

---

**Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik I**  
**Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik**  
**Wintersemester 2013/14**

---

Blatt Nr. 13

4. Februar 2014

### **Aufgabe 1 : Chandrasekhar-Grenzmasse**

Die Chandrasekhar-Grenzmasse ( $M_{Ch}$ ) ist die maximal mögliche Masse eines Weißen Zwerges bzw. eines Neutronensterns. Bei grösseren Massen kommt es zu einem Gravitationskollaps.  $M_{Ch}$  wird durch ein Gleichgewicht von Gravitationsenergie und Fermienergie der Elektronen bzw. Neutronen des Sterns bestimmt. Nehmen Sie für eine vereinfachte Abschätzung von  $M_{Ch}$  an, dass der Stern einen Radius  $R$  hat, und aus  $N$  Fermionen besteht.

- a. Schätzen Sie aus der Fermionendichte  $n$  und dem Pauliprinzip die Fermienergie der relativistischen Teilchen ab.
- b. Wie groß ist die Gravitationsenergie  $E_G$  pro Fermion? Hinweis: Zur Gravitationsenergie tragen im Wesentlichen nur Baryonen bei.
- c. Bestimmen Sie aus der Gesamtenergie des Sterns ( $E = E_F + E_G$ ) die maximale Baryonenzahl für das Gleichgewicht zwischen einem stabilem Zustand und einem Gravitationskollaps.
- d. Bestimmen Sie aus der maximalen Baryonenzahl die Grenzmasse  $M_{Ch}$  für einen weißen Zwerg bzw. Neutronenstern und geben Sie diese in Einheiten der Sonnenmasse an.

### **Aufgabe 2 Mößbauer-Effekt**

Der angeregte Zustand des Kerns  $^{57}\text{Fe}$  bei 14.4 keV hat eine Lebensdauer von  $1.4 \cdot 10^{-7}$  s und zerfällt unter  $\gamma$ -Emission.

- a. Berechnen Sie die Rückstoßenergie des Kerns und die Linienbreite der  $\gamma$ -Linie.
- b. Begründen Sie, wieso das  $\gamma$ -Quant nicht von einem weiteren ruhenden  $^{57}\text{Fe}$ -Kern absorbiert werden kann.
- c. Mit welcher Geschwindigkeit muss sich der zweite Kern bewegen, damit er das  $\gamma$ -Quant absorbieren kann? Vergleichen Sie das Ergebnis mit der thermischen Geschwindigkeit eines freien Kerns.
- d. Die Kerne seien in einem Kristallgitter mit einer Anregungsfrequenz für Gitterschwingungen von  $10^{-2}$  eV eingebaut. Wieso ist die rückstoßfreie Resonanzabsorption in diesem Fall möglich?
- e. Überlegen Sie sich ein Experiment, mit dem man die Gravitationsrotverschiebung von Photonen im Labor nachweisen kann.

---

### **Aufgabe 3 Deuteron-Theorie**

Behandeln Sie das Deuteron als dreidimensionales Kastenpotential mit einer Tiefe  $-V_0$  und einer Reichweite  $R$ .

- a. Geben Sie die Schrödinger-Gleichung an. Begründen Sie den verwendeten Massenwert in der Schrödinger-Gleichung.
- b. Nehmen Sie an, daß der Grundzustand kugelsymmetrisch ist. Bestimmen Sie die Wellenfunktion innerhalb und außerhalb des Potentials. Bestimmen Sie die Bindungsenergie  $B$  als Funktion von  $V_0$  und  $R$ . Zeigen Sie, daß  $B$  nur das Produkt  $V_0 R^2$  festlegt.
- c. Zeichnen Sie die Grundzustandswellenfunktionen. Schätzen Sie den Anteil der Zeit ab, den Neutron und Proton außerhalb ihrer gegenseitigen Anziehung verbringen. Warum zerfällt das Deuteron nicht in dieser Zeit?