Weizsäcker Massenformel (1935)

(1)

Empirischer Ansatz experimentellen Befund $B(Z,A)$ zu beschreiben.
Gibt keine Antwort was den Kern zusammen hält!

$$M(Z,A) = Z(M_p + m_e) + N M_n - B(Z,A)$$

· Volumenterm: $B/A \sim$ konstant für große A

$\Rightarrow$ führt zu konstanter Dichte und $A \propto R^3$

$R \propto A^{1/3}$

$$B_V(Z,A) = a_V \cdot A$$

Volumenterm

$$\rho_n \approx 0{,}17 \text{ Nukleonen}/fm^3 = 3 \cdot 10^{17} \frac{kg}{m^3}$$

· Oberflächenterm: „Für Nukleonen an der Oberfläche" ist die Bindungsenergie reduziert

$$B_S \propto R^2 \sim A^{2/3} \quad ; \quad B_S = -a_S A^{2/3}$$

• **Coulombterm:** Elektrische Abstoßung der Protonen im Kern führt zu weiterer Reduzierung d. Bindungsenergie

$$B_C = -\frac{3}{5}\frac{(eZ)^2}{R} = -a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

• **Assymetrieterm:** um Coulomb-Abstoßung ~~[illegible]~~ zu reduzieren, => Einlagerung von Neutronen

$$B_A = -a_a \frac{(N-Z)^2}{4A}$$

• **Paarungsterm:** Bindungsenergie wird sprunghaft erniedrigt, wenn je eine gerade Zahl von p (n) mit einem weiteren p (n) aufgefüllt wird.

$$B_P = \pm \delta \frac{1}{\sqrt{A}}$$

$$\delta = \begin{cases} -11{,}2\,\mathrm{MeV} & \text{für gg-Kerne} \\ 0 & \text{für ug-Kerne} \\ +11{,}2\,\mathrm{MeV} & \text{für uu-Kerne} \end{cases}$$

g: gerade
u: ungerade
Anzahl v. Nukleonen

$$\Rightarrow \quad m(A,Z) = N m_n + Z m_p + Z m_e$$
$$- \left(a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} \pm \frac{\delta}{A^{1/2}} \right)$$

wobei: $a_V = 15{,}67$ MeV
$a_S = 17{,}23$ MeV
$a_C = 0{,}714$ MeV
$a_a = 93{,}15$ MeV
δ = siehe Oben

$\boxed{\text{Bild}}$

- für leichte Kerne ist $N \simeq Z$
- für schwere Kerne wird Coulomb Abstoßung groß und $N > Z$
- $B_N < 0$ für große Neutronenüberschuß $\Rightarrow$ n-Emission / β-Zerfall (n-instabil)
- $B_p < 0$ für Protonenüberschuß $\Rightarrow$ p-instabil

Kerne mit n-Überschuß (also $B_n > 0$) unterliegen β-Zerfall
(B_n, $B_p > 0$: „quasi stabile Kerne")

$$ {}^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu}_e $$

d.h. im inneren eines Kerns: $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$

z. Bsp auch das freie Neutron ist β-instabil

$$T_{1/2} \simeq 15 \text{ min}$$

$$Q/c^2 = m_n - m_p - m_e = (939{,}57 - 938{,}27 - 0{,}511) \text{ MeV}/c^2$$

$$\Rightarrow Q \simeq 0{,}79 \text{ MeV}$$

N.B. $T_{1/2} \gg$ elektromagnet. Prozesse

Die dem β-Zerfall zugrunde liegende Kraft ist die schwache Wechselwirkung

$$\Delta E = \underbrace{\{ M(Z,A) - Z m_e \}}_{\text{Masse Mutterkern}} - \underbrace{[M(Z+1,A) - (Z+1) m_e}_{\text{Masse Tochterkerns}} + \underbrace{m_e}_{\beta}]$$

$$= M(Z,A) - M(Z+1,A)$$

<u>β^--Zerfall:</u> falls $M(Z,A) > M(Z+1,A)$

Kerne mit Protonenüberschuß

Zerfall entweder

(A) $\quad {}^{A}_{Z}X_{N} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}X_{N+1} + e^{+} + \nu_e$

$$\text{"}p\text{"} \rightarrow \text{"}n\text{"} + e^{+} + \nu_e$$

N.B. Das freie Proton zerfällt <u>nicht</u> über diesen Weg

weil $Q = (m_p - m_n - m_e) = -1{,}81$ MeV

$$\Delta E = \{ [m(Z,A) - Zm_e] - [m(Z-1,A) - (Z-1)m_e + m_e] \}$$
$$= \{ m(Z,A) - m(Z-1,A) - 2m_e \} > 0$$

β^+ - Zerfall falls $\Delta E > 0$ bzw. $m(A,Z) > m(A,Z-1) + 2m_e$

oder

(B) über Elektroneneinfang:

$$^A_Z X_N + e^- \longrightarrow {}^A_{Z-1}Y_{N+1} + \nu_e$$

("p" $+ e^- \rightarrow$ "n" $+ \nu_e$ im Innern eines Kerns)

K-Elektronen haben hohe Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Kern ⇒ bevorzugt eingefangen

$$\Delta E = (m(Z,A) - m(Z-1,A))$$

EC (Elektroneneinfang : $m(A,Z) > m(A,Z-1) + \varepsilon$
Electron capture

ε: Anregungsenergie d. Atomhülle (Loch)

β^+ Zerfall und EC führen auf den selben Tochterkern; β^+ und EC stehen in Konkurrenz. EC findet nur dann alleine statt, wenn die Massendifferenz zwischen $0, 2m_e$ liegt.

$\beta^\pm$, EC : Prozesse d. schw. WW

Energetik des β-Zerfalls (β^-, β^+, EC)

β-Zerfall: Nukleonenzahl A bleibt konstant.

Mutter - Tochter (Progenitor - Progeny) sind Isobare

$$m(Z,A) = \alpha A - \beta Z + \gamma Z^2 + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

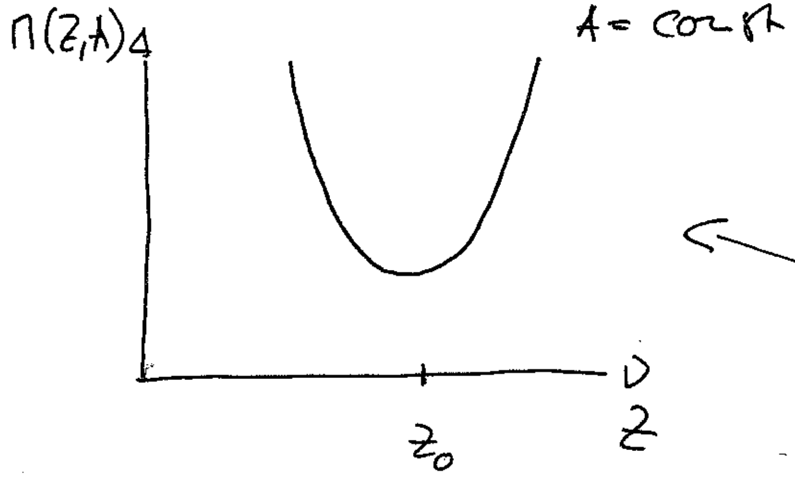
$$\alpha = m_n - a_v + a_s A^{-1/3} + \frac{a_a}{4}$$

$$\beta = a_a + (m_n - m_p - m_e)$$

$$\gamma = \frac{a_a}{A} + \frac{a_c}{A^{1/3}}$$

δ : wie oben

m(Z,A) BL quadratisch in Z



Um M(Z,A) bei konst. A als Funktion von Z sind zwei Fälle zu unterscheiden bei ug- und gu-Kernen $\delta = 0$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial Z}\right)_A = \beta + 2\gamma Z_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_0 = -\frac{\beta}{2\gamma}$$

Bei uu-Kerne : $+\delta$
gg-Kerne : $-\delta$

Paarungsenergie $\pm\delta$ führt zu zwei parallel verschobene Parabeln