
Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik II
Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik
Sommersemester 2012/13

Blatt Nr. 2

25. April 2013

Aufgabe 1 : Experimentelle Bestimmung des Ladungsradius von Mesonen

Pionen und Kaonen sind instabile Teilchen mit Lebensdauern im Bereich von $\sim 10^{-8}$ s. Mit einer Masse von $m_\pi \cong 140$ MeV bzw. $m_K \cong 500$ MeV sind sie leichter als Proton oder Neutron. Im Standardmodell werden die Mesonen (zu denen auch Pion und Kaon gehören) als Quark-Antiquark-Paare interpretiert, die durch die starke Wechselwirkung aneinander gebunden sind.

Mitte der 80er Jahre wurden am SPS Beschleunigerring am CERN die Ladungsradien von Mesonen vermessen. Im Experiment wird ein hochenergetischer Pion bzw. Kaon-Strahl auf ein Target aus Wasserstoff-Atomen gerichtet. Die Energie der Teilchen im Strahl beläuft sich auf $E_\pi = 300$ GeV bzw. $E_K = 250$ GeV. Die Mesonen wechselwirken dabei mit den Hüllenelektronen der Target-Atome. Aus der Winkelverteilung der Ruckstoßelektronen läßt sich dann der Formfaktor und damit auch der Ladungsradius der gestreuten Mesonen bestimmen.

- a. Warum wird in diesem Experiment das Meson als Projektil und das Elektron als Target verwendet? Berechnen Sie die Kinematik des Streuprozesses, und leiten Sie einen Zusammenhang zwischen dem Streuwinkel γ des Rückstoßelektrons zur Strahlrichtung, der Strahlenergie E_M und dem Impulsübertrag $q^2 := -Q^2$ her. Geben Sie auch den maximalen Q^2 -Wert an, bei dem der Formfaktor des Mesons gemessen werden kann.
- b. Zeigen Sie, dass zwischen dem gemessenen Formfaktor $F(Q^2)$ und dem mittleren Ladungsradius $\langle r^2 \rangle$ folgender Zusammenhang gilt:

$$\langle r^2 \rangle = -6\hbar^2 \left(\frac{dF(Q^2)}{dq^2} \right)_{Q^2=0}$$

Tipp: Beginnen Sie mit der Fouriertransformation des ortsabhängigen Formfaktors $f(\vec{x})$,

$$F(\vec{q}) = \int e^{i\vec{q}\vec{x}/\hbar} f(\vec{x}) d^3x$$

- c. Die experimentellen Ergebnisse für die Formfaktoren der Mesonen sind in Abb. 1 gezeigt. Beide lassen sich mit einer Gleichung der Form

$$F(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{a^2\hbar^2} \right)^{-1}$$

einem Monopolformfaktor, wiedergeben. Lesen Sie den Parameter a aus den Daten ab und bestimmen Sie daraus die mittleren Ladungsradien von Pion und Kaon.

- d. Wie erklären Sie das Verhältnis der ermittelten Ladungsradien der beiden Mesonen,

$$\langle r^2 \rangle_K < \langle r^2 \rangle_\pi?$$

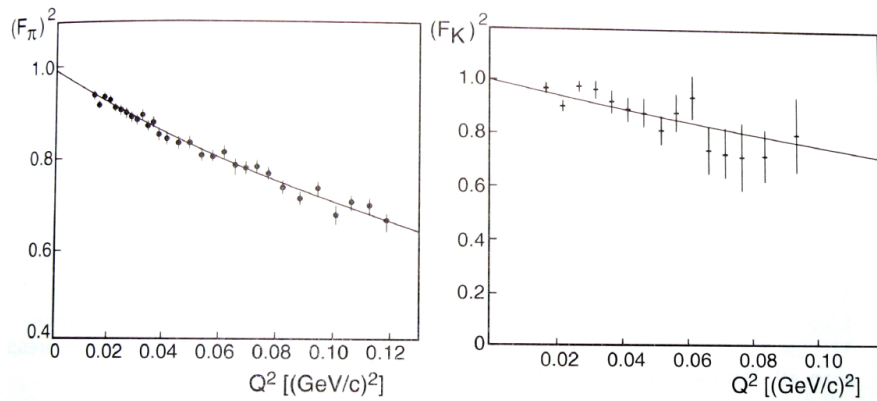


Abbildung 1: Pion- und Kaon-Formfaktor als Funktion von Q^2 . Die durchgezogenen Linien entsprechen einem Monopolformfaktor $(1 + Q^2/a^2\hbar^2)^{-1}$. S. Amendolia et al., Phys. Lett. B146 (1984) 116, Phys. Lett. B178 (1986) 435

Aufgabe 2 : Callan-Gross-Beziehung

Für die tiefinelastische Streuung von Elektronen am Proton ergibt sich für die Strukturfunktionen des Protons der Zusammenhang

$$2xF_1(x, Q^2) = F_2(x, Q^2),$$

der als Callan-Gross-Beziehung bekannt ist. Dabei beschreiben $F_2(x, Q^2)$ und $F_1(x, Q^2)$ den elektrischen bzw. magnetischen Anteil der Wechselwirkung. Q^2 gibt das Quadrat des Impulsübertrags an.

- Die Bjorken'sche Skalenvariable ist als $x := \frac{Q^2}{2M\nu}$ definiert, mit M als Masse des Protons. $\nu = E - E'$ entspricht dem Energieübertrag vom Projektil auf das Target. Zeigen Sie, dass x ein Maß für die Inelastizität eines Streuprozesses ist.
- Wie muss der Rutherford-Streuquerschnitt modifiziert werden, um den für die Streuung zweier punktförmiger Spin-1/2-Teilchen gültigen Streuquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left[1 + 2\tau(Q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

zu erhalten? Dabei gibt der Faktor $\tau = \frac{Q^2}{4m^2c^2}$ den Anteil des magnetischen Moments des Targets (der Masse m) an der Wechselwirkung an.

- Leiten Sie aus dem Vergleich des Ergebnisses der letzten Teilaufgabe mit dem für die tiefinelastische Streuung gültigen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left[W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

die Callan-Gross-Beziehung her. Welche Annahmen müssen dabei über die Substruktur des Protons gemacht werden? Wie läßt sich x dann interpretieren?

Hinweis: Die dimensionsbehafteten Strukturfunktionen $W_{1/2}$ sind über

$$F_1(x, Q^2) = Mc^2 2W_1(Q^2, \nu), \quad F_2(x, Q^2) = \nu W_2(Q^2, \nu)$$

mit den dimensionslosen Strukturfunktionen $F_{1/2}$ verknüpft.

- d. Wie würde eine vergleichbare Beziehung für die Formfaktoren von Spin-0-Teilchen (Bosonen) aussehen?

Aufgabe 3 Tiefinelastische Neutrinostreuung

- (a) Welche Gründe gibt es für die Verwendung von (Anti-)Neutrinos anstelle von Elektronen als Sonden für die Lepton-Nukleon-Streuung?
- (b) Um Neutrinos als Sonden zur Untersuchung der Struktur von Nukleonen verwenden zu können, müssen Neutrinostrahlen mit ausreichend hoher Energie und Intensität zur Verfügung stehen. Wie kann ein solcher Strahl erzeugt werden?
- (c) Zeichnen Sie die Feynman-Diagramme für die erlaubten Prozesse bei der Streuung ν_μ (bzw. $\bar{\nu}_\mu$) am Nukleon. Welchen Wert erwartet man für das Verhältnis R der totalen Wirkungsquerschnitte von ν -N und $\bar{\nu}$ -N Streuung, wenn das Nukleon nur aus u- und d-Quarks besteht? Experimentell findet man $R \approx 2$. Was bedeutet das für die Zusammensetzung des Nukleons?

Aufgabe 4 : Zusammenfassung: Struktur des Protons

Erläutern Sie, welche experimentelle Evidenz es für die folgenden Eigenschaften des Protons (und seiner Substruktur) gibt:

- a. Das Proton ist kein punktförmiges Teilchen, sondern ein zusammengesetztes System.
- b. Die Konstituenten des Protons sind punktförmige Spin-1/2-Teilchen.
- c. Die Konstituenten besitzen drittel-zahlige elektrische Ladungen.
- d. Das Proton ist aus drei Konstituenten aufgebaut.
- e. Neben diesen Konstituenten, den Valenzquarks, enthält das Proton auch Seequarks.
- f. Die Quarks tragen neben der elektrischen Ladung Farbladungen. Dabei gibt es drei Farben.
- g. Das Proton enthält neben Quarks auch Gluonen.