

8.5 Emschub: Natürliche Linienbreite / Breit-Wigner Resonanz (1)

(aus Pohl 2.11)

mean lifetime eines ^{instabiler} Zustands ist

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} \quad \Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar W = 2\pi |M|^2 \int S_f d\Omega \quad (1)$$

~~Unschärfe Relation $\Delta E \Delta t \approx \hbar$:~~

Zusammenhang zwischen Lebensdauer τ und Breite Γ eines instabilen Zustandes folgt aus Energie-Zeit-Unschärfe $\Delta E \Delta t \approx \hbar$ Zerfallstafe eines Zustandes (oder Teilchen) A

$$\left(\frac{1}{\tau} = \frac{\Gamma}{\hbar} \right) \quad \Gamma = -\hbar \frac{dN_A}{dt} \frac{1}{N_A} \quad (2)$$

$$N_A(t) = N_A(0) \exp\left(-\frac{\Gamma}{\hbar} t\right) \quad (3)$$

Falls Zustand (Teilchen) in verschiedene Kanäle zerfallen kann, dann $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$

Wellenfunktion, die nicht stationären ^{instabiler} Zustand mit ~~mittlerer~~ $\omega_R = \frac{E_R}{\hbar}$, E_R : Resonanzfrequenz

und mit Lebensdauer $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$

$$\psi(t) = \psi(0) e^{-i\omega_R t} e^{-\frac{t}{2\tau}} = \psi(0) e^{-\frac{t}{\hbar}(iE_R + \frac{\Gamma}{2})} \quad (4)$$

(wobei $\hbar = c = 1$)

Intensität $(\psi(t)^* \psi(t))$ gehorcht dem radioaktiven

Zerfallsgesetz: $\psi e^{-\frac{\Gamma}{\hbar} t}$

Fouriertransformierte von (4) ist

$$g(\omega) = \int_0^{\infty} \psi(t) e^{i\omega t} dt$$

mit $\omega = \frac{E}{\hbar} \equiv E$ ist die Amplitude als

Funktion von E

$$\chi(E) = \int \psi(t) e^{iEt} dt = \psi(0)$$

$$= \psi(0) \int_0^{\infty} e^{-t \left[\frac{\Gamma}{2} + i(E_R - E) \right]} dt = \left[\frac{e^{-t \left[\frac{\Gamma}{2} + i(E_R - E) \right]}}{\left(\frac{\Gamma}{2} + i(E_R - E) \right)} \right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{K}{(E - E_R) - i \frac{\Gamma}{2}} \quad \text{mit Konstante } K$$

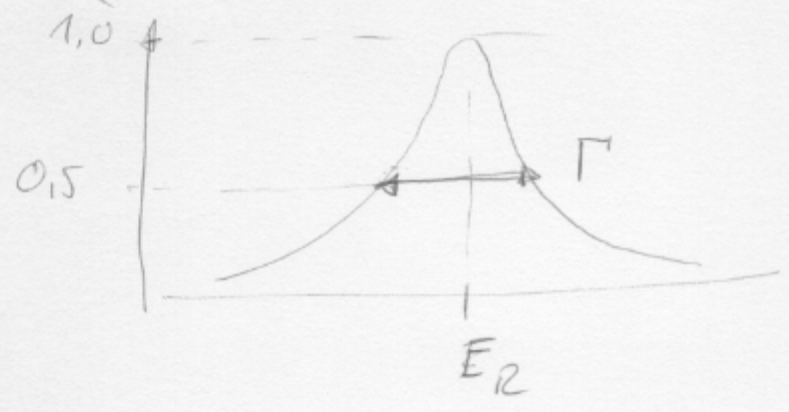
Wahrscheinlichkeit, daß Mass Zustand bevollkumt wird
(Teilchen a und Teilchen b bilden Resonanz c) ist proportional

$$\chi^*(E) \chi(E) \propto \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2/4}$$

für Teilchenproduktion: Wirkungsquerschnitt $\sigma(E)$

$$\sigma(E) = \sigma_{\max} \frac{\Gamma^2/4}{(E-E_R)^2 + \Gamma^2/4}$$

(Breit-Wigner Formel)



? $+iE_R - iE$

Natürliche Linienbreite

mittlere Lebensdauer τ ($= \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$) $\Rightarrow \Gamma = \frac{h}{\tau}$

\Rightarrow Lorentz-Verteilung

$$I(\omega) = \frac{I_0}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4(\hbar^2)}$$

8.6 Innere Konversion

Angeregter Kern kann mit einem gebundenen Hüllenelektron in direkter WW treten, ihm seine Anregungsenergie übertragen und es auf diese Weise aus dem Atom hinausschleusen. (Coulomb WW zwischen Kern und Elektronen) ähnlich wie Auger-Elektronen nach Anregung der Elektronenhülle).

Energie des emittierten Elektrons ist gleich der Anregungsenergie E_γ minus Bindungsenergie des Hüllenelektrons:

$$E_e = E_\gamma - B_e$$

Man spricht von K-, L-, ... Konversion

Konversion ist Alternativprozess zur Emission eines γ -Quants.

Totale Übergangswahrscheinlichkeit λ_{tot}

$$\lambda_{tot} = \lambda_\gamma + \lambda_e = \lambda_\gamma (1 + \alpha); \alpha = \lambda_e / \lambda_\gamma$$

α : Konversionskoeffizient

N.B. IC ist kein zweistufiger Prozess bei dem ein γ -Quant emittiert wird, das dann wieder Photoeffekt macht. (Exp. Beweis:

Halbwertszeit des isomeren Zustandes in ^{99m}Tc ($t_{1/2} = 6\text{h}$) ändert sich mit der chemischen Verbindung mit in der Technetium vorliegt.) Kleine Änderung in Elektronendichte Verteilung ändert $\lambda_e \Rightarrow \lambda_{tot}$

partielle Konversionskoeffizient für die
zwei K -Elektronen ist bei elektrischen Multipolen
der Ordnung 2^l ($l=1, 2, 3, \dots$) näherungsweise

$$\alpha_K(E\gamma) \approx \frac{l}{l+1} Z^3 \left(\frac{1}{137}\right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{l+5/2}$$

analog:

$$\alpha_K(M\gamma) \approx Z^3 \left(\frac{1}{137}\right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{l+3/2}$$

α_K steigt mit Z und l an und sinkt mit
wachsender E_γ Übergangsenergie E_γ

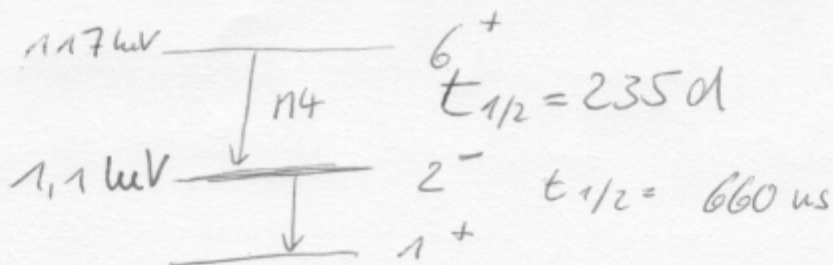
Isomere Zustände: Kerne im Langzeitigen

angeregten Zustände heißen Isomere

$$\tau_\gamma > 10^{-9}$$

für kleine Energien und hohe Multipole
deutlich längere τ_γ in Einzelfällen möglich.

Z. Bsp. 2ter angeregter Zustand von ^{110}Ag



α_K

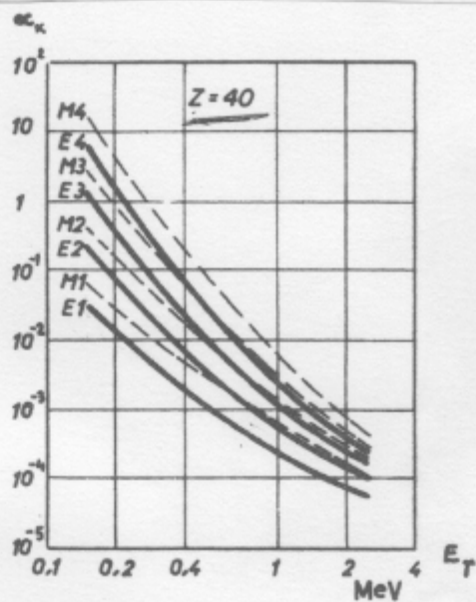


Fig.12.7

Verlauf der
berechneten
K-Konversions-
Koeffizienten

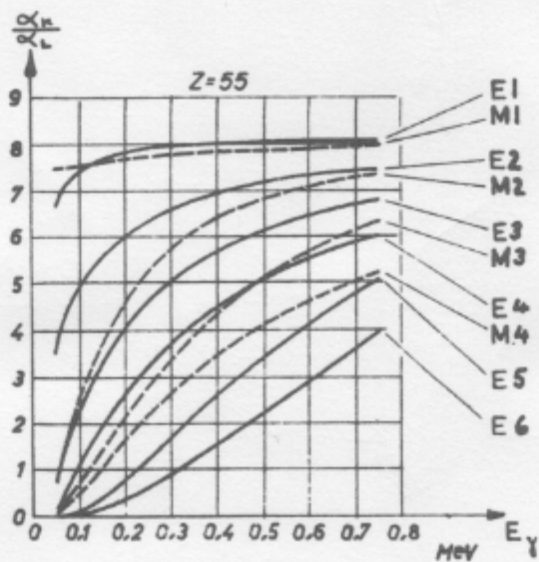


Fig.12.8

Aus Parmier

Kollektive Kernanregung

Fluktuationen um Gleichgewichtslage im Vielteilchensystem

Dipolresonanz: Schwingung der Protonen und Neutronen im Kern gegeneinander.

Analog existieren Quadrupol- u. Octupolresonanzen

Rotationsanregungen

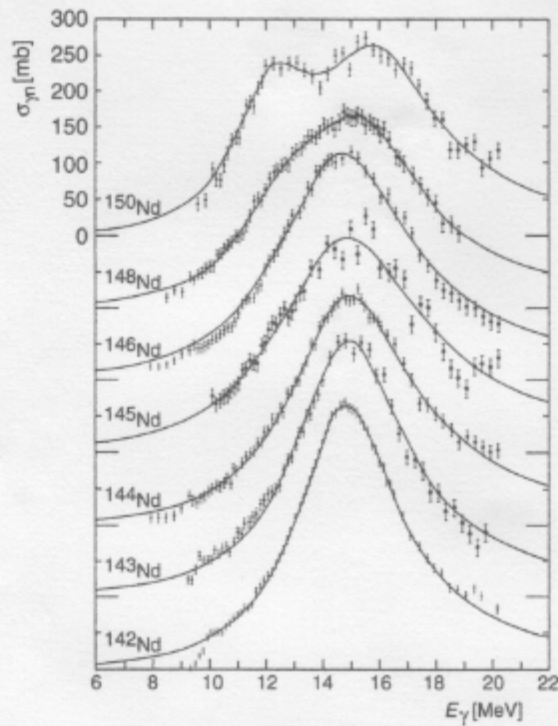


Abb. 18.3. Wirkungsquerschnitt für die γ -induzierte Emission von Neutronen in Neodym-Isotopen [Be75]. Um eine klarere Darstellung zu erhalten, sind die Kurven vertikal gegeneinander verschoben. Neodym-Isotope bilden einen Übergang von kugelsymmetrischen zu deformierten Kernen. Die Riesenresonanz am kugelsymmetrischen Kern ^{142}Nd ist schmal; die Riesenresonanz am deformierten Kern ^{150}Nd zeigt ein doppeltes Maximum.

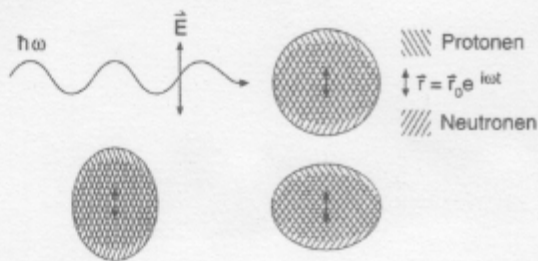


Abb. 18.4. Interpretation der Dipolriesenresonanz als Schwingung der Protonen und Neutronen gegeneinander. In deformierten Kernen (unten) gibt es zwei verschiedene Schwingungsmoden.

aus Povh

Rotationszustände

Wir betrachten gg -Kerne ($\text{Spin } 0$)

Klassisch: $E_{\text{rot}} = \frac{|\vec{J}_{\text{tot}}|^2}{2\Theta}$ mit

Drehimpuls \vec{J} u. Trägheitsmoment Θ

Quantenmechanisch: $H_{\text{rot}} = \frac{\hat{J}^2}{2\Theta}$ mit

\hat{J}_i :

H_{rot} : Hamiltonoperator

\hat{J} : Drehimpulsoperator mit

$$E_j = J(J+1) \frac{\hbar^2}{2\Theta} \text{ als den}$$

Eigenwerten zu H_{rot}

$$\text{Wegen } \Delta E = E_{j+1} - E_j = 2(j+1) \frac{\hbar^2}{2\Theta}$$

nimmt der Abstand aufeinander folgender Zustände linear zu.

Anregung: Coulomb-WW durch Schwerkraft

$$\text{WW: } \sigma \propto z^2$$

$E_{\text{en}} \lesssim$ Coulombbarriere um außerhalb der Reichweite der Kernkräfte zu bleiben

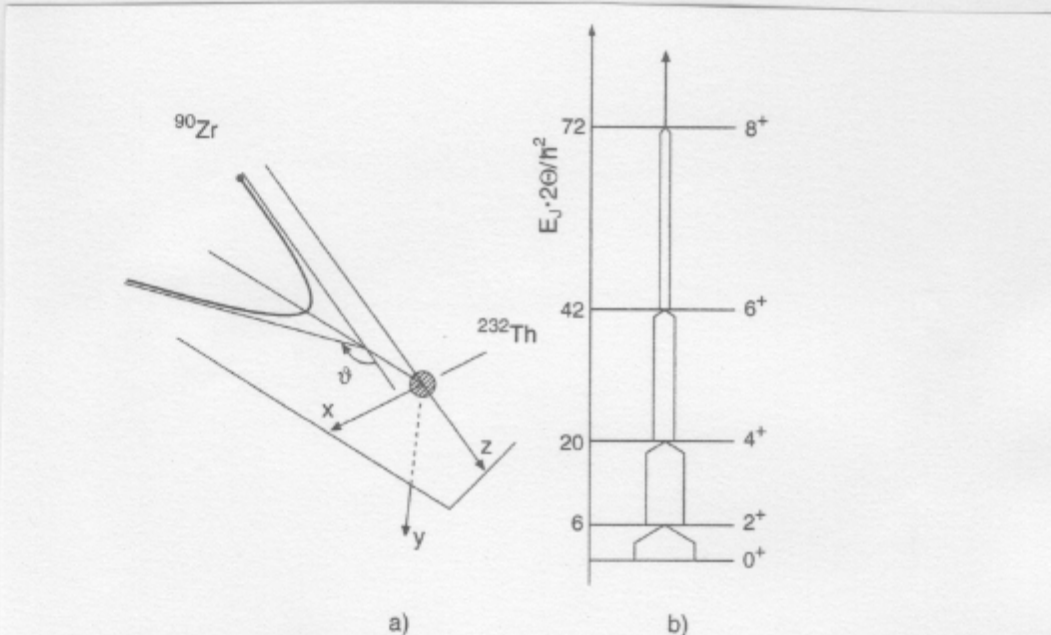


Abb. 18.9. (a) Kinematik des Schwerionenstoßes am Beispiel der Reaktion $^{90}\text{Zr} + ^{232}\text{Th}$. Das Projektil beschreibt eine hyperbolische Bahn im Coulomb-Feld des Targetkerns. (b) Schematische Darstellung der vielfachen Coulomb-Anregung einer Rotationsbande. Durch sukzessive Quadrupolanregung werden die Zustände 2^+ , 4^+ , 6^+ , 8^+ ... (mit abnehmender Intensität) bevölkert.

aus Povh

e/esk

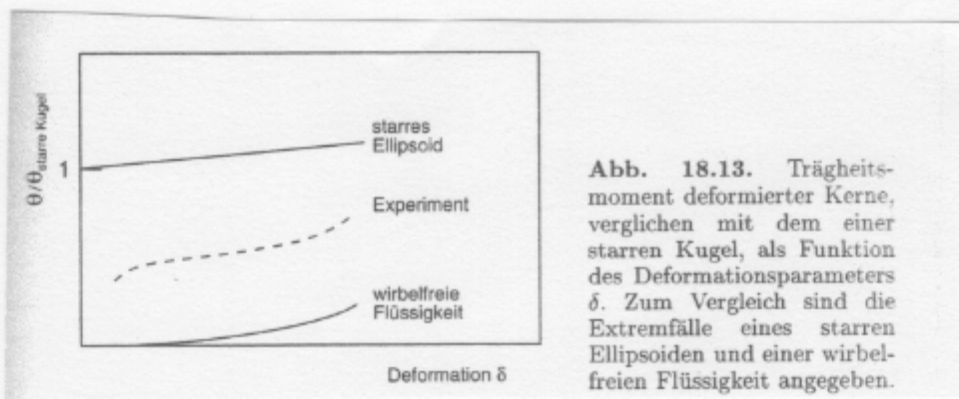


Abb. 18.13. Trägheitsmoment deformierter Kerne, verglichen mit dem einer starren Kugel, als Funktion des Deformationsparameters δ . Zum Vergleich sind die Extremfälle eines starren Ellipsoids und einer wirbelfreien Flüssigkeit angegeben.

aus Povh

Tropfenmomente

Starre Kugel $\Theta_{SK} = \frac{2}{5} M R_0^2$

experimentell $\Theta_{232\text{Th}} \approx 0,3 \cdot \Theta_{SK}$ (Deformation berücksichtigt)

Interpretation: Superfluide Komponente

Ursache: Paarungskraft ($S=0$, Bosonen)

tragen daher nicht zu einer Rotationsbewegung bei
(Analog: Cooper-Paare in Supraleitern)