

Wiederholung

①

Einheiten:

Länge: Femtometer (fm, auch Fermi) : 10^{-15} m

Energie: Elektronenvolt (eV)

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

keV, MeV, GeV, TeV, PeV, ...
 10^3 10^6 10^9 10^{12} 10^{15}

Massen: von Teilchen werden gemäß

Massen-Energie-Äquivalenz $E = mc^2$

in eV/c^2 , bzw. MeV/c^2 , GeV/c^2

Wichtige Beziehung: $\hbar c \approx 197 \text{ MeV fm}$
(200)

Vierer Vektoren :

(2)

$$\text{Ort : } x = (ct, \vec{x})$$

$$\text{Impuls: } p = (E/c, \vec{p})$$

Skalarprodukt zweier Vierervektoren a und b

$$a \cdot b = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

Skalarprodukt zweier Vierervektoren ist Lorentz-invariant!

$$\text{z.Bsp. } p^2 = p \cdot p = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = \text{const}$$

Im Ruhesystem gilt $\vec{p} = \emptyset$ und

$$p^2 = \frac{E^2}{c^2} = \frac{m^2 c^4}{c^2} = m^2 c^2$$

$$m = \sqrt{\frac{p^2}{c^2}}$$

„invariante Masse“

$$E^2 - \vec{p}^2 c^2 = m^2 c^4$$

$$\text{Gesamtenergie } E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

(3)

$$p = |\vec{p}|$$

Elektron ($m_0 c^2 = 511 \text{ keV}$) mit

$pc \approx 200 \text{ keV}$ ist

$$E \approx pc = 200 \text{ keV}$$

Photon ($m = 0$) : $E = pc$

Für $pc \ll m_0 c^2$ gilt

$$E \approx m_0 c^2 + \frac{p^2}{2m_0} \quad (\text{nicht rel. Näherung})$$

Geschwindigkeit $\beta := v/c$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Rightarrow E = \gamma m_0 c^2$$

$$p = \gamma m_0 v$$

Drehimpuls

klassisch: $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$

quant. mech.: $\hat{L} = -i\hbar (\hat{r} \times \nabla)$

Erwartungswert: $\langle \hat{L} \rangle = l(l+1)\hbar^2$

$$\langle L_z \rangle = m\hbar$$

mit $m = -l, -l+1, \dots, +l$

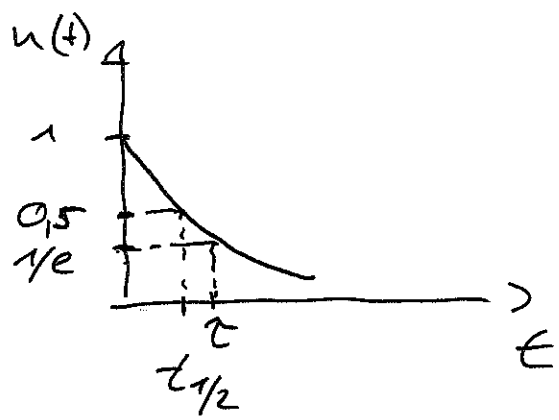
Halbwertszeit und Aktivität

$$A = -\frac{dn}{dt} = \lambda n(t)$$

mit $n(t)$: Zahl der vorhandenen Kerne und $n_0 = n(t=0)$

$$\Rightarrow A(t) = \lambda n(t) = \lambda n_0 e^{-\lambda t}$$

Lebensdauer $\tau = \frac{1}{\lambda}$ und Halbwertszeit $t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$



Einheit:

1 Bq (Becquerel)

1 Bq = 1 Zerfall / sec

Welle-Teilchen Dualismus: Teilchen mit Impuls \vec{p} , Wellenlänge $\vec{\lambda}$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \hbar}{p} = \frac{h}{p} \quad (\text{De Broglie})$$

2. Atom und seine Bausteine

Elektron (1897, Thomson)

(1910 Millikan)

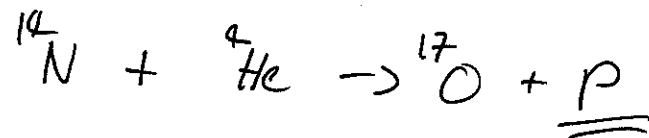
Kathodenstrahl

Bestimmung d. Elementarladung

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 511 \text{ keV}/c^2$$

Proton (Rutherford)



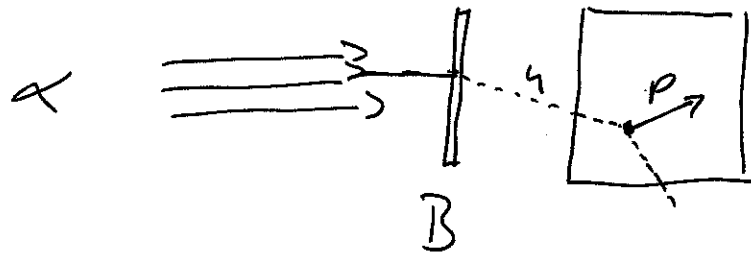
Ladungszahl Z : Zahl d. Protonen im Atomkern ②

Röntgenübergänge von der L - zur K -Schale
Messung d. Energie

$$E(K_\alpha) \approx \frac{1}{2} \alpha m_e c^2 (Z-1)^2$$

$$\alpha = \frac{1}{137}$$

Neutron (Chadwick 1932) :



Aus Stoßgesetz

$$m_n \approx m_p$$

heute : $m_p = 938.272 \text{ MeV}/c^2$

$$m_n = 939.565 \text{ MeV}/c^2$$

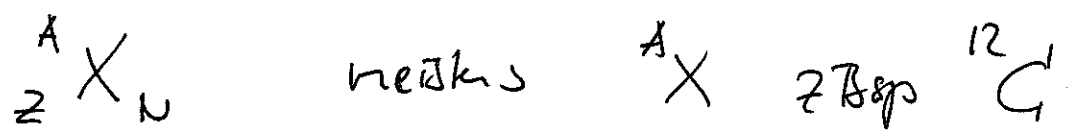
Warum sind Neutronen quasi lichtlos ?

Massenzahl A :

Z : Anzahl der Protonen im Kern

N : Anzahl der Neutronen "

$A := Z + N$ (Anzahl d. Nukleonen)



Isobare : Kerne mit gleicher Massenzahl A

Isotope : Kerne " " Ladungszahl ${}^{12}_6 C, {}^{14}_6 C, \dots$

Isotone : " " " Neutronenzahl

Massen defekt :

$M({}^A_Z X_N) < [Z \cdot m({}^1_1 H) + N m_n]$

mit $m({}^1_1 H) = m_p + m_e$

=> Bindungsenergie des Kerns

(Differenz d. Summe der Ruhemassen aller Bestandteile u. des gesamten Atoms)

$$B = \Delta mc^2 \quad (\text{üblicherweise in Masse-Einheiten}) \\ \Rightarrow B = \Delta m)$$

$$B(Z, A) = [Z m(^1\text{H}) + (A-Z) m_n - m(A, Z)]$$

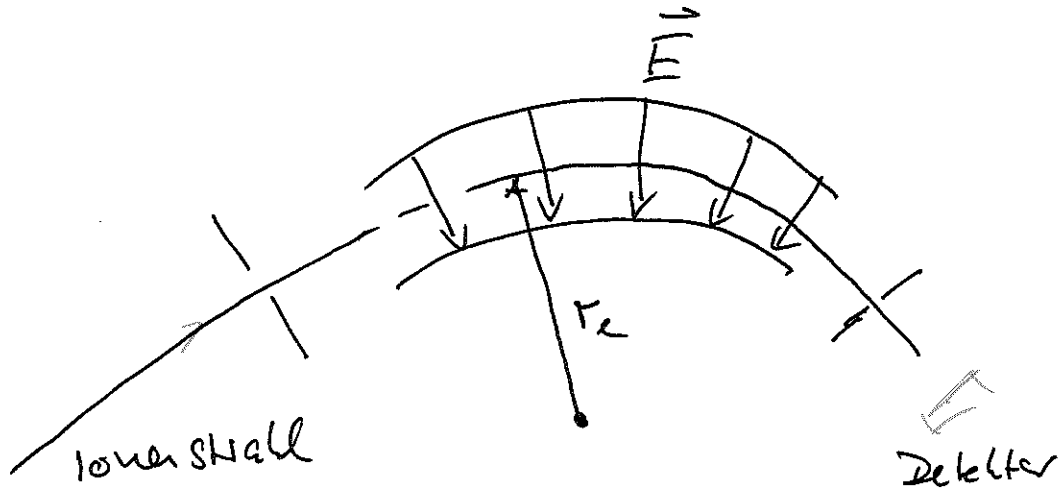
N.B. Bindungsenergie des H -Atoms (13,6 eV) ist vernachlässigbar klein

Separationsenergie: Energie, um 1 Nukleon vom Kern zu entfernen

$$\text{Neutron: } S_n = [m(Z, A-1) - m(Z, A) + m_n] \\ = B(Z, A) - B(Z, A-1)$$

$$\text{Proton: } S_p = B(Z, A) - B(Z-1, A-1)$$

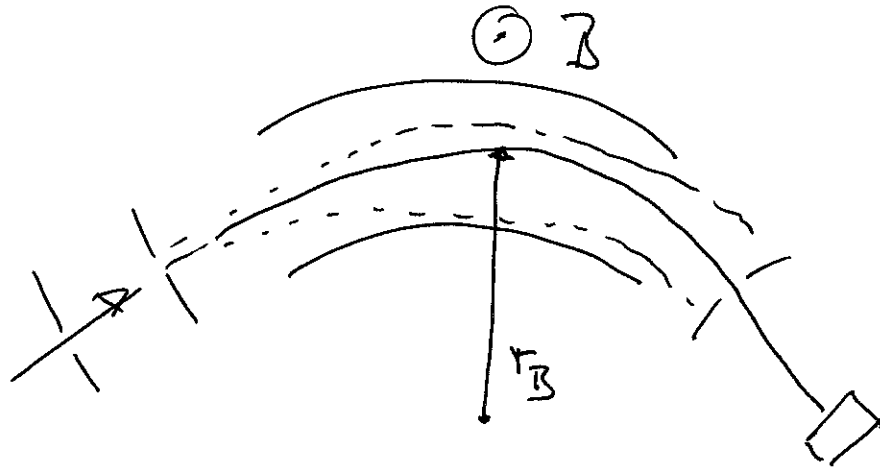
Massenspektrometrie



$$Q \cdot |\vec{E}| = \frac{mv^2}{r_e}$$

$$\Rightarrow r_e = \frac{m}{Q} \frac{v^2}{|\vec{E}|} \sim E_{kin}$$

(Energie selection)



$$Q v B = \frac{mv^2}{r_B}$$

$$\Rightarrow r_B = \frac{m}{Q} \frac{v}{B} \sim p$$

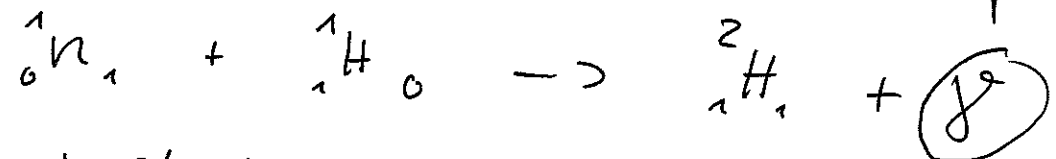
(Impuls selection)

Merke : Kombinierte E und B Felder
Höchste Genauigkeit mittels Falle (Penningfalle)
 \Rightarrow ev Genauigkeit

Massenbestimmung durch Kernreaktionen

Bindungsenergie des Deuterons

thermische ($E_{kin} \approx 25 \text{ meV}$) n-Einfang in H:



Messung d. γ -Energie in Halbleiterdetektoren

$$B = E_\gamma + E_{Rückstoß}$$

$$E_\gamma = \underbrace{(m_n + m_H - m_{2H}) c^2}_{\text{Bindungsenergie des Deuterons}} - \frac{E_\gamma^2}{2 m_{2H} c^2}$$

Messung \uparrow

Bindungsenergie des Deuterons

$$p_D = p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}$$

$$E_R = \frac{p_D^2}{2 m_D} = \frac{E_\gamma^2}{2 m_D c^2}$$

$$B (Z=1, A=2) \approx 2,22 \text{ MeV} = E_\gamma$$

Rückstoßenergie $\sim 10^{-3}$

Methode insbesondere für kurzlebige Kerne

Wärzöcher Nassformel (1935)

Empirischer Ansatz um experimentellen Befund von $B(z, A)$ zu beschreiben:

Volumenformel:

B/A nahe zu konstant für große Werte von A

\Rightarrow Reichweite der Kernkraft ist kurz (\approx Nukleonabstände)

(Ansonsten müsste B proportional zu $A(A-1)$

„Sättigung“ führt zu konstanter Dichte und $A \propto R^3$

$\Leftrightarrow R \propto A^{1/3}$