

---

**Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik I**  
**Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik**  
**Wintersemester 2013/14**

---

Blatt Nr. 2

22. Oktober 2013

### Aufgabe 1 Weizsäckersche Massenformel

Im Jahre 1935 stellte C. F. von Weizsäcker mit einem einfachen phänomenologischen Modell eine semiempirische Formel zur Beschreibung der Bindungsenergien auf:

$$BE(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z-A/2)^2}{A} \pm \delta \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{a_P}{A^{1/2}}$$

Die folgenden Koeffizienten wurden an die gemessene Massen von vielen Isotopen angepasst:

Volumenterm:  $a_V = 15.85 \text{ MeV}/c^2$

Oberflächenterm:  $a_S = 18.34 \text{ MeV}/c^2$

Coulombterm:  $a_C = 0.71 \text{ MeV}/c^2$

Asymmetrieterm:  $a_A = 92.84 \text{ MeV}/c^2$

Paarungsenergie:  $a_P = 12.0 \text{ MeV}/c^2$ , '++' (gg-Kerne), '0' ug-, gu- Kerne, '--' uu-Kerne.

- (a) Berechnen sie die totale Bindungsenergie und die Bindungsenergie pro Nukleon für die folgenden Isotope:  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^{20}\text{Ne}$ ,  ${}^{56}\text{Fe}$  und  ${}^{235}\text{U}$ . Wie verhalten sich die Werte mit wachsendem  $A$ ?
- (b) Betrachten Sie Kerne mit gleicher Massenzahl  $A$  (sog. Isobare) und geben Sie die Massenformel reduziert auf die Abhängigkeit von  $Z$  an. Skizzieren Sie den Verlauf der Bindungsenergie in Abhängigkeit von  $Z$  für die Isobaren der Massenzahlen  $A = 40, 76$  und  $101$ . Geben Sie an, welche Kerne überhaupt existieren und welche stabil sind.

### Aufgabe 2 : Energetik des $\beta$ -Zerfalls

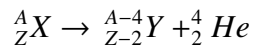
Beim  $\beta^-$ -Zerfall zerfällt ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Anti-Neutrino bzw. beim  $\beta^+$ -Zerfall zerfällt ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino (im Folgenden sei das Neutrino als masselos angenommen).

- a. Berechnen sie die Energie, die beim Zerfall des freien Neutrons frei wird, der sog. Q-Wert (Masse des Neutrons =  $939.6 \text{ MeV}/c^2$ ).
- b. Welche energetischen Bedingungen müssen erfüllt sein, damit ein Neutron oder ein Proton innerhalb eines Kerns zerfällt (mit atomaren Massen rechnen)?
- c. Alternativ zum  $\beta^+$ -Zerfall kann ein Proton auch ein Hüllenelektron einfangen, der sog. EC-Prozess oder K-Einfang. Unter welchen energetischen Bedingungen ist das möglich?

---

### Aufgabe 3 Alphazerfall

- a. Berechnen Sie mit Hilfe der Weizsäcker-Formel allgemein der Q-Wert der Reaktion



Für welche Kerne ist  $\alpha$ -Zerfall energetisch möglich?

- b. Skizzieren Sie den Verlauf des Potentials für ein  $\alpha$ -Teilchen innerhalb und außerhalb des Kerns, wenn Sie ein konstantes Potential innerhalb des Kerns, und die Coulomb-Abstoßung außerhalb des Kerns berücksichtigen.
- c. Für ein im Kern befindliches  $\alpha$ -Teilchen mit  $E > 0$  gibt es eine endliche Wahrscheinlichkeit, die Coulombbarriere zu durchdringen (Tunnelwahrscheinlichkeit). Diese ist näherungsweise gegeben durch

$$T \simeq \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_R^D dr \sqrt{2mV(r) - E}\right)$$

Leiten Sie daraus einen Zusammenhang zwischen der Energie des  $\alpha$ -Teilchens und der Lebensdauer des Kerns ab (Geiger-Nuttall-Regel).

### Aufgabe 4 Coulomb-Energie

Bestimmen Sie die Coulomb-Energie eines klassischen Tropfens mit Radius  $R$  von Kernmaterie mit homogener Protonendichte  $\rho_p$  in folgenden Schritten:

- a. Berechnen Sie das Coulombpotential  $V_C(r)$  das ein Proton im Inneren dieses Tropfens spürt.
- b. Vernachlässigen Sie die Selbstwechselwirkung und bestimmen Sie die Coulombenergie des Gesamtsystems durch Wichtung dieses Potentials mit Dichte.
- c. Machen Sie einen Vorschlag, wie man die Selbstwechselwirkung berücksichtigen könnte.