses wird dann von dem Rechtszirkularpolarisator komplett absorbiert.

[**2**]

Aufgabe 4 (★★) (9 Punkte)

a) Licht der Intensität 100 W/m^2 aus einer Halogenlampe falle auf einen idealen Linearpolarisator mit senkrechter Durchlassrichtung. Wie groß ist die Intensität bei Austritt? Hinter den ersten Polarisator schaltet man nun einen weitern Linearpolarisator mit horizontaler Durchlassrichtung. Wie groß ist die Intensität nach dem zweiten Polarisator?

Lösung:

Nach Durchgang durch eine Folie bleibt die Hälfte der Intensität über, denn Licht kann ja immer in zwei senkrechte Komponenten aufgespalten werden. Also:

$$I_1 = 50\text{W/m}^2 \tag{1}$$

[1]

Dann hat man eine gekreuzte Anordnung: D.h. es kommt gar keine Intensität mehr durch, denn alle horizontalen Komponenten sind ja zuvor herausgefiltert worden.

[1]

b) Nun bringt man noch einen dritten Linearpolarisator zwischen die beiden ersten. Seine Durchlassrichtung ist um 45° gedreht. Wie groß ist nun die Intensität nach allen drei Polarisationen? Erklären Sie das auftretende "Paradoxon"!

Lösung:

Führt man den dritten Polarisator im Winkel von 45° ein, erhält man wieder Intensität. Zunächst nach dem zweiten Filter:

$$I_2 = \frac{I_0}{2}\cos^2(45°) = \frac{I_0}{4} = 25\text{W/m}^2 \tag{2}$$

[1]

Nach dem nächsten hat man wieder eine Halbierung der Intensität:

$$I_3 = 12.5\text{W/m}^2 \tag{3}$$

[1]

Dies erscheint paradox. Wieso kommt wieder Intensität durch, wenn man in eine Anordnung, die nichts durchlässt, noch einen weiteren Filter hineinstellt? Die schwingenden Elektronen im zweiten Filter erzeugen wieder eine Komponente in der horizontalen Achse. Das linear polarisierte Licht dieses Filters lässt sich eben wieder in zwei senkrechte Komponenten zerlegen, die nun eben wieder eine geeignete Komponente enthalten. Diese Komponente wird also durch den Filter und den in ihm angeregten Schwingungen wieder erzeugt.

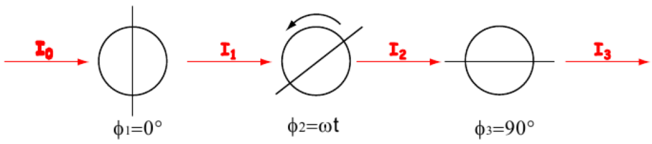
[1]

c) Ein Lichtstrahl wird durch zwei gekreuzte perfekte Polarisationsfilter geleitet, zwischen denn sich ein dritter, ebenfalls perfekter Polarisationsfilter befindet, der mit der Kreisfrequenz ω rotiert. Zeigen Sie, dass der transmittierte Lichtstrahl mit der Frequenz 4ω moduliert ist. Wie verhalten sich Amplitude und Mittelwert der transmittierten zur einfallenden Flussdichte?

Lösung:

Der einfallende Lichtstrahl ist natürliches Licht und somit unpolarisiert. Daher erhält man sofort, dass

$$I_1 = \frac{I_0}{2} \tag{4}$$



[1]

Dann ist die Intensität nach Durchqueren des zweiten Polarisationsfilters:

$$I_2 = I_1 \cos^2(\omega t) \tag{5}$$

[1]

Und nach dem Durchqueren des dritten Filters:

$$I_3 = I_2 \cos^2(90° - \omega t) \tag{6}$$

Wegen $\cos^2(90° - \omega t) = \sin^2(\omega t)$ wird daraus schließlich:

$$I_3 = \frac{I_0}{2} \cos^2(\omega t) \cdot \sin^2(\omega t) = \frac{I_0}{8} \sin^2(2\omega t) = \frac{I_0}{16}(1 - \cos(4\omega t)) \tag{7}$$

[1]

Das ist gerade die gesuchte Frequenz $4\omega t$. Anschaulich gedeutet bekommt man viermal pro Umdrehung gekreuzte Polarisatoren, also keine Intensität:

$$I_{3,\text{min}} = 0 \quad , \quad I_{3,\text{max}} = \frac{I_0}{8} \quad , \quad \overline{I_3} = \frac{I_0}{16} \tag{8}$$

[1]

Aufgabe 5 (★★) (12 Punkte)

Ein Phasenverschiebungs-Plättchen ist eine planparallele doppelbrechende einachsige Kristallplatte mit der optischen Achse parallel zur Grenzfläche. Das Licht fällt senkrecht auf das Plättchen. Beim Durchgang durch die Platte werden ordentlicher (Brechungsindex n_o) und außerordentlicher Strahl (Brechungsindex n_a) gegeneinander phasenverschoben.

a) Wie groß ist die Phasenverschiebung als Funktion der Plattendichte d?

Lösung:

Der ordentliche Strahl wird nicht abgelenkt, da das Licht senkrecht zur Grenzfläche eingestrahlt wird. Selbiges gilt für den außerordentlichen Strahl, da die optische Achse des doppelbrechenden Kristalls ebenfalls senkrecht zur Einfallsrichtung steht. Aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten für ordentlichen und außerordentlichen Strahl kommt es zu einer Phasenverschiebung:

[1]

Die Differenz der optischen Weglängen beträgt

$$\Delta s = (n_o - n_a)d. \tag{9}$$

[1]

Daraus folgt für die Phasendifferenz

$$\Delta\phi(d) = k\Delta s = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_a)d. \tag{10}$$

[1]

b) Welche Dicke muss ein Plättchen aus Kalkspat mit $n_o = 1.65$ und $n_a = 1.48$ haben, um für Licht der Wellenlänge $\lambda = 587.6$nm einen Phasenunterschied von π zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl zu bewirken? Wieso nennt man ein derartiges Plättchen auch $\lambda/2$-Plättchen?

Lösung:

$$\begin{aligned}
\Delta\phi &= k\Delta s = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_a)d && (11)\\
\rightarrow d &= \frac{\lambda\Delta\phi}{2\pi(n_o - n_a)} && (12)\\
d(\Delta\phi = \pi) &= \frac{\lambda}{2}\frac{1}{n_o - n_a} = 1.73\mu m && (13)
\end{aligned}$$

[2]

Ein Plättchen mit dieser Dicke heißt $\lambda/2$-Plättchen, da die Differenz der optischen Weglängen Δs gerade $\lambda/2$ ist.

[1]

c) Ein Plättchen aus Kalkspat befindet sich zwischen zwei parallel ausgerichteten Polarisatoren. Wie muss die optische Achse des Plättchens zur Polarisationsrichtung ausgerichtet sein und wie groß muss die Phasenverschiebung sein, damit die Anordnung für Licht bestimmter Wellenlängen undurchlässig wird?

Lösung:

Im Inneren von optisch einachsigen Kristallen können sich nur linear polarisierte Wellen fortpflanzen. Ihre Schwingungsrichtung muss entweder senkrecht zur Ebene, die durch die Einfallsrichtung und die optische Achse aufgespannt wird, sein oder in dieser Ebene liegen. Einfallendes Licht wird entsprechend seiner Polarisation in diese zwei Komponenten zerlegt.

[1]

Damit das Plättchen kein Licht durchläßt, müssen sich der ordentliche und der außerordentliche Strahl so überlagern, daß eine linear polarisierte Welle mit Schwingungsrichtung senkrecht zum Polarisator entsteht.

[**1**]

Die Phasenverschiebung muss demnach $\lambda/2$ betragen und die Amplituden der beiden Strahlen müssen gleich sein, d.h. die optische Achse muss in einem Winkel von 45° zur Polarisationsrichtung stehen.

[**1**]

d) Die Anordnung kann zum Trennen der beiden Natrium-D-Linien (siehe Tabelle) benutzt werden. Wie dick muss das Phasenverschiebungs-Plättchen dazu sein?

$\lambda(nm)$	587.6	589.3
n_o	1.65846	1.65836
n_a	1.48647	1.48641

Hinweis: Der Aufbau sollte für Licht der Wellenlänge $\lambda = 587.6$nm maximal durchlässig sein und für die zweite Linie undurchlässig.

Lösung:

Die maximale Amplitude wird erreicht, wenn die Phasendifferenz zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl ein geradzahliges Vielfaches von π ist, d.h. wenn die beiden Wellen in Phase sind.

$$\Delta s = (n_o - n_a)d = m\lambda, \quad m \in \mathbb{N} \tag{14}$$

Die minimale Amplitude ergibt sich entsprechend bei einer Phasendifferenz, die einem ungeraden Vielfachen von π entspricht.

$$\Delta s' = (n'_o - n'_a)d = (m \pm 1/2)\lambda' \tag{15}$$

[**1**]

Setzt man nun in Gleichung (15) d aus Gleichung (14) ein, so ergibt sich für m:

$$\frac{m\lambda}{n_o - n_a} = \frac{(m \pm 1/2)\lambda'}{n'_o - n'_a} \tag{16}$$

$$\rightarrow m = \pm\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda(n'_o - n'_a)}{\lambda'(n_o - n_a)} - 1\right)^{-1} = \mp 160.43 \tag{17}$$

[**1**]

Man sieht also, dass Bedingung (14) und (15) nicht gleichzeitig vollständig erfüllt werden können. Man rundet m auf eine positive Ganzzahl und berechnet d aus Bedingung (15). Auf diese Weise wird das Amplitudenverhältnis $A(\lambda)/A(\lambda')$ maximiert.

$$\rightarrow d = \frac{(m-1/2)\lambda'}{n'_o - n'_a} = 0.546632\mu m \tag{18}$$

[**1**]