

---

**Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik I**  
**Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik**  
**Wintersemester 2011/12**

---

Blatt Nr. 8

6. Dezember 2011

### **Aufgabe 1 Zweiteilchen-Wirkungsquerschnitt**

Der allgemeine Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt einer Zweiteilchenreaktion  $p_a + p_b \rightarrow p_1 + p_2$  ist in Lorentz-invarianter Form gegeben durch (siehe Vorlesung)

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^2}{4\sqrt{(p_a p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}} |\mathcal{M}| \delta^4(p_1 + p_2 - p_a - p_b) \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0}$$

mit dem Matrixelement  $\mathcal{M}$  aus den Feynmanregeln.

- Bestimmen Sie den Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  im Schwerpunktsystem (CMS) für den Fall  $m_a = m_b = m_1 = m_2 = 0$  (Hochenergie-Näherung). Der Streuwinkel  $\theta$  ist dabei definiert als der Winkel zwischen  $\vec{p}_a$  und  $\vec{p}_1$ . *Anwendung: Elektron-Positron-Kollisionen, Elektron-Quark-Streuung.*
- Bestimmen Sie den Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  im Laborsystem (ruhendes Target) für den Fall  $m_a = m_1 = 0$ ,  $m_b = m_2 = M$ , mit  $p_a = (E, \vec{p})$ ,  $p_b = (M, \vec{0})$ . Der Streuwinkel  $\theta$  ist dabei definiert als der Winkel zwischen  $p$  und  $p_1$ . *Anwendung: Elektron-Proton-Streuung, Compton-Streuung.*

### **Aufgabe 2 Spin-Summation**

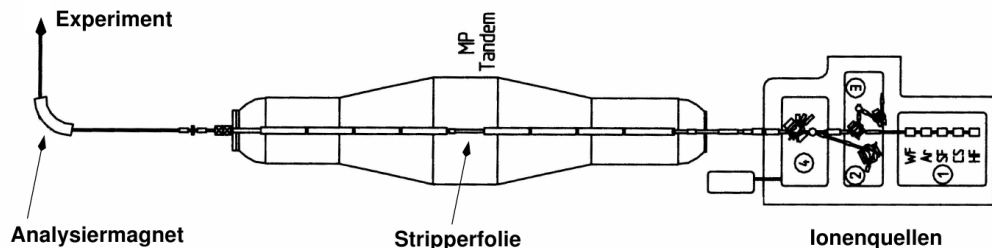
Zeigen Sie, dass die bei der Berechnung des Mott-Wirkungsquerschnitts auftretende Spin-Summation für die Elektron-Spinoren wie folgt geschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{\sigma, \sigma'} |\bar{u}_{\sigma'}(p') \gamma^0 u_{\sigma}(p)|^2 &= \frac{1}{2} \text{Tr}(\not{p}' + m) \gamma^0 (\not{p} + m) \gamma^0 \\ &= 4m^2 + 4\vec{p}^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

Dabei ist  $\theta$  der Winkel zwischen  $\vec{p}$  und  $\vec{p}'$ .

### Aufgabe 3 Tandem-Beschleuniger

Bei einem Tandem-Beschleuniger werden zunächst einfach negativ geladene Ionen erzeugt. Diese durchlaufen einmal die Beschleunigungsspannung. Danach treffen sie auf eine Stripperfolie, in der Elektronen abgestreift werden. Die nun positiv geladenen Ionen durchlaufen die gleiche Beschleunigungsspannung noch einmal. Der Tandembeschleuniger des Maier-Leibnitz-Labors in Garching hat eine maximale Terminalspeisung von 14 MV.



- Welche maximale Energie kann für p, d,  $^4\text{He}$  ( $\alpha$ -Teilchen) bzw.  $^7\text{Li}$  erreicht werden (vollständige Ionisation in der Stripperfolie kann angenommen werden)?
- Schätzen sie mit dem Bohrkriterium ab, bis zu welchem Element eine vollständige Ionisation in der Stripperfolie noch erreicht werden kann. Das Bohrkriterium besagt, dass beim Durchgang von Atomen bzw. Kernen mit der Geschwindigkeit  $v_{ion}$  durch Materie Elektronen aus denjenigen Bindungszuständen mit großer Wahrscheinlichkeit herausgeschlagen werden, in denen ihre mittlere Geschwindigkeit kleiner als  $v_{ion}$  ist.

In einfacher Näherung gilt empirisch:

$$\bar{q} \approx \frac{v_{ion}}{v_0} \sqrt{Z} \quad \text{mit} \quad v_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar}$$

$v_0$  der Bohr'schen Geschwindigkeit des im Atom umlaufenden Elektrons und  $\bar{q}$  den mittleren erreichbaren Ladungszustand.

- Am Tandembeschleuniger in Garching soll ein  $^{238}\text{U}$ -Strahl bei der maximalen Terminalspeisung von 14 MV beschleunigt werden (unter reale Bedingungen ist der Ladungszustand  $13^+$  am häufigsten). Um die gewünschte Teilchensorte (im richtigen Ladungszustand) auszuwählen, wird der Strahl mit Hilfe des Analysiermagneten um  $90^\circ$  umgelenkt (max. Biegekräft  $B \cdot r \approx 1.6 \text{ Tm}$ ). Reicht das für den oben genannten Strahl aus?
- Die Limitierung durch die Biegekräft des Analysiermagneten läßt sich teilweise umgehen, wenn auch auf Kosten der erreichbaren Strahlintensität. (Tipp: Nach der Beschleunigungsstrecke im Tank kann ein weiterer Folienstripper hinzugeschalten werden). Diskutieren sie wie man dies erreicht.