
Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik I
Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik
Wintersemester 2013/14

Blatt Nr. 2

22. Oktober 2013

Aufgabe 1 Weizsäckersche Massenformel

Im Jahre 1935 stellte C. F. von Weizsäcker mit einem einfachen phänomenologischen Modell eine semiempirische Formel zur Beschreibung der Bindungsenergien auf:

$$BE(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z-A/2)^2}{A} \pm \delta \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{a_P}{A^{1/2}}$$

Die folgenden Koeffizienten wurden an die gemessene Massen von vielen Isotopen angepasst:

Volumenterm: $a_V = 15.85 \text{ MeV}/c^2$

Oberflächenterm: $a_S = 18.34 \text{ MeV}/c^2$

Coulombterm: $a_C = 0.71 \text{ MeV}/c^2$

Asymmetrieterm: $a_A = 92.84 \text{ MeV}/c^2$

Paarungsenergie: $a_P = 12.0 \text{ MeV}/c^2$, '++' (gg-Kerne), '0' ug-, gu- Kerne, '--' uu-Kerne.

- (a) Berechnen sie die totale Bindungsenergie und die Bindungsenergie pro Nukleon für die folgenden Isotope: ${}^7\text{Li}$, ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{56}\text{Fe}$ und ${}^{235}\text{U}$. Wie verhalten sich die Werte mit wachsendem A ?
- (b) Betrachten Sie Kerne mit gleicher Massenzahl A (sog. Isobare) und geben Sie die Massenformel reduziert auf die Abhängigkeit von Z an. Skizzieren Sie den Verlauf der Bindungsenergie in Abhängigkeit von Z für die Isobaren der Massenzahlen $A = 40, 76$ und 101 . Geben Sie an, welche Kerne überhaupt existieren und welche stabil sind.

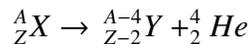
Aufgabe 2 : Energetik des β -Zerfalls

Beim β^- -Zerfall zerfällt ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Anti-Neutrino bzw. beim β^+ -Zerfall zerfällt ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino (im Folgenden sei das Neutrino als masselos angenommen).

- a. Berechnen sie die Energie, die beim Zerfall des freien Neutrons frei wird, der sog. Q-Wert (Masse des Neutrons = $939.6 \text{ MeV}/c^2$).
- b. Welche energetischen Bedingungen müssen erfüllt sein, damit ein Neutron oder ein Proton innerhalb eines Kerns zerfällt (mit atomaren Massen rechnen)?
- c. Alternativ zum β^+ -Zerfall kann ein Proton auch ein Hüllenelektron einfangen, der sog. EC-Prozess oder K-Einfang. Unter welchen energetischen Bedingungen ist das möglich?

Aufgabe 3 Alphazerfall

- a. Berechnen Sie mit Hilfe der Weizsäcker-Formel allgemein der Q-Wert der Reaktion



Für welche Kerne ist α -Zerfall energetisch möglich?

- b. Skizzieren Sie den Verlauf des Potentials für ein α -Teilchen innerhalb und außerhalb des Kerns, wenn Sie ein konstantes Potential innerhalb des Kerns, und die Coulomb-Abstoßung außerhalb des Kerns berücksichtigen.
- c. Für ein im Kern befindliches α -Teilchen mit $E > 0$ gibt es eine endliche Wahrscheinlichkeit, die Coulombbarriere zu durchdringen (Tunnelwahrscheinlichkeit). Diese ist näherungsweise gegeben durch

$$T \simeq \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_R^D dr \sqrt{2mV(r) - E}\right)$$

Leiten Sie daraus einen Zusammenhang zwischen der Energie des α -Teilchens und der Lebensdauer des Kerns ab (Geiger-Nuttall-Regel).

Aufgabe 4 Coulomb-Energie

Bestimmen Sie die Coulomb-Energie eines klassischen Tropfens mit Radius R von Kernmaterie mit homogener Protonendichte ρ_p in folgenden Schritten:

- a. Berechnen Sie das Coulombpotential $V_C(r)$ das ein Proton im Inneren dieses Tropfens spürt.
- b. Vernachlässigen Sie die Selbstwechselwirkung und bestimmen Sie die Coulombenergie des Gesamtsystems durch Wichtung dieses Potentials mit Dichte.
- c. Machen Sie einen Vorschlag, wie man die Selbstwechselwirkung berücksichtigen könnte.