
Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik I
Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik
Wintersemester 2013/14

Blatt Nr. 3

28. Oktober 2013

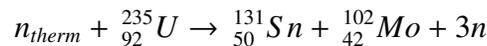
Aufgabe 1 Kernspaltung

Die Bindungsenergie von Kernen wird gut durch die auf dem Tröpfchenmodell beruhende Weizsäckerformel beschrieben

$$E_B = a_V \cdot A - a_O \cdot A^{2/3} - a_C \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{4A} \pm \delta \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{a_P}{\sqrt{A}}$$

mit $a_V = 15.9$ MeV, $a_O = 18.3$ MeV, $a_C = 0.71$ MeV, $a_A = 93$ MeV, $a_P = 11.5$ MeV, wobei hier gilt '+' für gg-Kerne, '0' für ug- und gu- Kerne, '-' für uu-Kerne.

- Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Formel eine Beziehung zwischen A und Z , die beschreibt, wann die symmetrische Spaltung eines Kerns (A, Z) in zwei Tochterkerne ($A/2, Z/2$) möglich ist. Vernachlässigen Sie hierfür die Asymmetrie- und Paarungsenergie.
- Diskutieren Sie den Verlauf des Kernpotentials abhängig vom Abstand der beiden Tochterkerne unter der Annahme, dass der kugelförmige Mutterkern sich zunächst zu einem Ellipsoid deformiert und dann in zwei kugelförmige Tochterkerne zerfällt. Wie ändern sich Oberflächenenergie und Coulombenergie?
- Betrachten Sie den Spaltprozess



Berechnen Sie mit Hilfe der Weizsäcker-Formel den Q -Wert der Reaktion.

- Bestimmen Sie die beim Einfang eines thermischen Neutrons (kinetische Energie vernachlässigbar) an ${}^{235}\text{U}$ und ${}^{238}\text{U}$ freiwerdende Energie, und vergleichen Sie diese mit der Spaltbarriere von ~ 5.5 MeV. Wie lässt sich dieses unterschiedliche Verhalten erklären?

Aufgabe 2 : Z-Boson-Zerfall

Ein ruhendes Z -Boson der Masse $M_Z = 91.188$ GeV zerfällt in ein $\tau^+\tau^-$ -Paar. Ein τ -Lepton hat die Masse $m_\tau = 1.777$ GeV.

- Berechnen Sie Energie und Impuls der Zerfallsprodukte (in GeV).
- Die mittlere Lebensdauer ruhender τ s beträgt 2.910×10^{-13} s. Wie weit kommen die τ s im Mittel?

Aufgabe 3 : Fermigasmodell

Die Anzahl der Zustände dn im Impulsintervall p bis $p + dp$ ergibt sich im Fermigasmodell für wechselwirkungsfreie Teilchen bei Temperatur $T = 0$ zu

$$dn = \frac{\tau p^2 dp}{2\hbar^3 \pi^2} \quad \text{mit dem Volumen } \tau \text{ im Ortsraum.}$$

- Zeigen sie, dass sich alleine aus der Kenntnis der Konstante r_0 mit der Parametrisierung für den Kernradius $R = r_0 A^{1/3}$ bereits die Fermienergie E_F bestimmen lässt. Berechnen sie E_F für $r_0 = 1.3$ fm. Welche Tiefe V_0 hat also der nukleare Potenzialtopf ungefähr?
- Berechnen sie die totale Energie E_T für einen symmetrischen Kern mit $Z = N$. Wann und warum wäre in diesem Fall ein asymmetrischer Kern mit der gleichen Massenzahl A instabil?
- Berechnen sie die mittlere Energie und den mittleren Impuls der Nukleonen im Kern. Welche Geschwindigkeit haben die Nukleonen? Ist eine nichtrelativistische Behandlung der Nukleonenbewegung im Kern gerechtfertigt? Wie lange dauert ein Umlauf unter der Annahme, das Nukleon würde auf einer Kreisbahn mit Kernradius umlaufen? Hat ein Nukleon überhaupt Platz im Kern? (Hinweis: Unschärferelation)
- Betrachten sie nun Protonen und Neutronen getrennt, da die Protonen aufgrund der Coulombabstossung in einem flacheren Potenzialtopf als die Neutronen sitzen.

Der Kern ^{208}Pb ist ein sehr stabiler Kern. Berechnen sie E_F für Protonen und Neutronen. Zeigen sie, dass die unterschiedlichen Werte mit der Coulombabstossung zwischen den Protonen quantitativ erklärt werden können.