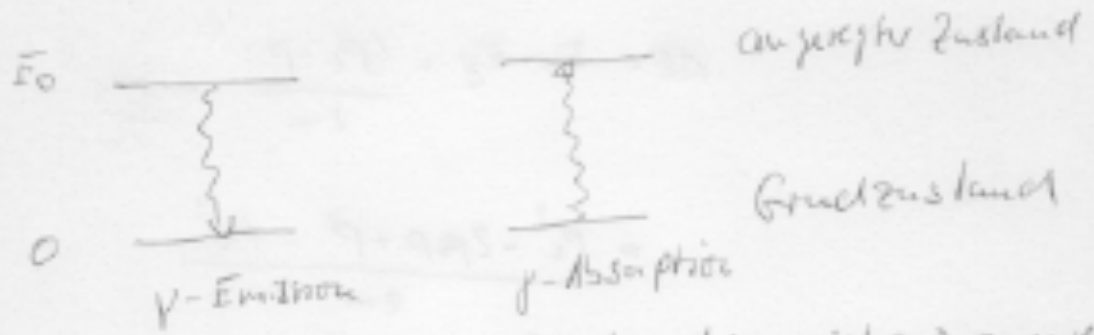


8.4. Resonanzabsorption von γ -Strahlung

Resonanzabsorption tritt im Prinzip dann auf, wenn bei einem Zerfall eines angeregten Niveaus in den Grundzustand austretende γ -Strahlung von Kernen der gleichen Art absorbiert wird



[NB Wirkungsquerschnitt für Resonanzabsorption ist groß im Vergleich zu ^{normale Absorption} Prozess wird auch Kurzlebenszeit bezeichnet

Natürliche Linienbreite $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$

z. Bsp.: für ²²⁸Pb den 14,4 keV Übergang

in $\frac{57}{76}$ ist $\tau = 1,4 \cdot 10^{-7} s$

$\Rightarrow \Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = 4,7 \cdot 10^{-9} eV$ $\hbar = 6,58 \cdot 10^{-22} MeVs$
 $\frac{\hbar}{\tau} = \frac{6,58 \cdot 10^{-22} \cdot 10^6 eVs}{1,4 \cdot 10^{-7} s} = 4,7 \cdot 10^{-9}$

In meisten Fällen von γ -Emission wird jedoch der Resonanzeffekt durch folgende Nebenwirkung beeinträchtigt:

- a) γ -Strahlung wird mit Energie E_γ emittiert, die kleiner als die Anregungsenergie E_0 ist.

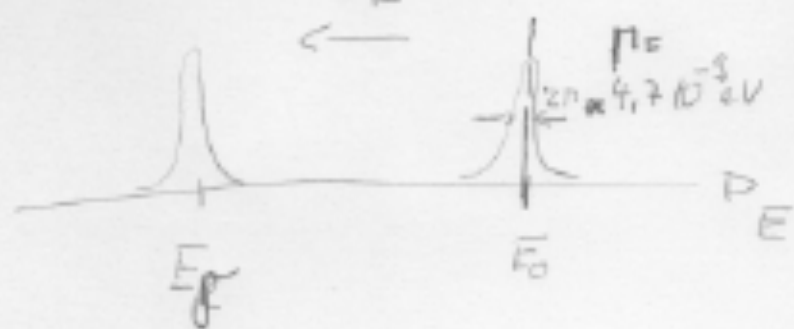
Rückstoßenergie bei Emission:

$$E_R = \frac{p^2}{2m} = \frac{E_0^2}{2mc^2}$$

, wobei m die Masse des Kerns ist

$$= 2 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$$

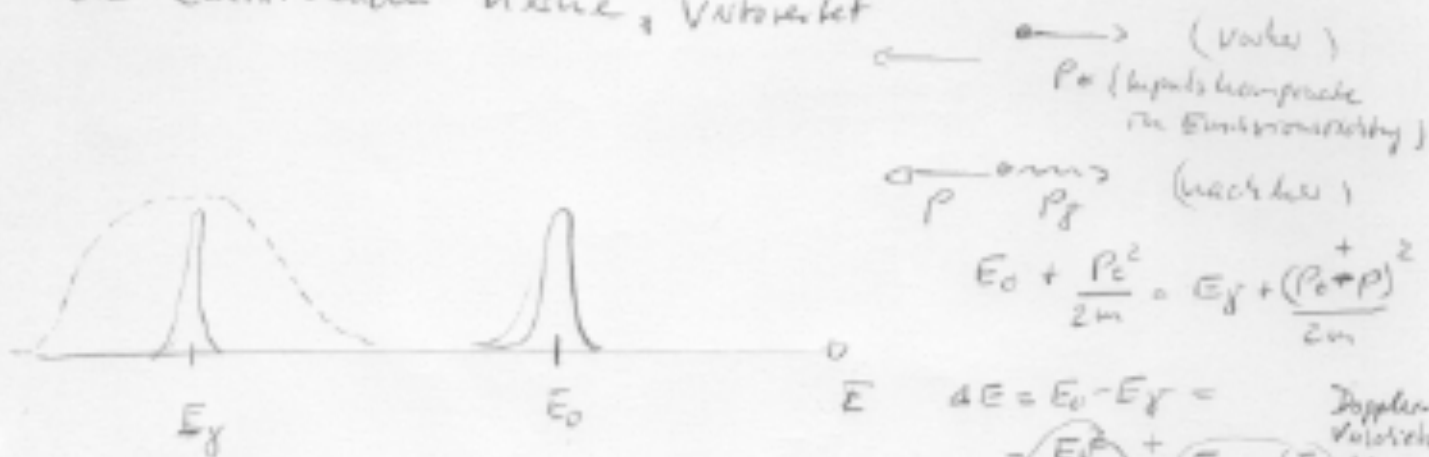
$$E_R = 2 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$$



Die Linie wird

b) Doppler-Effekt: Infolge der thermischen Bewegung

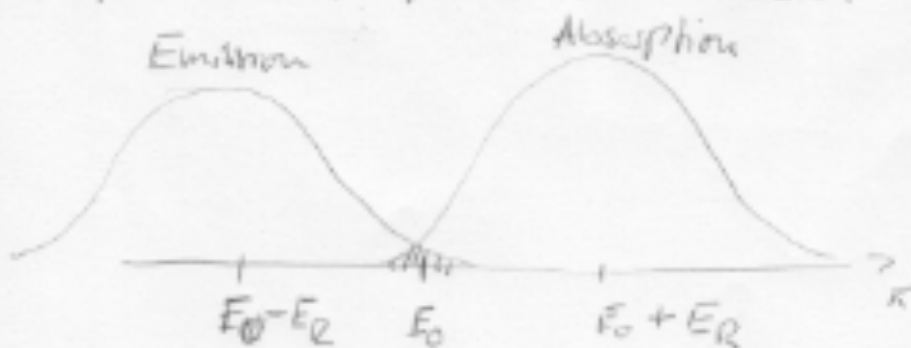
der emittierenden Kerne, verbreitert



$$\left(\Delta E = E_0 \sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}} \gg \Gamma \right) \quad \text{für Maxwell'sche Verteilung}$$

Die gleiche Absorptionseffekte treten bei der Absorption der

γ -Strahlung auf, so dass Emission- und Absorptionsspektren folgende Form haben:



Resonanzabsorption ist auf kleinen Bereich um E_0 beschränkt.

Das klassische Modell liefert eine symmetrische Verteilung des quasi-kontinuierlichen Untergrunds um die unverschobene Linie. Quantenmechanisch ergibt sich, daß der Schwerpunkt des Untergrunds immer bei kleineren Frequenzen liegt. Die Verschiebung entspricht gerade der Rückstoßenergie für ein freies Emittoratom.

Bei $T = 0$ erhält man klassisch den Wert $f = 1$, da keine Schwingungen angeregt sind. Quantenmechanisch ist auch bei $T = 0$ der Wert von f kleiner 1, da $\langle u^2 \rangle$ wegen der Nullpunktschwingungen ungleich Null ist. Allerdings treten bei $T = 0$ keine Emissionslinien oberhalb ω_0 auf, da bei $T = 0$ keine Phononen absorbiert werden können.

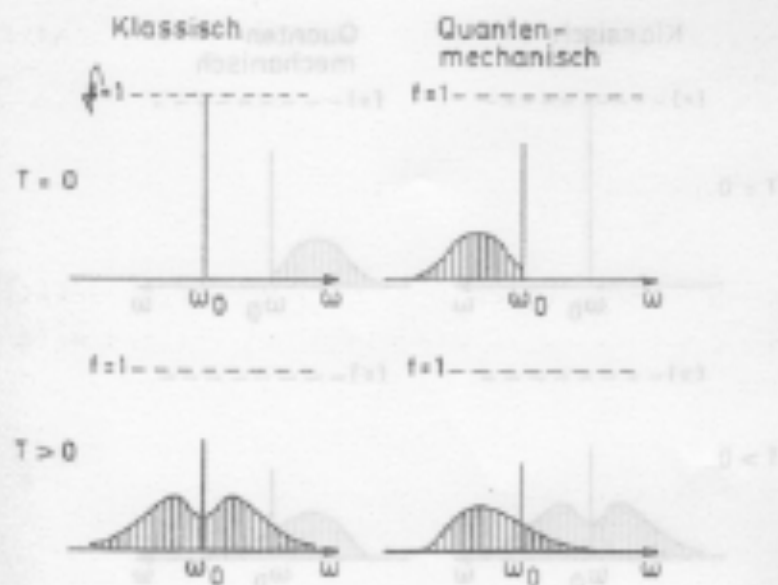


Abb. 4.5: Vergleich von klassischer und quantenmechanischer Theorie des Mößbauer-Effekts. Nach [WEG 66]

Im Folgenden soll $\langle x^2 \rangle$ ausgerechnet werden. Wir betrachten dazu zunächst das Einstein-Modell, bei dem nur eine Schwingungsfrequenz ω_0 angenommen wird. Für die Gesamtenergie eines harmonischen Oszillators, bei dem n Schwingungsquanten angeregt sind, erhält man

$$E_n = \hbar \omega_0 (n + 1/2) \quad (4.15)$$

Aus Schatz/Dachauer
Nachlese Festkörperphysik

Mößbauereffekt

(3)
[R.L. Mößbauer : * 31.1.1929
+ 14.9.2011]

Nobelpreis 1961 für
[Begründung des Physikdepartaments]

Symposium zu Ehren ~~von~~ R.L. Mößbauer am 10.2.2012

Wiss. Symposium ab 14:00
Vorsitz: ~~offizieller~~ Aktuelle Themen der Mößbauer-
Spektroskopie und Neutronenphysik.
Auch für Studenten!

Für Atome im Kristallgitter ist $\langle E_{\text{Phonon}} \rangle \approx 10^{-2} \text{ eV} \gg E_R$

„Rückstreuung Emission“, wenn kein Phonon angeregt
wird.

Näherungsweise gilt $f = 1 - \frac{E_R}{\langle E_{\text{Phonon}} \rangle}$

Wobei f : Wahrscheinlichkeit für rückstreuende Emission
(analog für Absorption)

Debye'sche Theorie: Frequenzspektrum d. Oszillatoren
mit maximaler Frequenz ω_{max}

„Debye-Temperatur“ $\Theta_D = \frac{h \omega_{\text{max}}}{k_B}$ (k_B : Boltzmannkonstante)

$\rightarrow f = \exp \left\{ - \frac{E_R}{k_B} \left(\frac{3}{2} + \frac{\pi^2 T^2}{\Theta_D^2} \right) \right\}$ (Debye-Waller-Faktor)

~~WIKI~~

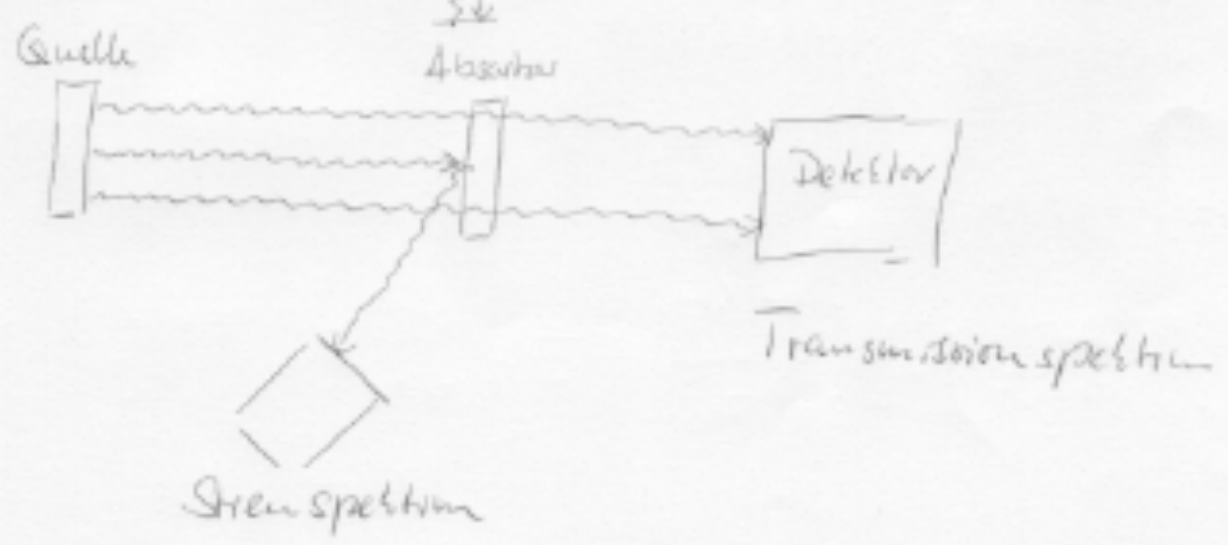
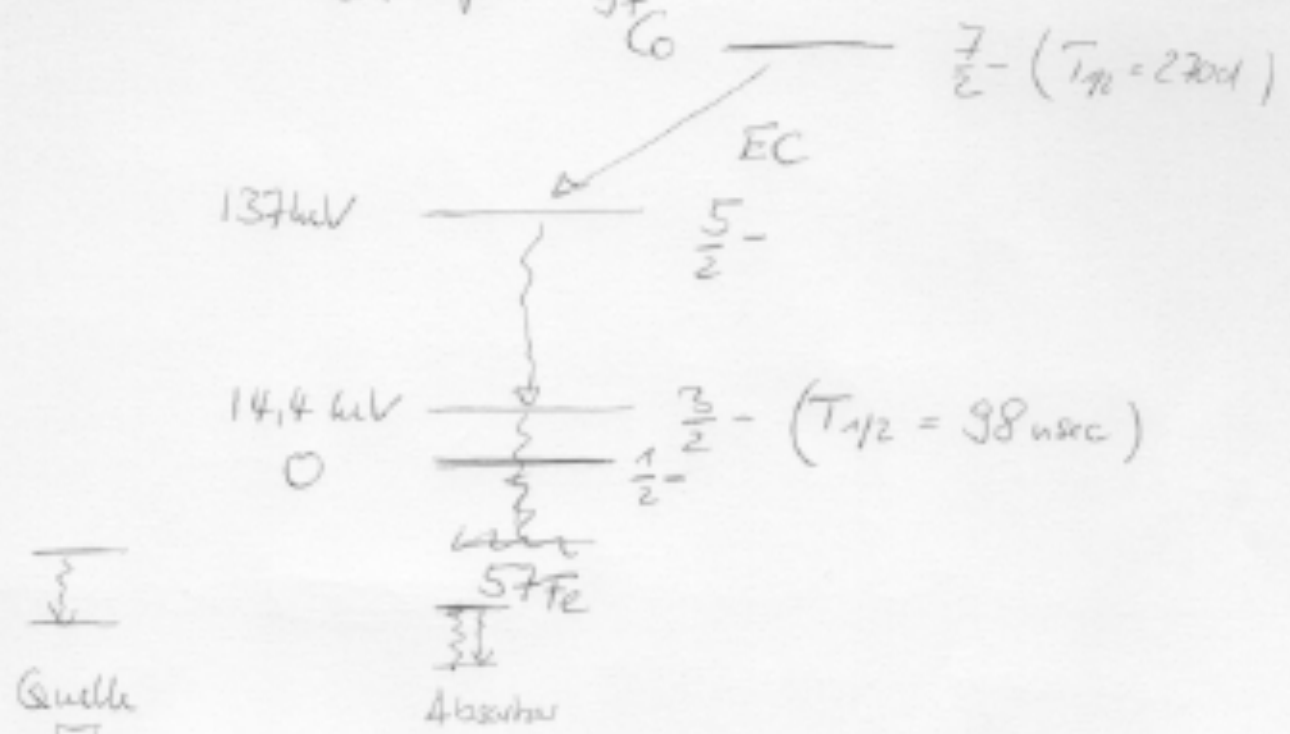
für ν_{K} 14,4 keV Übergang von ^{57}Fe ist $f \approx 0,91$ bei Zimmertemperatur (4)

Bohring: E_R größer \rightarrow f kleiner
 T größer \rightarrow f kleiner

Mössbauer-Apparat

Kristall: $^{57}\text{Fe}(\text{Al}_2\text{O}_3)_2$

Quelle z. Bsp ^{57}Co



Messbare relative Breite der Stoßkanten-Linien

$$^{181}\text{Ir} : \Gamma/E_{\gamma} = 3 \cdot 10^{-11}$$

$$^{57}\text{Fe} : \Gamma/E_{\gamma} = 3 \cdot 10^{-13}$$

$$^{67}\text{Zn} : \Gamma/E_{\gamma} = 5 \cdot 10^{-16}$$

Anwendungen

1) Test der allg. Relativitätstheorie: Rotverschiebung im Gravitationsfeld d. Erde

$$\left[\frac{\Delta E}{E} = \frac{gh}{c^2} \Rightarrow 10^{-16} / \text{m} \right]$$

Photon der Energie $h\nu$ hat eine äquivalente Masse von $\frac{h\nu}{c^2}$. Die beim Durchqueren der Potentialdifferenz $\Delta\phi$ aufgenommene Energie ist $\Delta E = m_{\text{eff}} \cdot \Delta\phi = \frac{h\nu}{c^2} \Delta\phi = g \cdot h \frac{h\nu}{c^2} = g \cdot h \frac{h\nu}{c^2}$

Höhe $d_{1/2}$, bei deren Durchquerung eine γ -Strahlung unter dem Einfluss des Gravitationsfeldes der Erde eine Linienverschiebung in eine halbe Halbwertsbreite erfährt, ist

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 1,03 \cdot 10^{-18} d_{1/2} = \frac{\Gamma_0}{E_0}$$

$$d_{1/2} = \begin{cases} 3 \text{ km} & \text{für } ^{57}\text{Fe} \\ 4,8 \text{ m} & \text{für } ^{67}\text{Zn} \end{cases}$$

2) Isomere Verschiebung (chemische Verschiebung), (6)

Unterschiedliche chemische Verbindungen in
Quelle u. Absorber (= unterschiedliche ~~Vers~~ Elektronen-
dichteverteilung) ~~an~~ ~~Elektronen~~ ~~an~~ Kernort

3) Quadrupol aufspaltung: Elektronenhülle unsymmetrisch
~~und~~ (Feldgradienten) ~~erzeugt~~, Kern deformiert
(Quadrupolmoment)

4) Magnetische Aufspaltung:
Magnetfeld am Kernort \Rightarrow magnet. Hyperfeinstruktur

Im Festkörper Ω der Ionenkern von elektrischen Ladungen
 umgeben, die am Kernort ein Potential $\phi(\vec{r})$ erzeugen.
 Die Energie der Kernladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ in diesem
 äußeren Potential $\phi(\vec{r})$ wird durch folgende Formel
 beschrieben

$$E_{\text{elch.}} = \int \rho(\vec{r}) \cdot \phi(\vec{r}) d^3r$$

woher: $\int \rho(\vec{r}) d^3r = Z \cdot e$

Um E zu berechnen wird $\phi(\vec{r})$ in Taylor-Reihe um
 $\vec{r} = 0$ entwickelt:

$$\phi(\vec{r}) \quad E_{\text{el.}} = E^{(0)} + E^{(1)} + E^{(2)}$$

$$E^{(0)} = \phi(0) \int \rho(\vec{r}) d^3r = \phi(0) Z e \quad \left(\begin{array}{l} \text{Coulombs Energie} \\ \text{einer Punktladung in} \\ \text{Ladungsverteilung} \end{array} \right)$$

$$E^{(1)} = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)_0 \underbrace{\int \rho(\vec{r}) x_i d^3r}_{\text{elch. Dipolmoment}}$$

des Kernes = 0 vgl. definierter Punkt
 der Kernzustände

$$\rho(\vec{r}) = q \psi^*(\vec{r}) \psi(\vec{r})$$

ψ definiert Punkt $\Rightarrow \rho(\vec{r}) = \rho(\vec{r})$, Dipolmoment
Produkt aus ψ^* und ψ ist gerade in x

$$E^{(2)} = \frac{1}{6} \sum_{i,j} \phi_{ij} \int \rho(\vec{r}) r^2 d^3r + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \phi_{ij} \int \rho(\vec{r}) \left(x_i^2 - \frac{1}{3} r^2 \right) d^3r$$

mit $\phi_{ij} := \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j}$

Faktor $\Rightarrow \phi$

Poissongleichung

Das elektrostatische Potential $\phi(\vec{r})$ genügt der Poisson-Gleichung. Am Kernort gilt

$$\Delta \phi(0) = \sum_i \phi_{ii} = \frac{e}{\epsilon_0} |\psi(0)|^2$$

mit $-e|\psi(0)|^2$ die Ladungsdichte und
 $|\psi(0)|^2$ die Aufenthaltswahrscheinlichkeit
der Elektronen am Kernort

$$E^{(2)} = E_C + E_Q \quad \text{mit}$$

$$E_C = \frac{e}{6\epsilon_0} |\psi(0)|^2 \int S(\vec{r}) r^2 d^3r \Rightarrow (\text{Isomerenverschiebung})$$

$$E_Q = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \phi_{\alpha\alpha} \int S(\vec{r}) (x_{\alpha}^2 - \frac{r^2}{3}) d^3r$$

\Rightarrow Quadrupol aufspaltung arises wenn:
wenn Kern deformiert ist und Quadrupolmoment hat
und elektrischer Gradient durch Elektronenhülle
erzeugt wird,

Zusammenfassung d. Kernphysikalischen
Anwendungen des Mößbauer-Effekt:

- 1) Z insbesondere bei sehr kurzlebigen
Übergängen ($\tau = t_{1/2}$)
- 2) μ_N mit externen Feldern
- 3) Q_N mit $\frac{\partial E}{\partial z}$
- 4) $\langle r^2 \rangle$ über Isomerverschiebung

Punkte 2)-4) insbesondere auch
für angeregte Zustände