
Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik II
Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik
Sommersemester 2012/13

Blatt Nr. 6

23. Mai 2013

Aufgabe 1 Cabibbo-Mischungswinkel

Die Kopplungskonstanten G_F für Fermiübergänge im Zerfall von Hadronen und Leptonen sind nicht exakt identisch. Ein Modell, das diesen Unterschied erklärt, geht davon aus, dass die Quarkzustände, an welche die Austauschbosonen der schwachen Wechselwirkung ankoppeln, nicht die Flavour- oder Masseneigenzustände der starken Wechselwirkung sind. Für die ersten zwei Quarkfamilien kann man dies mit dem Cabibbo-Mischungswinkel θ_C formulieren:

$$\begin{pmatrix} |d'\rangle \\ |s'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |d\rangle \\ |s\rangle \end{pmatrix}$$

Die Konvention ist so, dass die Quarkzustände mit Ladung $Q = \frac{2}{3}$ unverändert bleiben, während diejenigen mit Ladung $Q = \frac{1}{3}$ miteinander mischen. Alle drei Quarkfamilien werden über die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM-Matrix) miteinander verbunden.

Die schwache Wechselwirkung ist nun so, dass die W^\pm -Bosonen nur Übergänge innerhalb von Quarkfamilien vermitteln können, also z.B. $|d'\rangle \leftrightarrow |u\rangle$ und $|s'\rangle \leftrightarrow |c\rangle$, aber nicht $|d'\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ oder $|s'\rangle \leftrightarrow |u\rangle$. Soweit bisher bekannt, kann das Z^0 -Boson keine Flavour ändern.

- Empirisch stellte man fest, dass hadronische Zerfälle von Teilchen mit Strangeness durch die Auswahlregeln $\Delta S = 1$ und $\Delta I = \frac{1}{2}$ gekennzeichnet sind. In semileptonischen Zerfällen ohne definiertem Gesamtisospin im Endzustand lautet die Auswahlregel $\Delta Q = \Delta S$. Zeigen sie, dass dies gleichbedeutend mit $\Delta I_3 = \frac{1}{2}$ ist (Strangeness S , Ladung Q , Isospin: I und I_3). Entsprechend der Regel existiert der Kanal $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$, aber $\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ nicht. Finden sie anhand dieses Beispiels im Quarkbild eine einfache Erklärung für die Auswahlregeln.
- Berechnen sie nun den Cabibbo-Winkel θ_C aus den Fermikonstanten für den β -Zerfall von Kernen $G_{F;\beta\text{-Zerfall von Kernen}} = 8.729 \cdot 10^{10}$ sowie dem rein leptonischen Zerfall des Myons $G_{F;\mu} = 8.942 \cdot 10^{10}$.
- Während der Effekt auf den β -Zerfall von Nukleonen klein ist, hat die Quarkmischung einen grossen Effekt auf den Zerfall von Teilchen mit Strangeness. Demonstrieren sie dies, indem sie das folgende Verzweigungsverhältnis näherungsweise (ohne Phasenraumfaktor) reproduzieren:

$$\frac{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0 + e^- + \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e)} = 17.75.$$

- Überlegen sie sich, ob im Zerfall des D-Mesons ($c\bar{d}$) die Kanäle $K^-\pi^+\pi^+$ oder $K^+\pi^-\pi^+$ häufiger auftreten.
Hinweis: Auch hier sind Quarkflussdiagramme nützlich!
- Eine ähnliche Mischungsmatrix verbindet auch die drei Leptonenfamilien. Falls alle drei Neutrinos masselos wären, kann man eine besonders einfache Darstellung dieser Matrix finden. Wie sieht sie aus? Was hat das für Konsequenzen für die Erhaltung der Leptonen(familien)zahl?

Aufgabe 2 Z^0

Das neutrale Z -Boson hat die Masse $m_{Z^0} = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}$

- (a) Machen Sie sich diese Masse plausibel, indem Sie voraussetzen, dass die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung die gleiche intrinsische Stärke besitzen und dass auch neutrale und geladene Ströme ungefähr gleich stark sind.
- (b) Die Zerfallsbreite des Zerfalls $Z^0 \rightarrow \text{Fermionen}$ ist

$$\Gamma_f = \frac{G_F M_Z^3 c^6 n}{24\pi \sqrt{2} (\hbar c)^3} \left[(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2 \right],$$

wobei n den Farbbeitrag darstellt,

$$g_V^f = T_3^f - 2q_f \sin^2 \theta_W \quad \text{und} \quad g_A^f = T_3^f$$

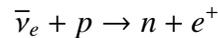
die Vektor- und Axialvektorkopplungen des Fermions f sind, die durch den schwachen Isospin T_3^f und die Ladung q_f des Fermions f sowie den Weinbergwinkel $\sin^2 \theta_W$ bestimmt sind. Schätzen Sie die Breite der Z^0 -Resonanz und deren Lebensdauer ab.

Hinweis: $M_Z = 91.19 \text{ GeV}/c^2$, $\sin^2 \theta_W = 0.232$, $G_F/(\hbar c)^3 = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$.

- (c) Kann man die Z^0 -Produktion an einem e^+e^- -Collider benutzen um das Verzweungsverhältnis $B_{\nu\nu}$ von Z^0 in Neutrinos zu bestimmen? Wenn ja, was muss man messen und wie berechnet sich dann $B_{\nu\nu}$?

Aufgabe 3 Inverser β -Zerfall

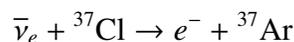
Nach der Postulierung der Neutrinos durch Pauli 1930 aufgrund der Energie- und Impulsbilanz des β -Zerfalls dauerte es noch über 25 Jahre bis das Neutrino auch experimentell nachgewiesen wurde. Frederick Reines und Clyde L. Cowan nutzten den inversen β -Zerfall, um das Antineutrino nachzuweisen (Nature **178**, 446 (1965)):



- a. Berechnen Sie die Energieschwelle für diese Reaktion.
- b. Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt für den inversen β -Zerfall, wobei $|\mathcal{M}_{fi}|^2 \approx 4G_F^2$ (Fermi-Kopplungskonstante $G_F = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$). Gehen Sie dafür von dem im Wintersemester aus Fermis Goldener Regel hergeleitetem Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $a + b \rightarrow c + d$ aus:

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{4\pi}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p_f^2}{v_i v_f} |\mathcal{M}_{fi}|^2$$

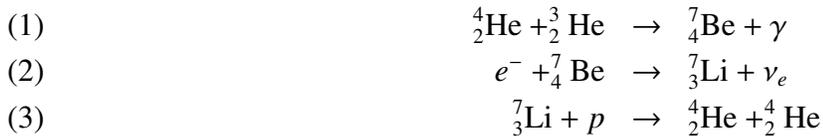
- c. Wie groß ist die mittlere freie Weglänge eines Antineutrinos mit $E \approx 2.8 \text{ MeV}$ in Wasser?
- d. C.L. Cowan und F. Reines nutzten einen Kernreaktor als Antineutrinoquelle mit einem Fluss von $\sim 10^{13} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ am Detektorort. Als Target wurde Cadmiumchlorid (CdCl_2) in wässriger Lösung benutzt, das in einem Behälter zwischen 2 Flüssig-Szintillations-Detektoren mit Photomultipliern eingebettet wurde. Wie ist die Signatur eines Anti-neutrino-Ereignisses?
- e. Warum gelang es Raymond Davis nicht (In einem früheren Reaktor-Experiment) das Antineutrino über die Reaktion



nachzuweisen?

Aufgabe 4 Experimenteller Nachweis solarer Neutrinos

Die pp-II-Kette ist ein Nebenzweig des Proton-Proton-Zyklus, bei dem durch die Verschmelzung von vier Protonen zu einem Helium-Kern in der Sonne Energie erzeugt wird. In der pp-II-Reaktionskette



wird in Reaktion (2) außerdem ein ν_e mit einer festen Energie von $E = 862 \text{ keV}$ erzeugt. Der von Sonnenmodellen vorhergesagte Fluss auf der Erde ist $\Phi_\nu = 3.3 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

- Welche Reaktionen eignen sich zum Nachweis von Neutrinos mit Energien im Bereich von einigen MeV? Welche Prozesse erzeugen Teilchen vergleichbarer Energie, die Untergrundsignale für die Detektion darstellen können?
- Das im Gran Sasso-Untergrundlabor befindliche solare Neutrinoexperiment Borexino weist ${}^7\text{Be}$ -Neutrinos über die elastische Streuung an Elektronen nach. Der Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion beträgt $\sigma_{\nu_e e}(E) = 9.2(E/\text{MeV}) \cdot 10^{-45} \text{ cm}^2$ (E in MeV). Als Target dienen 100 t des Flüssigszintillators Pseudocumol (C_9H_{12}). Wie vielen Target-Elektronen entspricht das? Welche Ereignisrate erwartet man?
- Berechnen Sie die Rückstoßenergie des Elektrons in Abhängigkeit vom Streuwinkel δ des Neutrinos. Wie groß ist die Maximalenergie der Rückstoßelektronen? Welche Form erwarten sie für das Energiespektrum unter der Annahme, dass alle Streuwinkel gleich wahrscheinlich sind?
- Die im Borexino-Experiment bestimmte Ereignisrate der ${}^7\text{Be}$ Neutrinos beträgt $49 \pm 3_{(stat)} \pm 4_{(sys)}$ pro Tag und 100 t. Wie lässt sich das gemessene Defizit gegenüber der in Aufgabe b) berechneten Rate erklären?