
Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik II
Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik
Sommersemester 2012/13

Blatt Nr. 1

18. April 2013

Aufgabe 1 : Elektron-Quark-Streuung

Der allgemeine Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt einer Zweiteilchenreaktion $p_a + p_b \rightarrow p_1 + p_2$ ist gegeben durch

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^{-2}}{4 \sqrt{(p_a p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}} |\mathcal{M}|^2 \delta^4(p_1 + p_2 - p_a - p_b) \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0}$$

mit dem Matrixelement \mathcal{M} aus den Feynmanregeln.

- a. Bestimmen Sie den Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ im Schwerpunktsystem (CMS) für den speziellen Fall, dass alle Massen vernachlässigt werden können, $m_a = m_b = m_1 = m_2 = 0$. Der Streuwinkel θ ist dabei definiert als der Winkel zwischen \vec{p}_a und \vec{p}_1 .
- b. Betrachtet werde die Elektron-Quark-Streuung im CMS in der Hochenergienäherung, wo man alle Massen vernachlässigen kann, $e(p) + q(k) \rightarrow e(p') + q(k')$
Berechnen Sie den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dt}$ ausgedrückt in den Mandelstam-Variablen $s = (p + k)^2$, $t = (p - p')^2$, $u = (p - k')^2$.
- c. Was ändert sich am Ergebnis, wenn statt der Streuung am Quark die Streuung am Antiquark erfolgt?

Formeln zum Umgang mit Dirac-Matrizen und Spinoren (siehe Übungen im WS11/12)

$$(\bar{u}_1 \Gamma u_2)^* = \bar{u}_2 \bar{\Gamma} u_1$$

$$\sum_{\sigma} u_{\sigma}(p) \bar{u}_{\sigma}(p) = \not{p}, \quad \sum_{\sigma} v_{\sigma}(p) \bar{v}_{\sigma}(p) = \not{p}$$

$$\text{Tr}(\not{a} \gamma_{\mu} \not{b} \gamma_{\nu}) = 4(a_{\mu} b_{\nu} + a_{\nu} b_{\mu} - g_{\mu\nu} a \cdot b)$$

Aufgabe 2 : Elektron-Nukleon-Streuung

Ein Elektronenstrahl ($E = 100 \text{ MeV}$, $I = 10 \text{ } \mu\text{A}$) trifft auf ein 2 cm dickes Target aus flüssigem Wasserstoff ($\rho_{H_2} = 71 \text{ mg/cm}^3$). In 1 m Abstand steht unter 45° ein $2 \times 2 \text{ cm}^2$ großer Szintillationsdetektor.

- a. Berechnen Sie die Zählrate der auf den Detektor treffenden elastisch am Proton gestreuten Elektronen unter der Annahme, dass die Ausdehnung des Protons und der Energieübertrag auf das Proton vernachlässigt werden können.
- b. Wie groß ist der Impulsübertrag auf das Proton?

- c. Lässt die Messung Rückschlüsse auf die endliche Ausdehnung des Protons zu?
- d. Die Energie der Elektronen wird nun auf 1 GeV erhöht. Kann bei dem Streuprozess jetzt der Energieübertrag auf das Proton noch vernachlässigt werden? Geben Sie Impuls, Energie und Flugrichtung des Protons nach dem Stoß an.
- e. Welche räumliche Auflösung wird durch die Messung des Wirkungsquerschnitts für den beschriebenen Streuprozess erreicht?

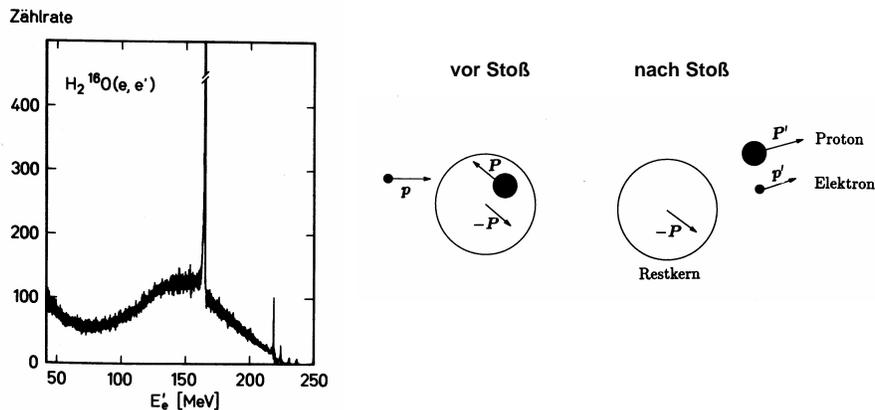
Aufgabe 3 : Elastische Elektron-Kern-Streuung

500 MeV Elektronen werden auf ein ^{40}Ca -Target geschossen, um die Ladungsverteilung im Kern zu bestimmen. Dabei ist es wichtig, die Streuquerschnitte über einen möglichst großen Winkel- bzw. Impulsübertrags-Bereich zu messen. Im Experiment sollen elastische Streuquerschnitte für Impulsüberträge zwischen $q = 0.5 \text{ fm}^{-1}$ und $q = 4 \text{ fm}^{-1}$ bestimmt werden.

- a. Welchen Winkelbereich muss der Elektronendetektor in diesem Experiment abdecken?
- b. Schätzen Sie die erwarteten Streuquerschnitte unter der Annahme eines punktförmigen ^{40}Ca -Kerns ab.
- c. Nehmen Sie nun an, dass der ausgedehnte Kern näherungsweise kugelförmig ist mit dem Radius $R = R_0 \cdot A^{1/3}$ ($R_0 = 1.2 \text{ fm}$). Skizzieren Sie den Verlauf des elastischen Streuquerschnitts in Abhängigkeit vom Impulsübertrag q . An welchen Stellen erwarten Sie Minima?
- d. Ist ein Experiment mit einer Nachweisgrenze von $d\sigma/d\Omega = 1 \text{ pb/sr}$ ausreichend, um den genannten Impulsübertrags-Bereich abzudecken und damit die gewünschte Genauigkeit bei der Bestimmung der Ladungsverteilung zu erhalten?

Aufgabe 4 : Elastische und inelastische Streuung von Elektronen an Kernen

Die Abbildung zeigt ein Energiespektrum von Elektronen, die an einem H_2O -Target gestreut wurden. Die Daten wurden am Linearbeschleuniger MAMI-A in Mainz bei 246 MeV Strahlenergie unter einem Streuwinkel von 148.5° aufgenommen.



- a. Berechnen sie die Elektronenenergie für elastische Streuung an den Wasserstoffkernen.

- b. Berechnen sie die Elektronenenergie für elastische Streuung am Grundzustand sowie für inelastische Streuung zum ersten angeregten Zustand ($E^* = 6049 \text{ keV}$) von ^{16}O .
- c. Lassen sich in dieser Messung Strukturen innerhalb des ^{16}O -Kerns auflösen?
- d. Bei welcher Energie würden sie Elektronen erwarten, die an einem im ^{16}O -Kern gebundenen Proton gestreut werden und dieses aus dem Kern herausschlagen (Abbildung, rechts)? Nehmen sie dafür zunächst an, die Protonen seien in Ruhe. Gibt es den zugehörigen Peak im Spektrum?
- e. Im Kern ist ein Proton in einem Potenzialtopf der Tiefe $-S$ gebunden und hat eine Impulsverteilung, wobei der maximale Impuls etwa $230 \text{ MeV}/c$ beträgt (dieser sogenannte *Fermi-Impuls* p_F). Die Streuung von Elektronen an im Kern gebundenen Protonen wird als *quasielastische* Streuung bezeichnet.

Berechnen sie die Breite der Verteilung des Nukleonenimpulses in Strahlrichtung σ_{p_z} (Standardabweichung). Daraus lässt sich nun die Breite der Verteilung der Energien für Elektronen bestimmen, die an Protonen im Kern gestreut werden. Sehen sie jetzt den zugehörigen "Peak" im gemessenen Spektrum?

Aufgabe 5 : Tiefinelastische Elektron-Proton Streuung

Am HERA Speicherring am DESY in Hamburg wurde (u.a. mit dem ZEUS-Detektor) die tiefinelastische Streuung von Elektronen an Protonen untersucht. Dazu lässt man Elektronen mit einer Energie von 27.5 GeV frontal mit Protonen ($E = 920 \text{ GeV}$) kollidieren.

- a. Wie groß ist die Schwerpunktsenergie? Warum wurden die Energien nicht so gewählt, dass der Schwerpunkt im Laborsystem in Ruhe ist?
- b. Geben sie den Vierer-Impulsübertrag Q^2 in Abhängigkeit des Elektron-Streuwinkels θ , des Streuwinkels ϕ des Quarks und der Energie des Elektrons vor dem Stoß an. Wie kann man ϕ experimentell bestimmen?
- c. Welches ist der maximal mögliche Wert für Q^2 bei HERA? Welche räumliche Auflösung der Protonenstruktur wird damit bestenfalls erreicht?
- d. Welchen Q^2 -Bereich deckt ZEUS ab, wenn man annimmt, dass der Detektor in einem Winkelbereich zwischen 7° und 178° sensitiv ist und die Schwelle für den Nachweis von Elektronen bei 5 GeV liegt? Welcher x-Bereich ist dadurch zugänglich?