

Nukleon-Nukleon Wechselwirkung

①

- Aufbau der Kerne ist Kernkraft verantwortlich. Kernkraft = WW zw. Nukleonen
- Tröpfchenmodell: Kernkräfte immer zwischen zwei Nukleonen. Ansonsten wäre Bindungsenergie pro Nukleon nicht nahezu konstant.
=> „Austauschkraft“ zw. zwei Nukleonen
- Reichweite von gleicher Größenordnung wie Durchmesser der Nukleonen
- Nukleonen im Kern: Beschreibung durch freie Nukleonen in einem Potentialtopf („entartetes Fermigas“)
- Es ist nicht möglich aus Eigenschaft der Kerne direkt auf die Form des Nukleon-Nukleon-Potentials zu schließen.

=> Bestimmung des NN-Potentials aus Analyse von Zweikörpersystemen:
NN-Streuung und gebundenen Proton-Neutron Zustand (D)
Vorl. Übungsaufgabe

NN- Streuung

Bei niedrigen Energien (unterhalb der Pionproduktionschwelle $E < m_\pi c^2 \approx 10^2 \text{ MeV}$) ist NN-Streuung rein elastisch.

Streuung kann mit nicht-relativistischer QM beschrieben werden.

Nukleonen: punktförmig, strukturlos, Spin u. Isospin

[Starke Isospin: Proton u. Neutron sind zwei Zustände des gleichen Teilchens, des Nukleons, die mit \uparrow und \downarrow bezeichnet werden. Kernkräfte sind unabhängig davon, ob es sich um ein \uparrow oder \downarrow Zustand handelt. Math. äquivalent mit Drehimpuls: $J = \frac{1}{2}$, $J_3 = \pm \frac{1}{2}$

Proton $J_3 = +\frac{1}{2}$ (uud)

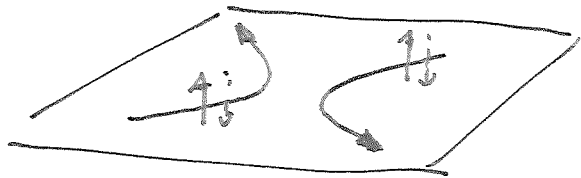
Neutron $J_3 = -\frac{1}{2}$ (udd)

u-Quark $J_3 = +\frac{1}{2}$

d-Quark $J_3 = -\frac{1}{2}$

Starke Isospin bleibt in starken WW erhalten]

Die Physik d. WW kann in Form eines Potentials dargestellt werden, (3)



Experimente mit polarisierten Nucleonen
 Streuung in $\uparrow\downarrow$ (spin) und in $\uparrow\uparrow$ Konfiguration für Proton \uparrow und Neutron \downarrow (isospin)

Experimente zeigen, daß Streuamplitude vom Gesamtspin und Gesamtisospin der Nucleonen abhängt.

Stationäre Behandlung der elastischen Streuung:

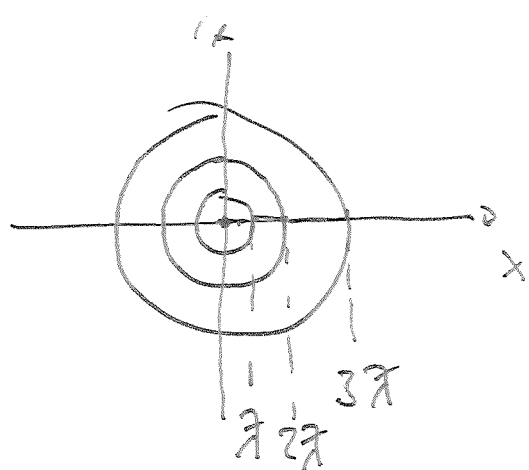
einlaufende ebene Welle e^{ikz} überlagert mit auslaufender Kugelwelle $\frac{e^{ikr}}{r}$

Faktor $\frac{1}{r}$ zur Erhaltung d. Teilchenzahl



Totale WF:
$$\psi_T(\vec{r}) = A \left[e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \right]$$

Zusammenhang zw. experimentelle Beobachtungsgröße $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ und $f(\theta)$



$$p = \hbar k = \frac{\hbar}{\lambda}$$

Ein Abstand $b = l \lambda$ einfallendes Teilchen hat daher Bahndrehimpuls $\vec{b} \times \vec{p} \approx p b = \frac{\hbar}{\lambda} l \lambda = \hbar l$

Relativimpuls von $< 100 \text{ MeV}/c$
 Potentialreichweite von $a = 2 \text{ fm}$

$$\Rightarrow l \leq \frac{p \cdot a}{\hbar} = \frac{100 \text{ MeV} \cdot 2 \text{ fm}}{200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}} = 1$$

für $< 100 \text{ MeV}/c$ s-Wellenstreuung ($l=0$) dominiert!

Entwicklung von ψ nach EF des Drehimpulses (siehe z. Bsp. Rayer-Kuchuk)

Für den Fall elast. Streuung (für große Abstände von Streuzentrum)

gilt:

$$f(\Theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \Theta)$$

\uparrow Phasenfaktor \uparrow Amplitude

$$\text{wobei } k = \frac{1}{\lambda} = \frac{|\vec{p}|}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Teilchendichte $P = \psi^* \psi$; Stromdichte einlaufende Welle
 $j_e = \sigma_e P = \frac{1}{2} \sigma_e |A e^{ikz}|^2 = \underline{A^2 \sigma_e}$

auslaufende Stromdichte durch Flächenelement dF
 $j_a dF = \sigma_a |\psi_a|^2 dF = \sigma_a |A f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}|^2 dF$
 $= \underline{\sigma_a A^2 |f(\theta)|^2 \frac{dF}{r^2}}$

$$dF = r^2 d\Omega \Rightarrow \underline{\sigma_a A^2 |f(\theta)|^2 d\Omega}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{j_a}{j_e} \right) = |f(\theta)|^2$$

↑
experimentelle
Beobachtungsgröße

Problem besteht darin, für ein gegebenes Streupotential
die Amplitude $f(\theta)$ mit Hilfe der Schrödingers Gl zu berechnen.

Methode: Partikelwellenzersetzung, d. h. Entwicklung der gestreuten
Wellen nach Anteilen mit festem Drehimpuls l

δ_0 : Phasenverschiebungswinkel \mathbb{R}

P_l : Eigenfunktion zum Drehimpuls l
in Form des Legendre-Polynoms l -ter Ordnung

δ_0 beschreibt Phasenunterschied zwischen der am Potential gestreuten Welle und der ungestreuten Welle. δ_0 enthält die Information über Form und Stärke des Potentials

s-Welle : $\Rightarrow f(\theta) \approx \frac{1}{k} e^{i\delta_0} \sin \delta_0$

Messung $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$

Bestimmung der Phasenverschiebung aus Experiment ; Vergleich mit Phasenverschiebung berechnet aus konkreten Potentialverlauf
(\Rightarrow Variation) \Rightarrow Bestimmung des zugehörigen Potentialverlaufs.

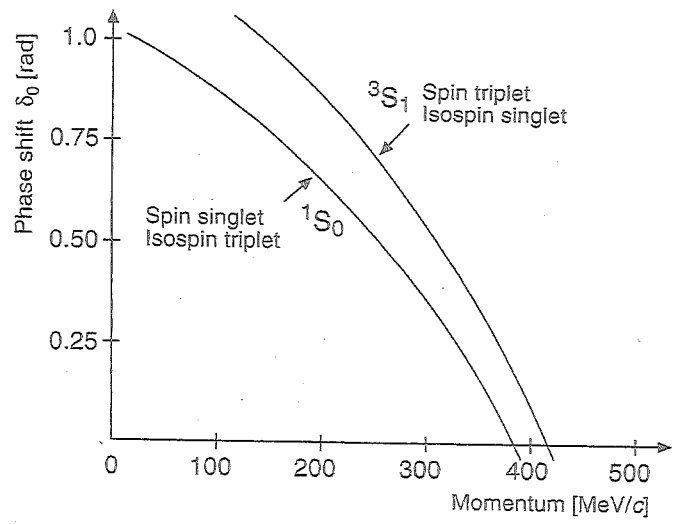


Fig. 16.1. The phase shift δ_0 as determined from experiment both for the spin triplet-isospin singlet 3S_1 and for the spin singlet-isospin triplet 1S_0 systems plotted against the relative momenta of the nucleons. The rapid variation of the phases at small momenta is not plotted since the scale of the diagram is too small.

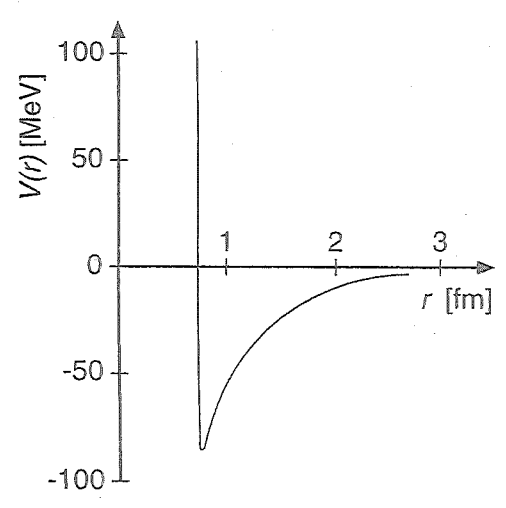


Abb. 16.4. Schematische Darstellung der radialen Abhängigkeit des Nukleon-Nukleon-Potentials für $\ell = 0$. Die Spin- und Isospinabhängigkeit des Potentials ist hier nicht dargestellt.

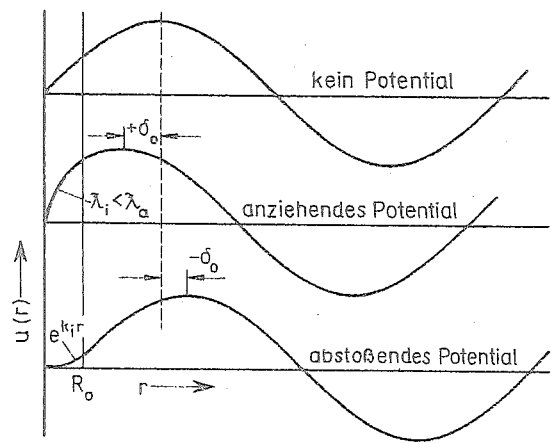


Fig. 56
Wirkung der Potentialform auf die
Phasenverschiebung δ_0

$$\delta_0 = \arctan \left[\frac{\sqrt{E}}{E+|V|} \tan \left(\frac{2mc^2(E+|V|)^{1/2} \cdot a}{\hbar c} \right) - \frac{\sqrt{2mc^2 E} \cdot a}{\hbar c} \right]$$

(Mayer-Kuckuck)

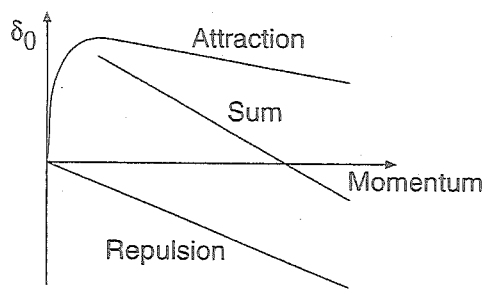


Fig. 16.3. Superposition of negative and positive scattering phases δ_0 plotted against the relative momenta of the scattered particles. The resulting effective δ_0 is generated by a short distance repulsive and a longer range attractive nucleon-nucleon potential.

(Povh)

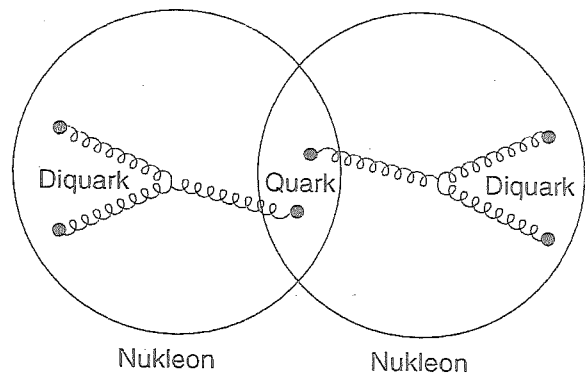


Abb. 16.8. Quarkkonfiguration im Bild der kovalenten Bindung. Bei großen Abständen, wenn die Nukleonen gerade überlappen, kann man die beiden Nukleonen als Diquark-Quark-Systeme auffassen.

16.3 Charakter der Kernkraft 247

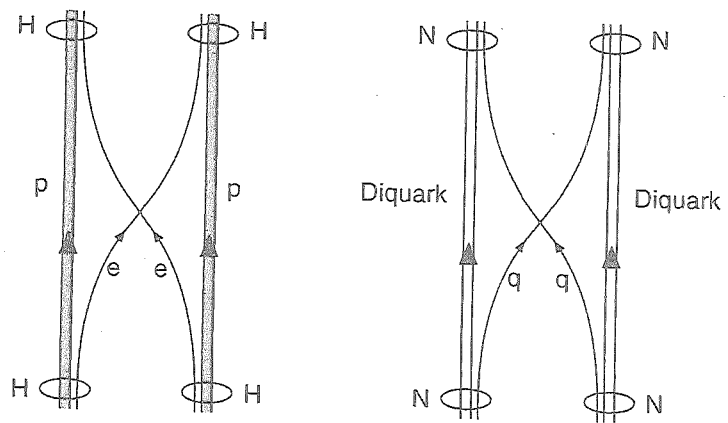


Abb. 16.9. Symbolische Darstellung der kovalenten Bindung im Wasserstoffmolekül (*links*) und im 2-Nukleonen-System (*rechts*). Die Zeitachse verläuft in dieser Darstellung vertikal nach oben. Der Elektronenaustausch beim Wasserstoffmolekül entspricht einem Quarktausch beim Nukleonsystem.

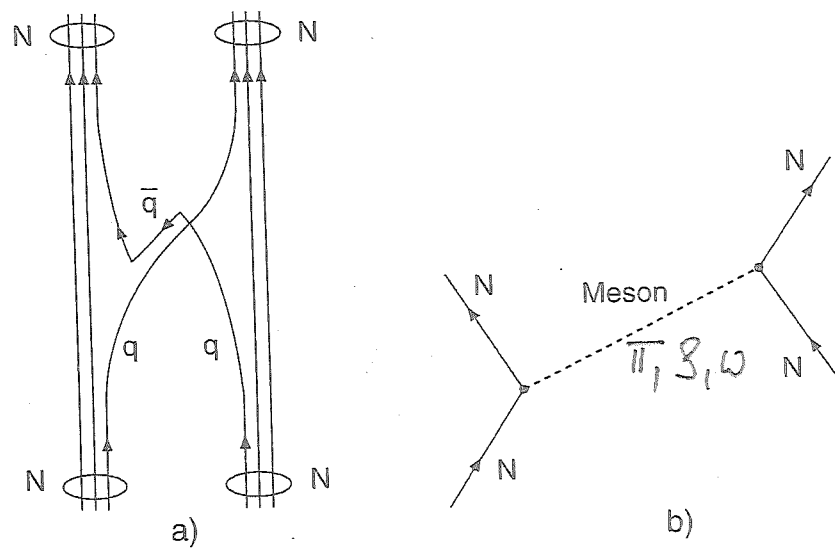


Abb. 16.10. (a) Darstellung des Quark-Austausches zwischen Nukleonen, vermittelt durch den Austausch von Quark-Antiquark-Paaren. Antiquarks werden in dieser Skizze als in der Zeit „zurücklaufende“ Quarks dargestellt. (b) Weitgehend äquivalent hierzu ist der Austausch eines Mesons.

Yukawa:

Yukawa-Potential

für U + schneller als
als Coulomb-Potential

$$V(r) = V_0 \frac{e^{-r/\lambda}}{r}$$