

Kern-, Teilchen- und Astrophysik Teil 2

Prof. Dr. Stefan Schönert
gemeinsam mit
Prof. Dr. Wolfgang Hollik

Verena Walbrecht
TU München
Sommersemester 14

10. Juni 2014

Inhaltsverzeichnis

I	Experimentalteil	5
1	Streuung an Kernen und Nukleonen	7
1.1	Rutherford Wirkungsquerschnitt	8
1.2	Mott Wirkungsquerschnitt	9
1.3	Einschub: Fermi's zweite Goldene Regel	10
1.4	Formfaktoren der Kerne	11
1.5	Elastische Streuung des Nukleons	12
1.6	Quasielastische Streuung	15
1.7	Deep Inelastic Scattering (DIS) - Tiefinelastische Streuung	16
1.8	Tiefinelastische ν -Nukleon-Streuung:	21
2	Quark - Struktur - Nukleonen	25
2.1	Valenz und Seequarks	25
2.2	Quarks in Hadronen	26
2.3	Quark-Gluon Wechselwirkung	27
2.4	Starke Kopplungskonstante α_s	29
2.5	Einschub: Isospin	29
3	Colliderphysik	31
3.1	Teilchenerzeugung in e^+e^- - Kollisionen	31
3.1.1	Leptonische Kanäle	33
3.1.2	Wiederholung: Natürliche Linienbreite/Breit-Wiegner-Resonanz	35
3.1.3	Hadronische Kanäle	35
3.1.3.1	ρ^0 -, ω -Resonanz	35
3.1.3.2	ϕ -Resonanz	36
3.1.3.3	J/ψ -Resonanz	37
3.1.3.4	Υ -Resonanz	37
3.1.3.5	Z^0 -Resonanz	38
3.1.4	Zusammenfassung Quarks	38
3.2	Nichtresonante Erzeugung von Hadronen	38
3.3	Zusammenfassung der e^+e^- -Kollisionen:	40
4	Schwache Wechselwirkung	41
4.1	Betazerfall von Kernen: Fermitheorie	45
4.2	Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung	49
4.2.1	Parität:	49
4.2.2	Ladungskonjugation	56
4.2.3	Zeitumkehr	57

4.3	Schwache Zerfälle seltsamer Teilchen	57
4.4	Schwache Mischungsverhältnis mit 6 Quarks	59
5	Neutrale K-Mesonen	61
5.1	Zerfall neutraler K^0 -Mesonen	61
5.2	CP-Verletzung im K^0 -Zerfall	64
5.3	Neutrinooszillationen	66
II	Theorieteil	69
6	Quantenchromodynamik	71
6.1	Lagrange-Formalismus für Felder	71
6.2	Eichtheorien	73
6.2.1	QED als Eichtheorie	73
6.2.2	Nicht-Abelsche Eichtheorie	74
6.2.3	Mathematischer Einschub: Darstellung von Gruppen	77
6.3	Formulierung der QCD	78
6.4	Laufende Kopplung und asymptotische Freiheit	83
6.4.1	α in QED	83
6.4.2	α_s in QCD	85
6.5	Parton-Verteilungen	87
6.6	QCD-Potentiale	94
6.6.1	QED	94
6.6.2	QCD	95
7	Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung	101
7.1	Chirale Fermionen und Ströme	102
7.2	V-A-Theorie	103
7.3	Elektroschwaches Standardmodell	108
7.3.1	Symmetriegruppe der elektromagnetischen WW	110
7.3.2	Lokale Eichinvarianz, Wechselwirkungen	113
7.3.3	Symmetriebrechung, Higgs-Mechanismus	118
7.3.4	Fermionmassen und -Mischung	124
7.3.5	Eine Generation	124
7.3.6	3 Generationen	125
7.3.7	Ergänzung: massive Neutrinos	127
8	Status des Standardmodells	129
8.1	Vorhersagen und Tests	129
8.2	Higgs-Bosonen	135
A	Literaturverzeichnis	143

Teil I

Experimentalteil

Kapitel 1

Streuung an Kernen und Nukleonen

Ziel: Verständnis der Kernbausteine

Zur Erinnerung:

- Vierervektoren:

$$\mathbf{x} = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, \vec{x})$$

$$\mathbf{p} = (p_0, p_1, p_2, p_3) = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right)$$

- Skalarprodukt zweier Vierervektoren \mathbf{a} , \mathbf{b} (Lorentz-invariant):

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

- Gilt auch für das Quadrat des Impulses \mathbf{p} :

$$\mathbf{p}^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 \quad (1.1)$$

- Das Quadrat ist gleich der Ruhemasse mc^2 , weil sich ein Bezugssystem findet, in dem das Teilchen ruht, d.h. $\vec{p} = 0$ und $E = mc^2$

$$\Rightarrow \text{Invariante Masse: } m = \sqrt{\frac{\mathbf{p}^2}{c^2}}$$

(1) und (2) \Rightarrow Ergibt die bekannte Energie-Impuls-Beziehung:

$$E^2 - \vec{p}^2 c^2 = m^2 c^4 \quad (1.2)$$

- für $E \gg mc^2 \Rightarrow E \approx |\vec{p}|c$; für Elektronen von einigen MeV bereits gültig
- kinematisch elastische Streuung von e-N: Erhaltung des Viererimpulses:

$$\mathbf{p} + \mathbf{P} = \mathbf{p}' + \mathbf{P}'$$

quadrieren...

$$\mathbf{p}^2 + 2\mathbf{p}\mathbf{P} + \mathbf{P}^2 = \mathbf{p}'^2 + 2\mathbf{p}'\mathbf{P}' + \mathbf{P}'^2$$

elastische Streuung: Massen m_e und M des Streuprozesses bleiben unverändert:

$$\Rightarrow \mathbf{p}^2 = \mathbf{p}'^2 = m_e^2 c^2 \text{ und } \mathbf{P}^2 = \mathbf{P}'^2 = M^2 c^2$$

$$\Rightarrow \mathbf{pP} = \mathbf{p}'\mathbf{P}'$$

Das rückgestreute Teilchen wird (üblicherweise) nicht nachgewiesen, sondern nur das gestreute Elektron:

$$\mathbf{pP} = \mathbf{p}'(\mathbf{p} + \mathbf{P} - \mathbf{p}') = \mathbf{p}'\mathbf{p} + \mathbf{p}'\mathbf{P} - \mathbf{p}'^2$$

im Laborsystem in den das Teilchen mit Viererimpulsen \mathbf{P} vor dem Stoß in Ruhe war:

$$\mathbf{p} = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right) \quad \text{und} \quad \mathbf{p}' = \left(\frac{E'}{c}, \vec{p}' \right)$$

$$\mathbf{P} = (Mc, 0) \quad \text{und} \quad \mathbf{P}' = \left(\frac{E_p'}{c}, \vec{P}' \right)$$

$$EMc^2 = E'E - \vec{p} \vec{p}' c^2 + E'Mc^2 - m_e^2 c^2$$

bei hohen Energien kann man $m_e^2 c^4$ vernachlässigen und $E \approx |\vec{p}|c$
 $\Rightarrow EMc^2 = E'E(1 - \cos(\theta)) + E'Mc^2$ mit $E'Mc^2$ vernachlässigbar

$$\boxed{E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1 - \cos(\theta))}} \quad (1.3)$$

mit θ : Streuwinkel

$E - E'$: Rückstoß, der auf das Teilchen übertragen wird

- für elastische Streuung besteht eindeutige Beziehung zwischen Streuwinkel θ und der Energie E' des gestreuten Elektrons
- Bei inelastischer Streuung (Anregung von inneren Freiheitsgraden) ist (3) nicht erfüllt
- Winkelabhängigkeit wird durch $(1 - \cos(\theta) = 2 \sin^2(\frac{\theta}{2}))$ beschrieben

1.1 Rutherford Wirkungsquerschnitt

- WQ unter vernachlässigung des Spins
- räumliche Ausdehnung des Streuzentrums wird vernachlässigt
- Atomkern schwer und Energie des Projektils nicht zu groß \Rightarrow Vernachlässigung des Rückstoßes

Die Herleitung ist klassisch möglich, ebenso mit nicht relativistischer QM mit Hilfe von Fermi's Goldener Regel.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Rutherford}} = \frac{4Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 E'^2}{|\vec{q}c|^4} \quad (1.4)$$

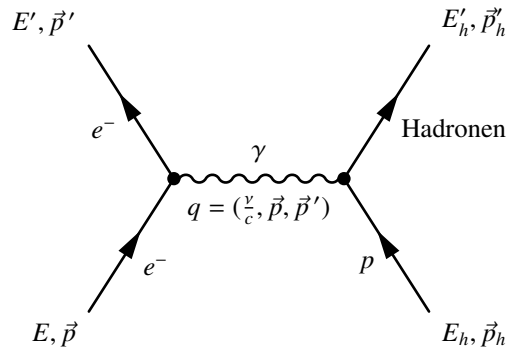
mit $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c} \approx \frac{1}{137}$

Vernachlässigung des Rückstoßes $E = E'$ und $|\vec{p}| = |\vec{p}'|$:

3 Impulsübertrag \vec{q} mit $|\vec{q}| = 3|\vec{p}| \sin(\frac{\theta}{2})$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{4E^2 \sin^2(\frac{\theta}{2})} \quad (1.5)$$

Feldtheoretische Betrachtung:



Elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Elektronen und Ladungsverteilung Ze durch Austausch eines Photons (= Feldquant der EM WW). Das Photon koppelt an Ladungen der beiden Teilchen, was zu einem Beitrag $Ze \cdot e$ in dem Übergangsmatrixelement und im WQ zu $(Z \cdot e \cdot e)^2$ führt.

3-Impuls \vec{q} ist der Impuls, den das Photon übermittelt. Die reduzierte de-Broglie-Wellenlänge des Photons ist:

$$\lambda = \frac{\hbar}{|\vec{q}|} = \frac{\hbar}{|\vec{p}|} \cdot \frac{1}{2 \sin(\frac{\theta}{2})}$$

wenn $\lambda \gg$ gegenüber der Ausdehnung des Targetteilchens \Rightarrow Punktförmig

$$\lambda \approx \frac{\hbar c 2\pi}{E} \Rightarrow E = \frac{\hbar c 2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 197 \text{ MeV fm}}{1 \text{ fm}} \approx 1 \text{ GeV}$$

Im Allgemeinen: ausgetauschte Teilchen tragen zur Übergangsmatrix einen Propagatorterm bei

$$\frac{1}{Q^2 + M^2 c^2}$$

wobei Q^2 das Quadrat des übertragenen Viererimpulses ist.

hier (EM): Photon $M = 0$

nicht relativistische Näherung: $\frac{1}{Q^2} \rightarrow \frac{1}{q^2}$

EM WW: Charakteristischer rascher Abfall des WQ mit $\frac{1}{|\vec{q}|^2}$

1.2 Mott Wirkungsquerschnitt

bisher wurde der Spin von den Elektronen und des Targets nicht berücksichtigt. Der Mott WQ berücksichtigt den Elektronenspin.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}^* = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \left(1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (1.6)$$

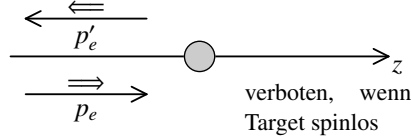
für $\beta \rightarrow 1$:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}^* = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

für $\theta = 180^\circ$ (Rückstreuung):

$$\cos^2\left(\frac{180^\circ}{2}\right) = 0$$

Plausibilitätsüberlegung: Spinloses Target



Helizität $h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| |\vec{p}|}$ bleibt für $\beta \rightarrow 1$ erhalten.

D.h. für Streuung um 180° muss die Helizität das Vorzeichen ändern. Dies ist nicht möglich bei einem spinlosen Target, da der Gesamtdrehimpuls des Systems erhalten bleibt

\Rightarrow Streuung nach 180° ist unterdrückt aufgrund der Drehimpulserhaltung

1.3 Einschub: Fermi's zweite Goldene Regel

Hamiltonoperator \hat{H}_{int} beschreibt die Art und die Stärke des Wechselwirkungspotentials.

ψ_i : Wellenfunktion des Anfangszustandes (i: initial)

ψ_f : Wellenfunktion des Endzustandes (f: final)

Das Übergangsmatrixelement (Übergangswahrscheinlichkeitsamplitude) ist:

$$\mathcal{M} = \langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle = \int \psi_f^* H_{int} \psi_i dV$$

Die Reaktionsrate hängt davon ab, wieviele Endzustände für die Reaktion offen stehen. Jedes Teilchen besetzt aufgrund der Heißenberg'schen Unschärferelation im Phasenraum (sechs dimensionaler Raum, Impuls-Ortsraum (\vec{x}, \vec{p})) das Volumen $h^3 = (2\pi\hbar)^3$. Betrachte ein Teilchen, das in dem Volumen V und in dem Impulsbereich p' und $p' + dp'$ gestreut wird. Der Impulsraum entspricht einer Kugelschale mit dem Volumen $4\pi p'^2 dp'$

$$dn(p') = \frac{4\pi p'^2 V}{(2\pi\hbar)^3} dp'$$

Energie und Impuls sind (nicht relativistisch) durch die Beziehung $dE' = v' dp'$ verknüpft. Mit $E = \frac{1}{2}mv^2$, $\frac{dE}{dv} = mv$, $\frac{dE}{dp} = v$ ergibt sich:

$$\rho(E') = \frac{dn(E')}{dE'} = \frac{V 4\pi p'^2}{v' (2\pi\hbar)^3}$$

Fermi's Goldene Regel verknüpft die Reaktionsrate mit der Übergangsmatrix und Dichte der Endzustände:

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rho(E') \quad (1.7)$$

w: Reaktionsrate pro Targetteilchen und pro einfallende Teilchen

Reaktionsrate:

mit $\dot{N} = \Phi_a N_b \sigma_b = n_a N_b v_a \sigma_b$ ergibt sich:

$$w = \frac{\dot{N}}{N_b N_a} = \frac{n_a N_b}{N_b N_a} v_a \sigma_b = \frac{v_a \sigma_b}{V}$$

Somit ergibt sich für den totalen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar v_a} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rho(E') V \quad (1.8)$$

1.4 Formfaktoren der Kerne

Streuexperimente an Kernen (oder Nukleonen) zeigen, dass experimentell gemessenen WQ entspricht nur im Grenzfall $|\vec{q}| \rightarrow 0$ dem Mott WQ. Bei größeren $|\vec{q}|$ sind experimentelle Messungen systematisch kleiner

Grund: räumliche Ausdehnung der Kerne bzw. Nukleonen wird „sichtbar“ weil λ kleiner wird. Die Wechselwirkung findet nur noch auf einen kleinen Teil der Ladung statt:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{exp}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}}^* \cdot |F(\vec{q}^2)|^2 \quad (1.9)$$

Der Formfaktor ist die Fouriertransformierte der normierten Ladungsverteilung.

Herleitung(Skizze):

$$\psi_i = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\frac{\vec{p}\vec{x}}{\hbar}} \quad \text{einlaufende ebene Welle}$$

$$\psi_f = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\frac{\vec{p}'\vec{x}}{\hbar}} \quad \text{auslaufende ebene Welle}$$

Mit Fermi's Goldener Regel ist die Reaktionsrate w :

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle|^2 \frac{dn}{dE_f}$$

$$\text{mit } dn(|\vec{p}'|) = \frac{4\pi |\vec{p}'|^2 d|\vec{p}'| V}{(2\pi\hbar)^3}$$

für große Elektronenenergie $|\vec{p}'| \approx \frac{E'}{c}$:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \frac{v^2 E'^2}{(2\pi)^2 (\hbar c)^4} |\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle|^2$$

Der Wechselwirkungsoperator für eine Ladung e mit dem elektrischen Potential Φ ist $H_{int} = e\Phi$.

$$\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle = \frac{e}{v} \int e^{-i\frac{\vec{p}'\vec{x}}{\hbar}} \Phi(x) e^{i\frac{\vec{p}\vec{x}}{\hbar}} d^3x = \frac{e}{v} \int \Phi(x) e^{i\frac{\vec{q}\vec{x}}{\hbar}} d^3x$$

mit dem Green'schen Theorem

$$\int (n\Delta v - v\Delta n) d^3x = 0$$

und

$$\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle = \frac{-e\hbar^2}{v|\vec{q}|^2} \int \Delta\Phi(x) e^{i\frac{\vec{q}\vec{x}}{\hbar}} d^3x$$

Poissongleichung: $\Delta\Phi(x) = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0}$, mit $\rho(x) = Ze f(x)$

Normierte Ladungsverteilung: $\int f(x) d^3x = 1$

$$\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle = \frac{Z4\pi\alpha\hbar^3}{v|\vec{q}|^2} \int f(x) e^{i\frac{\vec{q}\vec{x}}{\hbar}} d^3x \quad (1.10)$$

Das Integral:

$$F(q) = \int e^{i\frac{q\vec{x}}{\hbar}} f(x) d^3x \quad (1.11)$$

ist die Fouriertransformierte der normierten Ladungsverteilung. Sie enthält alle Informationen über die räumliche Verteilung der Ladung des zu untersuchenden Objekts.

Rutherford:

Die Ladungsverteilung ist δ - Funktion $\Rightarrow F(q) = 1$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{v^2 e^2}{(2\pi)^2 (\hbar c)^2} |\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle|^2$$

Einsetzen des Matrixelements:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 E'^2}{|\vec{q}c|^2}$$

Mit vernachlässigen des Rückstoßes ($E = E'$, $|\vec{p}| = |\vec{p}'|$) folgt die Rutherford'sche relativistische Streuformel:

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{4E^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}} \quad (1.12)$$

1.5 Elastische Streuung des Nukleons

Die radiale Ausdehnung des eines Nukleons ist $\approx 0,8 fm$. Somit werden $100 MeV \sim 1 GeV$ benötigt, damit die Nukleonenmasse $938 \frac{MeV}{c^2}$ in der gleichen Größenordnung liegt.

\Rightarrow Der Targetrückstoß kann nicht mehr vernachlässigt werden. Die Phasenraumdichte muss modifiziert werden:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* \frac{E'}{E}$$

Der Energieverlust der Elektronen kann bei der Streuung nicht vernachlässigt werden. Daher muss der 3-Impulsübertrag ein 4-Impuls werden.

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^2 &= (\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 = \mathbf{p}^2 - 2\mathbf{p}\mathbf{p}' + \mathbf{p}'^2 \\ &= 2m_e c^2 - 2\left(\frac{EE'}{c^2} - |\vec{p}||\vec{p}'| \cos(\theta)\right) \\ &\approx -\frac{4EE'}{c^2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{aligned}$$

Um mit positiven Größen zu arbeiten: $Q^2 := -q^2$

Magnetisches Moment:

Zusätzlich zur WW zwischen der Ladung des Elektrons und der Ladung des Kerns muss noch die WW zwischen dem Strom des Elektrons und dem magnetischen Moment des Nukleons berücksichtigt werden.

Das magnetische Moment eines geladenen Spin - $\frac{1}{2}$ - Teilchens (ohne innere Struktur - Dirac Teilchen) ist:

$$\mu = g \frac{e\hbar}{4M}$$

wobei M die Masse des Teilchens und $g = 2$ aus der relativistischen QM (Dirac-Gleichung) ist.

Analog bei dem Target mit Spin des Nukleons:

Bei Streuung um 0° sind Drehimpuls- und Helizitätserhaltung mit einander nicht vereinbar, da die magnetische WW mit dem Umklappen des Neukleonenspins verbunden ist.

\Rightarrow Streuung um 180° favorisiert

\Rightarrow magnetische WW wird durch einen zusätzlichen Term im WQ beschrieben, der $\sin^2(\frac{\theta}{2}) = \cos^2(\frac{\theta}{2}) \tan^2(\frac{\theta}{2})$ enthält.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Punkt, Spin } \frac{1}{2}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \cdot \left(1 + 2\tau \tan^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \quad (1.13)$$

mit dem magnetischen Term $\tau = \frac{Q^2}{4M^2 c^2}$.

Das Matrixelement der WW $\sim \mu \sim \frac{1}{M}$.

Da die Rückwärtsstreuung favorisiert ist: Impulsübertrag $\rightarrow Q$

Annormales magnetisches Moment:

Für geladene Dirac-Teilchen (Spin $\frac{1}{2}$) sollte der g -Faktor den Wert 2 annehmen. Für ungeladene Dirac-Teilchen sollte das magnetische Moment ($\mu = \frac{ge}{2M} \frac{\hbar}{2}$) verschwinden. Elektronen und Myonen haben den Wert $g = 2$ (kleine Abweichungen aus QED) (Suche nach $g - 2$ bei Myonen als Hinweis für neue Physik! Aktuelle Experimente) Da die Nukleonen keine Dirac-Teilchen sind, sondern aus Quarks aufgebaut sind, ergeben sich ihrer g -Faktoren aus ihrer Substruktur. Die experimentellen Werte betragen:

$$\mu_p = \frac{g_p}{2} \mu_N = +2,79 \mu_N$$

$$\mu_n = \frac{g_n}{2} \mu_N = -1,91 \mu_N$$

wobei μ_N das Kernmagneton ist

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p} = 3,1525 \cdot 10^{-14} \frac{\text{MeV}}{T}$$

Die Ladungs- und Stromverteilung, können wie bei Kernen durch Formfaktoren beschrieben werden. In diesem Fall benötigt man zwei Formfaktoren, die die elektrische und magnetische Verteilung charakterisieren.

Der Wirkungsquerschnitt für die Streuung einer Elektrons an einem Proton wird durch die **Rosenbluth-Formel** (1950) beschrieben:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (1.14)$$

mit $G_E(Q^2)$ =elektrische Formfaktor,

$G_M(Q^2)$ = magnetische Formfaktor und

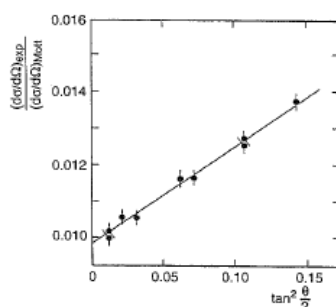


Abbildung 1.1: Quotient aus gemessenem und Mott WQ $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{Mott}}$ als Funktion von $\tan^2(\theta/2)$ bei einem Viererimpulsübertrag von $Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2/c^2$

zu Erinnerung $\tau = \frac{Q^2}{4M^2c^2}$

Aus Q^2 -Abhängigkeit der Formfaktoren kann auf die räumliche Verteilung von Lagunen und das magnetische Moment rückgeschlossen werden.

Wichtiger Grenzfall: $Q^2 \rightarrow 0 \Rightarrow G_E$ ist auf die Elementarladung normiert

$\Rightarrow G_M$ ist auf das Kernmagneton normiert

$$\left. \begin{aligned} G_E^p(Q^2 \rightarrow 0) &= 1 \\ G_M^p(Q^2 \rightarrow 0) &= 2,79 \end{aligned} \right\} \text{Proton}$$

$$\left. \begin{aligned} G_E^n(Q^2 \rightarrow 0) &= 0 \\ G_M^n(Q^2 \rightarrow 0) &= -1,91 \end{aligned} \right\} \text{Neutron}$$

Experimentelle Bestimmung: Wirkungsquerschnitt für feste Q^2 bei verschwindenden Streuwinkeln θ (damit Strahlenenergie E)

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}}$$

Experimentelle Beobachtung: elektrischer Formfaktor des Protons und magnetischer Formfaktor von Proton und Neutron nehmen in der gleichen Weise mit Q^2 ab. Sie können durch den sogenannten Dipolfit beschrieben werden.

$$G^{\text{Dipol}}(Q^2) := G_E^p = \frac{G_M^p(Q^2)}{2,79} = \frac{G_M^n(Q^2)}{-1,91}$$

$$G^{\text{Dipol}}(Q^2) = \left(1 - \frac{Q^2}{0,71\left(\frac{\text{GeV}}{c}\right)^2}\right)$$

Dipolformfaktor entspricht einer experimentell abfallenden Ladungsverteilung:

$$\rho(r) = \rho(0)e^{-ar} \quad \text{mit } a = 4,27 \text{ fm}^{-1}$$

\Rightarrow Nukleonen sind also weder punktförmig noch homogen geladene Kugeln, sondern diffuse Gebilde.

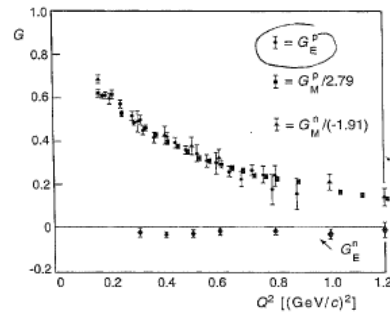


Abbildung 1.2: Elektrischer und magnetischer Formfaktor von Proton und Neutron, aufgetragen gegen Q^2 . Die Datenpunkte sind mit den angegebenen Faktoren skaliert und liegen dann übereinander, so dass das globale Dipolverhalten deutlich wird

Mittlere quadratische Radien der Ladungsverteilung im Proton und Verteilung des magnetischen Moments im Proton und Neutron sind gleich groß:

$$\langle r^2 \rangle_{\text{Dipol}} = 0,66 fm^2$$

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{Dipol}}} = 0,81 fm$$

Beste Wert aus Messung bei $Q^2 \rightarrow 0$:

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_p} = 0,862 fm$$

Anmerkung: elektrische Formfaktor des Neutrons durch Streuung von Neutronen an Elektronen (der Hülle) mit Nachweis der freigesetzten e^-

$$\langle r^2 \rangle_n = (-0,43 \pm 0,005) fm^2$$

D.h. Neutron ist nur nach außen elektrisch neutral. Im Inneren befinden sich elektrische Konstituenten die auch magnetische Momente tragen.

1.6 Quasielastische Streuung

Bisher: elektrische Streuung von Elektronen am Nukleonen behandelt.

Bei vorgegebener Strahlenenergie E findet man Reaktionen unter bestimmten Streuwinkeln θ nur gestreute Elektronen mit Energie E' :

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1 - \cos \theta)}$$

Streuung an Kernen mit mehreren Nukleonen

Fermiimpuls p_F

effektives Potential

Kern	${}^6\text{Li}$	${}^{12}\text{C}$	${}^{40}\text{Ca}$	${}^{181}\text{Ta}$	${}^{208}\text{Pb}$
$p_F(\text{MeV}/c)$	169	221	249	265	265
$S(\text{MeV})$	17	25	33	42	44

- Das effektive mittlere Kernpotential wächst von 17MeV bei Li bis 44MeV bei Pb Kontinuumsmechanik (mit Massenzahl A)
- Bis auf leichte Kerne ist der Fermiimpuls unabhängig von A und beträgt $p_F \simeq 250\text{MeV}/c$
Verhalten stützt sich Fermigasmodell:
abgesehen von leichten Kernen ist die Dichte der Kernmaterie unabhängig von der Massezahl A

Ladungsradius von Pionen und Kaonen (Mesonen)

Mit gleicher Methode wie für Neutronen lässt sich auch der Ladungsradius von anderen Teilchen messen. Bsp. π -Mesonen, K -Mesonen:

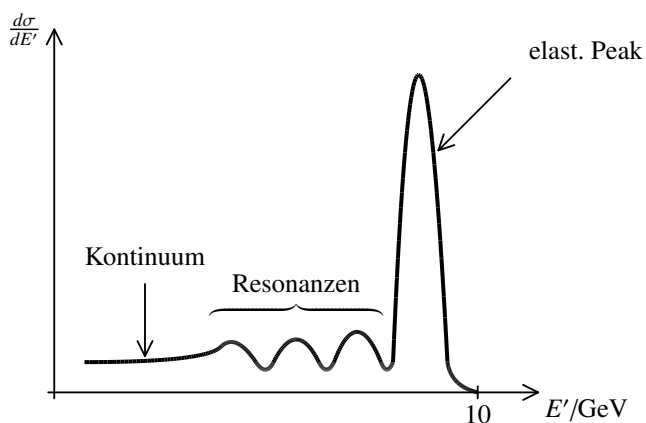
$$\langle r^2 \rangle_\pi = (0,44 \pm 0,02)\text{fm}^2, \quad \sqrt{\langle r^2 \rangle_\pi} = 0,67\text{fm}$$

$$\langle r^2 \rangle_K = (0,34 \pm 0,05)\text{fm}^2, \quad \sqrt{\langle r^2 \rangle_K} = 0,58\text{fm}$$

\Rightarrow räumliche Ausdehnung geringer als bei Proton

\Rightarrow Kaon weist kleineren Radius als Pion auf. K -Meson hat im gegensatz zum π -Meson ein schweres Quark (s-Quark), größere Massen der Konstituenten \Rightarrow Abnahme des Radiuses.

1.7 Deep Inelastic Scattering (DIS) - Tiefinelastische Streuung

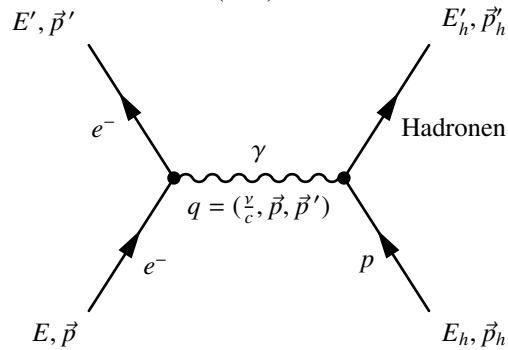


Analog zur Streuung an Kernen werden weite Maxima bei kleinerer Strahlenenergie nahe des Maximum der elastischen Streuung gemessen

\Rightarrow inelastische Anregung des Protons

\Rightarrow Hinweis, dass Proton ein zusammengesetztes System ist. Deutung der Resonanzen mit Hilfe des Quark Modells. z.B. Δ -Resonanz

1.7. DEEP INELASTIC SCATTERING (DIS) - TIEFINELASTISCHE STREUUNG 17



Invariante Masse:

$$\begin{aligned} w^2 c^2 &= \mathbf{p}'^2 = (\mathbf{P} + \mathbf{q})^2 \\ &= M^2 c^2 + 2\mathbf{P}\mathbf{q} + \mathbf{q}^2 \\ &= M^2 c^2 + 2M\nu - Q^2 \end{aligned}$$

Lorentzinvariante Größe ν definiert $\nu = \frac{\mathbf{P}\mathbf{q}}{M}$

Im Laborsystem, in dem das Targetproton in Ruhe ist, gilt $\mathbf{P} = (Mc, \vec{0})$ und $\mathbf{q} = (\frac{E-E'}{c}, \vec{q})$

$\Rightarrow \nu = E - E'$ ist die Energie, die in diesem System auf das Proton übertragen wird.

Die Resonanz $\Delta(1232)$ „ Δ -Resonanz“

Die Resonanz in Nähe $E' = 4,2 \text{ GeV}$ hat eine invariante Masse $w = 1232 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

\Rightarrow wird Δ -Resonanz genannt

Resonanzen treten in vier Ladungszuständen $\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0$ und Δ^- . Hier diskutiert Δ^+ , da keine Ladung übertragen wird (\rightarrow hier Austausch γ)

Die Breite ist durch die experimentelle Auflösung des Spektrometers gegeben. Intrinsische Breite von Δ^+ ist $\Gamma(\Delta(1232)) \approx 120 \text{ MeV}$

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ MeVs}}{120 \text{ MeV}} \approx 5,5 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

Dies ist die typische Zeitskala der starken Wechselwirkung.

Zerfall der Δ^+ -Resonanz:

$$\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$$

$$\Delta^+ \rightarrow n + \pi^+$$

Erinnerung: GZK-Cut off: $p + \gamma_{CMB} \rightarrow \Delta^+ \rightarrow \begin{cases} n + \pi^+ \\ p + \pi^0 \end{cases}$

Herleitung: Photon-Pion Produktionsschwelle $E_p \approx 10^{20} \text{ eV}$

\Rightarrow Größenordnung $\approx 3 \text{ Mpc}$ (Opaque)

Zentrum der Galaxie: $8,3 \text{ kpc}$

nächste Radio Galaxie (A.Centauri) $\sim 3 \text{ Mpc}$

Virgohaufen $\sim 22 \text{ Mpc}$

Strukturfunktion:

Für invariante Massen $w \gtrsim 2,5 \frac{\text{GeV}}{c^2}$:

„inclusive Prozesse“ Lepton- Nukleon Streuung in DIS mit hohen Impulsen q ohne Einschränkung auf die Art der Endzustände.

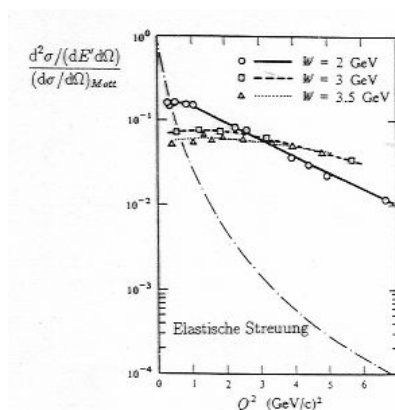


Abbildung 1.3: Elektron-Proton-Streuung: gemessener Wirkungsquerschnitt normiert auf den Mott-Wirkungsquerschnitt als Funktion von Q^2 für verschiedene Werte der invarianten Masse W . Schlüsse: Strukturfunktion konstant mit Q^2 . Streuung an Punktladungen. Proton hat eine Unterstruktur punktförmiger Konstituenten („Quarks“)

- keine einzelnen Resonanzen
- viele Zustände stark Wechselwirkender Teilchen (Hadronen)

Im inelastischen Fall: Strukturfunktion w_1 und w_2 (anstatt Formfaktor)

Bei elastischer Streuung: mit vorgegebener Energie \rightarrow nur ein freier Parameter z.B. vorgegebener Winkel θ , kann aufgrund der Kinematik Q^2 der Energieübertrag $\nu = E - E'$ etc. bestimmt werden, wg.

$$\begin{aligned}
 w &= M \quad (\text{elastischer Fall}) \\
 w^2 c^2 &= M^2 c^2 + 2M\nu - Q^2 \\
 \rightarrow 2M\nu - Q^2 &= 0
 \end{aligned}$$

Bei inelastischer Streuung kommt mit der Anregungsenergie des Protons ein weiterer Freiheitsgrad dazu

\Rightarrow bei inelastischer Streuung: Strukturfunktionen und Wirkungsquerschnitt Funktionen zweier unabhängiger Parameter z.B. (E', θ) oder (Q^2, ν) . Wegen $w > M$ gilt $2M\nu - Q^2 > 0$

Anstelle des Rosenbluth-Wirkungsquerschnitt erhält man:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} \right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left[w_2(Q^2, \nu) + 2w_1(Q^2, \nu) \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (1.15)$$

Die ersten tiefeninelastischen Streuprozesse wurden 1960 am SLAC (Stanford Linear Accelerator) mit max. 25GeV Energie gemacht. Q^2 - Abhängigkeit im Gegensatz zum Starke Abfall bei elastischer Streuung.

$$|G^{\text{Dipol}}|^2 \propto \frac{1}{Q^8}$$

1.7. DEEP INELASTIC SCATTERING (DIS) - TIEFINELASTISCHE STREUUNG 19

bei inelastischer Streuung $\Rightarrow w_1, w_2$ für feste Werte der invarianten Masse, hängen kaum von Q^2 ab. Bjorhen'sche Skalenvariable:

$$x := \frac{Q^2}{2Pq} = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

Dimensionslose Größe ist ein Maß für die inelastizität des Prozesse.

Bei elastischer Streuung gilt $w = M \Rightarrow 2M\nu - Q^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bei inelastischer Streuung gilt $w > M \Rightarrow 2M\nu - Q^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

Anstatt dimensionsbehafteten Strukturfunktionen $w_1(Q^2, \nu)$ und $w_2(Q^2, \nu)$ werden meistens dimensionslose Strukturfunktionen benutzt:

$$F_1(x, Q^2) = Mc^2 w_1(Q^2, \nu)$$

$$F_2(x, Q^2) = \nu w_2(Q^2, \nu)$$

Aus dem Wirkungsqueerschnitt wird $F_1(x, Q^2)$ und $F_2(x, Q^2)$ extrahiert.

$F(x, Q^2)$ hängen für feste Werte von x nicht bzw. schwach von Q^2 ab. $\Rightarrow F \approx \text{const} \Rightarrow$ Punktförmige Konstituenten.

Experimentelle Beobachtung: Nukleonen besitzen eine Unterstruktur aus punktförmigen Konstituenten

Zunächst werden diese Konstituenten als Parton bezeichnet und später als Quarks und Gluonen identifiziert.

F_1 ruht von der magnetischen Wechselwirkung her und verschwindet bei Streuung an Spin 0 Teilchen. Für Dirac-Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$ kann man zeigen, dass die **Callan-Gross-Beziehung** gilt:

$$\boxed{2xF_1(x) = F_2(x)} \quad (1.16)$$

und damit $\frac{2xF_1(x)}{F_2(x)} \approx 1$. Wenn dies experimentell bestätigt wird \Rightarrow Punktförmige Konstituenten des Nukleons haben Spin $\frac{1}{2}$.

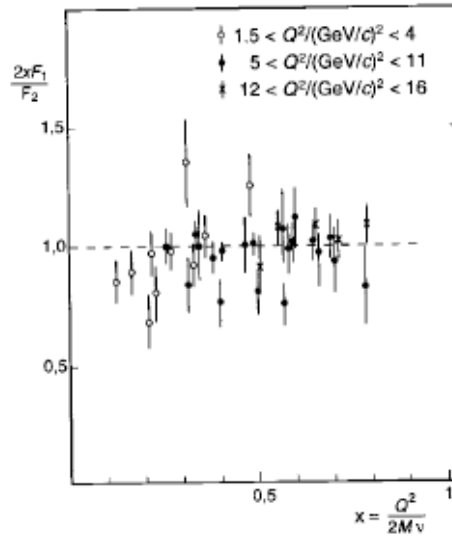
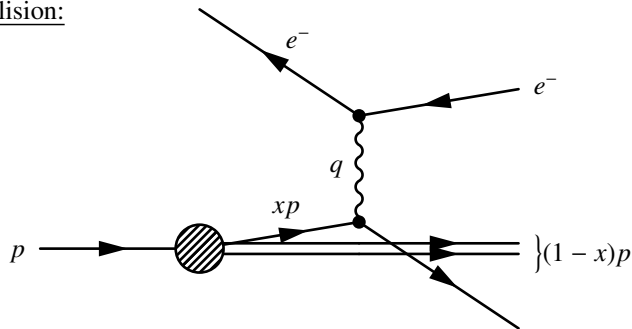


Abbildung 1.4: Verhältnis der Strukturfunktionen $2xF_1(x)$ und $F_2(x)$. Die Staaten stammen aus Experimenten am SLAC (nach [Pe87]). Wie man sieht, ist der Quotient etwa konstant Eins.

Elektron-Parton-Kollision:



Infinite-Momentum frame: Masse des Protons kann vernachlässigt werden $\mathbf{P} = (\underbrace{|p|, p, 0, 0}_{\text{kein transversal Imp } p_T})$.

Annahme, dass ein Parton mit Masse m elastisch an Lepton streut und den Impuls q absorbiert.

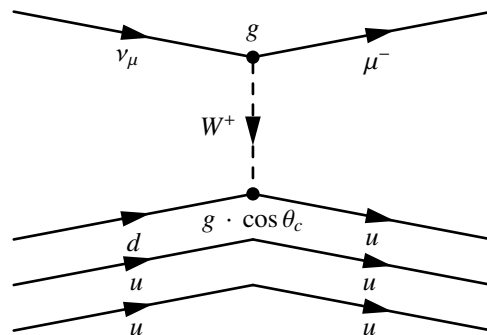
$$\begin{aligned} \Rightarrow (x\mathbf{P} + \mathbf{q})^2 &= m^2 c^2 \approx 0 \\ x^2 \mathbf{P}^2 + \mathbf{q}^2 + 2x\mathbf{P}\mathbf{q} &\approx 0 \\ \text{für } x^2 \mathbf{P}^2 = x^2 M^2 &\ll \mathbf{q}^2 \\ \Rightarrow x = \frac{-\mathbf{q}^2}{2\mathbf{P}\mathbf{q}} &= \frac{Q^2}{2Mv} (= \text{ Bjord'sche Skalenvariable}) \end{aligned}$$

Anschauliche Deutung der Bjord'schen Skalenvariablen: Bruchteil des Viererimpulses des Protons, dass von einem Parton getragen wird.

1.8 Tiefinelastische ν -Nukleon-Streuung:

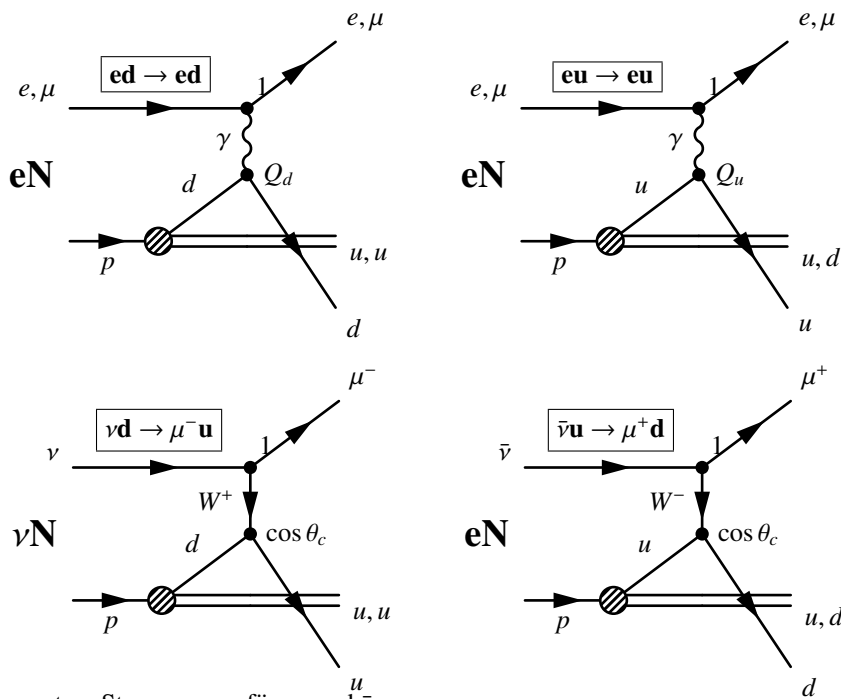
1. Kopplung über schwache Wechselwirkung (schwache Ladung der Quarks)
2. Vgl. zur e^- -Nukleonstreuung \Rightarrow Aufschluss über Quarkladung
3. Unterschied q und \bar{q} Streuung beobachtbar

Neutrinostrahl: p auf Be -Target $\Rightarrow \pi^\pm, K^\pm, \dots$
 $\pi^+ \rightarrow \nu_\mu + \mu^+$; $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \nu_\mu$ mit $E_\nu > m_\nu$



$$\sigma_{\nu, tot} \approx \underbrace{\left| g^2 \frac{\cos \theta_c}{(M_w^2 + q^2)} \right|}_{\text{Fermi-Variablen}} \phi(E_\nu) \approx G_F^2 E_\nu \quad (1.17)$$

Dominierende Streuprozesse:



Elementare Streuprozesse für ν_μ und $\bar{\nu}_\mu$:

$$\begin{array}{l} \text{für } \nu_\mu: \quad \nu_\mu d \rightarrow \mu^- u \quad 0 - \frac{1}{3} \rightarrow -1 + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3} \\ \quad \quad \quad \nu_\mu \bar{u} \rightarrow \mu^- \bar{d} \quad 0 - \frac{1}{3} \rightarrow -1 + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} \\ \text{für } \bar{\nu}_\mu: \quad \bar{\nu}_\mu u \rightarrow \mu^+ d \quad 0 + \frac{1}{3} \rightarrow +1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ \quad \quad \quad \bar{\nu}_\mu \bar{d} \rightarrow \mu^+ \bar{u} \quad 0 + \frac{1}{3} \rightarrow +1 - \frac{2}{3} = +\frac{1}{3} \end{array}$$

Wenn es im Proton bzw. Neutron nur u, d -Quarks geben würde, wäre der Wirkungsquerschnitt:

$$R = \frac{\sigma(\bar{\nu}q)}{\sigma(\nu q)} = \frac{1}{3} \quad \text{genauer} \quad R = \frac{1 + 3\bar{Q}/Q}{3 + \bar{Q}/Q}$$

für isoskalare Targets (gleiche Anzahl von p und n)

Experiment:

- $\sigma_{nu} \propto E_\nu \Rightarrow$ punktförmige Konstituenten
- $R \approx 0,45$ (und nicht $\frac{1}{3}$) $\rightarrow \frac{\bar{Q}}{Q} \approx 0,15$

$$p = (u, u, d) \quad \text{und} \quad n = (u, d, d) \quad \text{mit} \quad u : \frac{2}{3}e \quad d : -\frac{1}{3}$$

DIS ν -Streuung in Vorwärtsrichtung, d.h. der F_1 -Beitrag (mag. Spinflip) verschwindet.

$$y = \frac{\nu}{E} \quad y \rightarrow 0 \quad \Rightarrow F_1 \text{ vernachlässigt werden}$$

$$\frac{d^2\sigma}{dydx} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^2} \frac{F_2}{x}$$

e-Proton:

$$F_2^{ep} \sim \left(\frac{2}{3}\right)^2 u_p(x) + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 d_p(x)$$

$u(x)$ bzw. $d(x)$: Verteilungsfunktionen der d Quarks bzw. u Quarks im Proton / Neutron als Funktion von x e-Neutron:

$$F_2^{en} \sim \left(-\frac{1}{3}\right)^2 d_n(x) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 u_n(x)$$

Wegen Isospinvarianz (Proton \approx Neutron) gilt $u_n(x) = d_p(x)$ und $d_n(x) = u_p(x)$ Nukleon:

$$\begin{aligned} F_2^{eN} &= \frac{1}{2} (F_2^{ep} + F_2^{en}) \\ &\sim \frac{1}{2} \left(\frac{5}{9} u_p(x) + \frac{5}{9} d_p(x) \right) \\ &= \frac{5}{18} (u_p(x) + d_p(x)) \end{aligned}$$

$\frac{5}{18}$ mean square: Quark Ladung pro Nukleon

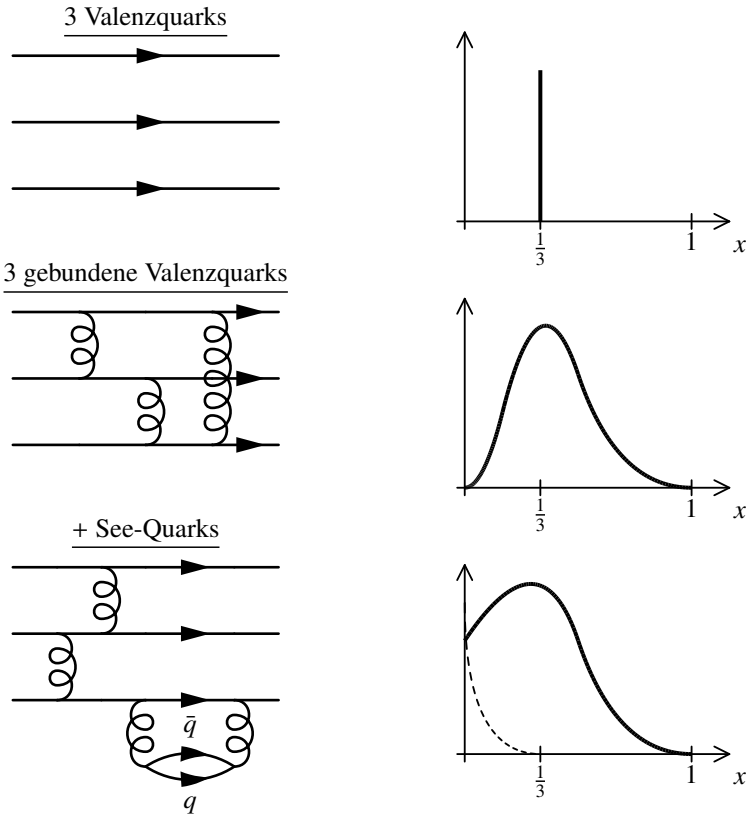
ν -Nukleonstreuung: Kopplung der Neutrinos an die Quarks ist inelastisch

$$\Rightarrow F_2^{\nu N} \sim (u_p(x) + d_p(x))$$

$$\Rightarrow \boxed{F_2^{\nu N} = \frac{18}{5} F_2^{eN}}$$

Unter der Annahme, dass $u = +2/3e$ und $d = -1/3e$ und schwache Ladung für u, d, \dots

Quarks im Proton:



Wiederholung ν -N-Streuung

1. $\sigma \propto E_\nu \Rightarrow n_{fi} = \text{const} \rightarrow \phi(E_\nu) \propto E_\nu$
 \Rightarrow Punktförmige Konstituenten
2. $R \simeq 0,45 \Rightarrow \frac{\bar{Q}}{Q} \simeq 15$
3. $F_2^{eN}(x) = \frac{5}{18} F_2^{\nu N}(x) \Rightarrow$ Drittel-Ladung
4. $\int F_2^{\nu N}(s) dx \simeq 0,50 \Rightarrow$ Gluonen (elektrisch neutral)

Kapitel 2

Quark - Struktur - Nukleonen

	u	d	(uud)	(udd)
Ladung	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	+1	0
Isospin I	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$
I_3	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
Spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Ein weiterer Hinweis auf die Dritteladung ist, dass es die Δ^{++} -Resonanz gibt und nur die Δ^- -Resonanz existiert.

$$\Delta^{++}: 3 \text{ u-Quarks } 3 \cdot \frac{2}{3}e = 2e$$

$$\Delta^-: 3 \text{ d-Quarks } 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)e = -e$$

2.1 Valenz und Seequarks

Valenzquarks:

Drei Quarks, die die Quantenzahlen der Nukleonen ausmachen

Seequarks:

Virtuelle Quark-Antiquark Paare. Ihre effektiven Quantenzahlen verschwinden im Mittel. Die Seequarks sind in der Tiefinelastischen Streuung sichtbar. Sie tragen nur kleine Impulsbeiträge x des Nukleons.

Außer den u - und d - Quarks, gibt es noch weitere Quarks mit größeren Massen:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \text{„flavour“ Geschmack}$$

u : up, d : down

c : charm, s : strange (seltsame Teilchen)

t : top, b : bottom (beauty)

Hierbei tragen u, c, t die Ladung $Z_F = \frac{2}{3}$ und d, s, b die Ladung $Z_f = -\frac{1}{3}$.

Konstituentenquarks:

Nur \sim die Hälfte des Nukleonimpulses wird von den Valenz- und den Seequarks getragen. Für die Spektroskopie brauchen die Seequarks und die Gluonen nicht explizit betrachtet werden. Die Massen werden den Valenzquarks zugeordnet (Quantenzahl bleibt unverändert).

Konstituentenquarks := effektive Valenzquarks

Die Massen der Konstituenten sind:

$$\sim 300 \text{ MeV}$$

Die Massen der Quarks sind:

$$M_u = 2,3_{-0,5}^{+0,7} \text{ MeV} \quad \text{und} \quad M_d = 4,8_{-0,3}^{0,7} \text{ MeV}$$

2.2 Quarks in Hadronen

Hadronen können in zwei verschiedenen Klassen auftreten:

Baryonen: Halbzahliges Spin (Fermionen) $3q$

Mesonen: Ganzzahliges Spin (Bosonen) $q\bar{q}$

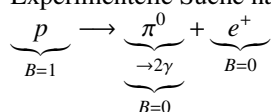
Protonen und Nukleonen sind Baryonen mit kleinster Massen

\Rightarrow „Grundzustände“ eines reichen Anregungsspektrum ähnlich der Atom- und Molekülspektren. (N.B. Energie und Massenunterschiede sind von der Größenordnung der Nukleonsse !)

\Rightarrow Man betrachtet Anregungszustände als individuelle Teilchen (vgl. Δ^{++} -Resonanz) mit entsprechenden Lebensdauern.

Baryonen:

- aus 3 Quarks aufgebaut
- Quarks Spin $\frac{1}{2} \Rightarrow$ Baryonen Spin $\frac{1}{2}$
- Erzeugung von Baryonen und Antibaryonen in gleicher Anzahl \Rightarrow Baryonenzahl B
 $B = 1$: für alle Baryonen
 $B = -1$: für alle Antibaryonen
 entsprechend für Quarks:
 $B = \frac{1}{3}$: für Quarks (q)
 $B = -\frac{1}{3}$: für Antiquarks (\bar{q})
- Bisher sind noch keine Zerfälle gefunden worden, die Baryonenzahl verletzen (Materie-Dominanz im Universum ??? Sachrov-Kriterien)
- Experimentelle Suche nach Baryonenzahl verletzenden Zerfällen:



$$\begin{aligned}
 p &\longrightarrow \bar{\nu} + K^+ \\
 p &\longrightarrow \mu^+ + K^0 \\
 \text{Experiment: } \tau &> (4 \cdot 10^{31} - 8 \cdot 10^{23}) \text{yr}
 \end{aligned}$$

Mesonen:

- Hadronen aus Quark-Antiquark-Paaren
- leichtesten Pionen sind die Pionen mit einer Masse von ca. 140 MeV (viel leichter als Nukleon)
- π^-, π^0, π^+ mit Spin 0, aufgebaut aus $\bar{q}q$

$$\pi^+ = |u\bar{d}\rangle$$

$$\pi^+ = |\bar{u}d\rangle$$

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) \text{ Mischzustand}$$
- Pionen sind die leichtesten Quarksysteme
 \Rightarrow Zerfall nur in Photonen/Leptonen möglich, z.B. $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu$
- N.B. Es gibt keine Mesonenzahlerhaltung, $q\bar{q}$ - Baryonenzahl = 0

2.3 Quark-Gluon Wechselwirkung**Farbe:**

Quantenzahl, damit das Pauliprinzip für Quarks in Hadronen gewährleistet wird.

Beispiel: Δ^{++} -Resonanz (u,u,d)

$$J^P = \frac{3}{2}^+, \text{ Bahndrehimpuls } l = 0 \text{ damit der Gesamtdrehimpuls } \frac{3}{2} \text{ ist}$$

$$|\Delta^{++}\rangle = |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle$$

Spins parallel \Rightarrow Spinwellenfunktion symmetrisch \Rightarrow Gesamtwellenfunktion (Ort und Spinwellenfunktion) ist symmetrisch

\nexists Pauliprinzip

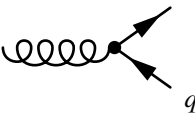
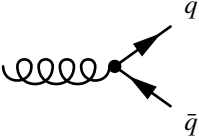
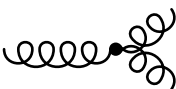
\Rightarrow Farbquantenzahl rot, blau, grün für Teilchen und anti-rot, anti-blau und anti-grün für Antiteilchen

\Rightarrow Farbwellenfunktion kann konstruiert werden, sodass die Gesamtwellenfunktion antisymmetrisch ist.

Gluonen:

- In der starken Wechselwirkung sind es die Gluonen, die die Wechselwirkung tragen
- Austauscheteilchen Gluonen koppeln an die Farbladung der Quarks (Analogie zur elektromagnetischen Wechselwirkung: Photonen koppeln an elektrische Ladung)
- Spin der Gluonen: 1
 Parität: - $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{Spin der Gluonen: 1} \\ \text{Parität: -} \end{matrix}} \right\} J^P = 1^-$
- Gluonen können Farbe und Antifarbe tragen
 $\Rightarrow 3 \times 3$ Farbkombination
 \Rightarrow Oktett + Singulett

- Oktett: $r\bar{g}, r\bar{b}, g\bar{b}, g\bar{r}, b\bar{g}$
 $1/\sqrt{2}(r\bar{r} - g\bar{g}), 1/\sqrt{6}(r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b})$
 Singulett: $1/\sqrt{3}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$
- 8 Gluonen vermitteln Wechselwirkung zwischen farbgeladenen Teilchen: zwischen Quark und zwischen Gluonen
 ⇒ Unterschied zur elektromagnetischen Wechselwirkung, da Photonen ungeladen sind

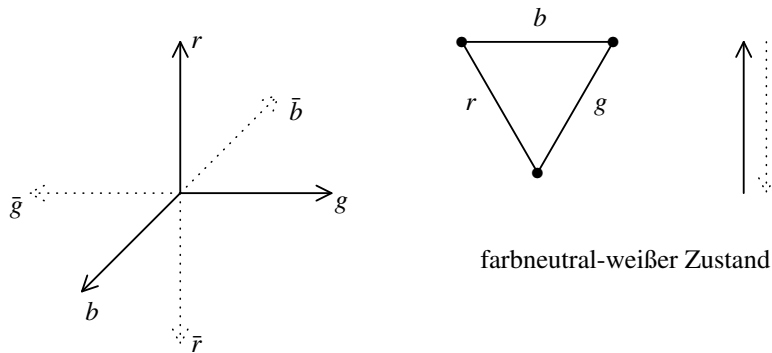
- Abstrahlung eines Gluons von einem Quark 
- Aufspaltung in $q\bar{q}$ 
- Selbstkopplung der Gluonen 

Die Farbladung ist ein zusätzlicher Freiheitsgrad.

Experimentelle Beobachtung:

Es gibt nur eine Sorte von $\pi^-, p, \Delta^+, \dots$

⇒ nur Farbneutrale Teilchen



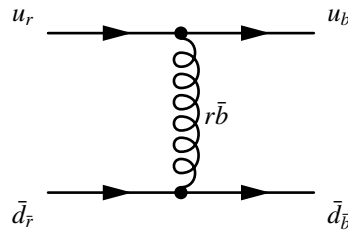
Es ist nicht möglich aus farbneutralen Objekt ein Quark heraus zu lösen, da ansonsten ein farbgeladenes Teilchen zurück bleibt

⇒ Quarks sind „eingesperrt“- Confinement

Für Mesonen gibt es die mögliche Farbkombination:

$$|\pi^+\rangle = \begin{cases} |u_r \bar{d}_{\bar{r}}\rangle \\ |u_b \bar{d}_{\bar{b}}\rangle \\ |u_g \bar{d}_{\bar{g}}\rangle \end{cases}$$

Das physikalische π^+ ist eine Mischung dieser Zustände. Durch ständigen Gluonenaustausch ändert sich die Farbkombination



Die Konsequenz der Farbladung ist, dass es keine Zustände mit $|qq\rangle$ oder $|qq\bar{q}\rangle$, da diese nicht farbneutral wären.

2.4 Starke Kopplungskonstante α_s

QFT: Kopplungskonstante abhängig von Q^2

EM WW: Abhängigkeit gering

st. WW: starke Abhängigkeit, Gluonen: Farbe tragen und selbst-Wechselwirkung

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \cdot \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda}\right)}$$

n_f : Zahl der Freiheitsgrade

schwere Quarks tragen nur bei großen Q^2 bei

$\Rightarrow n_f = 3 - 6$

Λ : freie Parameter der QCD wird aus experimentellen Daten bestimmt $\Lambda \approx 250 \frac{MeV}{c^2}$

Störungsrechnung in QCD ist nur möglich wenn $\alpha \ll 1$

$$\Rightarrow Q^2 \ll \Lambda^2 \approx 0,06 \left(\frac{GeV}{c}\right)^2$$

Für große Q^2 (kleine Abstände) wird die Kopplung der Quarks untereinander kleiner und verschwindet asymptotisch.

$Q^2 \rightarrow \infty$ „frei“ („asymptotische Freiheit“)

$Q^2 \rightarrow 0$ (große Abstände) Confinement

2.5 Einschub: Isospin

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2} + I_3$$

Proton: $I_3 = \frac{1}{2}$ und Neutron $I_3 = -\frac{1}{2}$

Konsequenz in der Kernphysik:

- Spiegelkerne: ${}^{30}_{14}\text{Si}$ und ${}^{30}_{16}\text{Si}$
- Quark: Proton und $\rightarrow udd$

„zufällige Gleichheit“ von u- und d- Quark ist die Ursache für die Isospinsymmetrie.

Beispiel: $\pi^+ = u\bar{d}$ mit $I_3 = +1$

$\pi^- = d\bar{u}$ mit $I_3 = -1$

$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{d} - d\bar{u})$ mit $I_3 = 0$

Pion Masse: $m_{\pi^+} = 140 MeV$ und $m_{\pi^0} = 135 MeV$

$\Rightarrow I = 1$ Multiplett mit $I = -1, 0, 1$

Leichte Quarks:

	I	I_3
u	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
d	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
s	0	0

	I	I_3
\bar{u}	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
\bar{d}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
\bar{s}	0	0

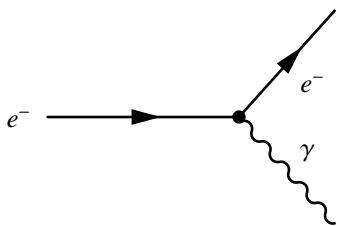
Isospinsymmetrie tritt auf bei allen Baryonen und Mesonen die unter Austausch $u \leftrightarrow d$ Quarks in einander transformieren.

Kapitel 3

e^+e^- - Colliderphysik

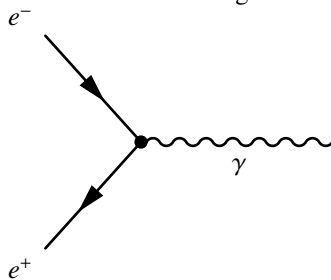
3.1 Teilchenerzeugung in e^+e^- - Kollisionen

(Quarkflavor, Farben, Gluonen, W^\pm , Z, Leptonen)

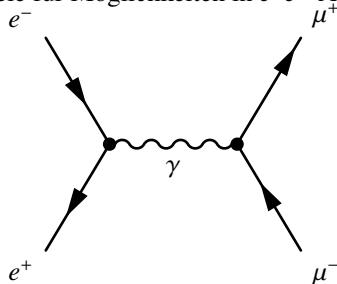


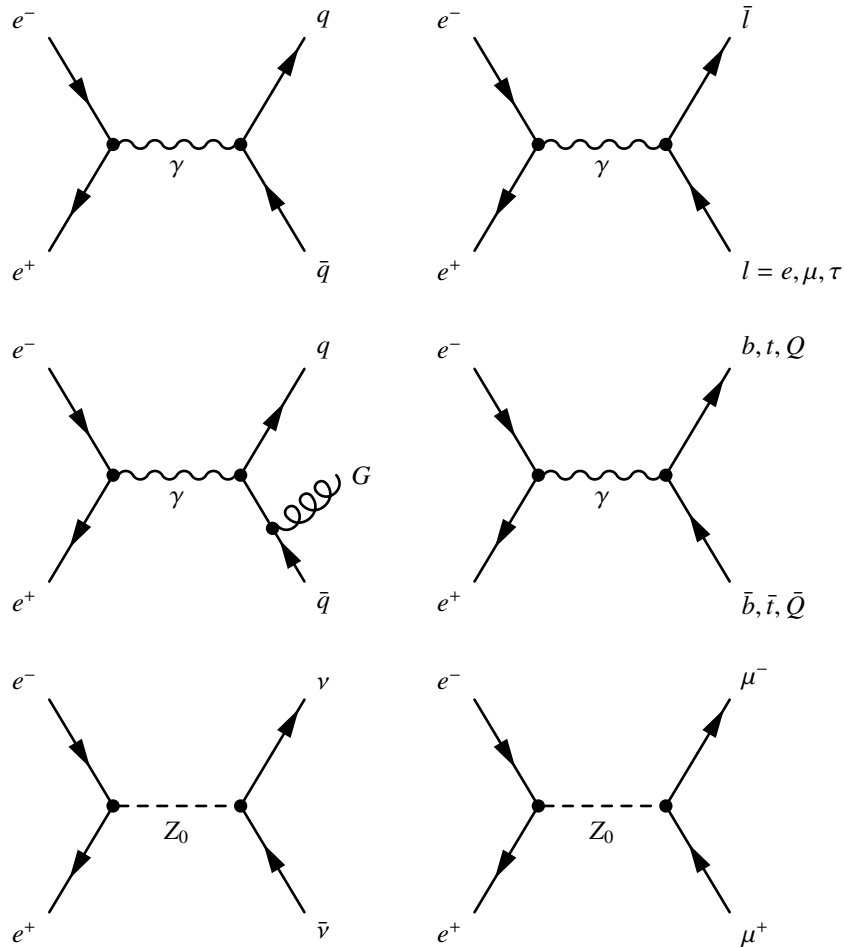
in DIS: „high-resolution“
Photon (virtuelles Photon)

„high-res“ können in hochenergetischen e^+e^- -Kollisionen erzeugt werden.
 e^+e^- Annihilation ist ein „sauberer Prozess“, da im Anfangszustand Leptonen anstatt von Hadronen befinden, welche aus Partonen aufgebaut sind.



Beispiele für Möglichkeiten in e^+e^- -Annihilation:





Kollidierende Strahlen (symm. Collider LEP $\vec{p}_{e^-} = \vec{p}_{e^+}$ ($\vec{p}_{ges} = 0$))
 \Rightarrow Laborsystem ist identisch mit Schwerpunktsystem (CMS)
 Für Teilchenerzeugung ist die invariante Masse \sqrt{s} relevant:

$$\sqrt{s} = \sqrt{\left(\sum p_i\right)^2} \Rightarrow s = (p_1 + p_2)^2$$

$$p_1 = (E, \vec{p}c)$$

$$p_2 = (E, -\vec{p}c)$$

$$\Rightarrow \sqrt{s} = 2E$$

Vergleich mit e^+ auf ruhendes Target:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = (E, \vec{p}) \\ p_2 = (mc^2, 0) \end{array} \right\} s = 2Emc^2 + 2m^2c^4$$

Collider: $\approx E$

ruhendes Target: $\approx \sqrt{E}$

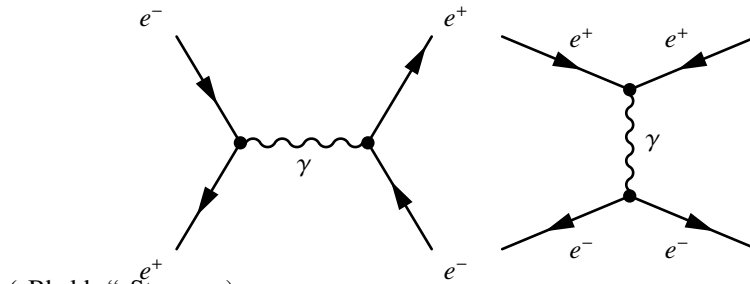
Um neue Teilchen zu finden, erhöht man die Energie im Speicherring und sucht nach anwachsenden Reaktionsraten (bzw. Resonanzen)

3.1.1 Leptonische Kanäle (Lepton Spin $\frac{1}{2}$)

Leptonen unterliegen der schwachen Wechselwirkung. Gleandene Leptonen unterliegen weiterhin noch der elektromagnetischen Wechselwirkung.

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

$$e^+e^- \longrightarrow e^+e^-:$$



(„Bhabha“-Streuung)

Endzustände sind identisch \Rightarrow Amplituden addieren sich im Wirkungsquerschnitt

μ - Produktion:

$$e^+e^- \longrightarrow \mu^+\mu^- \quad m_{\mu^\pm} = 105,7 \frac{MeV}{c^2} \Rightarrow \sqrt{s} \geq 210 MeV$$

$$\tau_\mu = 2,2 \mu s$$

Zerfälle:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

τ - Produktion:

$$e^+e^- \longrightarrow \tau^+\tau^- \quad m_{\tau^\pm} = 1784 \frac{MeV}{c^2} \Rightarrow \sqrt{s} \geq 22568 MeV$$

$$\tau_\tau = 3 \cdot 10^{-13} s$$

Entdeckung bei SLAC (1975) Zerfälle:

$$\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau$$

$$\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

$$\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau$$

$$\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_\tau$$

Messung von $E = E_e + E_\mu \ll \sqrt{s}$

Die Restenergie wird von γ 's weggetragen.

Wirkungsquerschnitt: $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$

Fermis Goldene Regel: $w = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \rho_f$

$$\mathcal{M}_{fi} \propto \frac{e^2}{q^2 + M^2} = \frac{4\pi\alpha}{q^2} \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$$

mit $q^2 = \underbrace{E_0^2}_{\text{totale Energie}(4E)} = s$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} (\hbar c)^2 (1 + \cos^2 \theta)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(a + b \rightarrow c + d) = \frac{1}{4\pi^2 \hbar^4} |\mathcal{M}_{if}|^2 \frac{p_f^2}{v_i v_f}$$

mit $v_{i,f}$: relativ Geschwindigkeit relative Näherung:

$$\Rightarrow \text{relative Geschwindigkeit } v_i - v_f = 2c$$

$$\Rightarrow E \approx pc (m_\mu \ll E)$$

$$\Rightarrow E_0 = 2p_f c$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto |\mathcal{M}_{if}|^2 \rho_f \propto \frac{1}{E_0^2} = \frac{1}{s}$$

- elektromagnetische Wechselwirkung: $\sigma \propto |e \cdot e|^2 \propto \alpha^2$
- Energieabhängigkeit: $\propto \frac{1}{E_0} = \frac{1}{s}$
- $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} (\hbar c)^2 (1 + \cos^2 \theta)$

Integriert über Ω :

$$\sigma_{tot} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} (\hbar c)^2$$

- Punktförmige Teilchen
- Annihilation wie single Photon
- $\sigma_{tot} = 86,8 \frac{nb}{s}$

Wenn \sqrt{s} so hoch ist, dass die unterschiedliche Massen von m_μ, m_τ vernachlässigt werden können, sind die Wirkungsquerschnitte für $\mu^+\mu^-$ - und $\tau^+\tau^-$ - Erzeugung identisch

\Rightarrow Leptonenuniversalität

d.h. e, μ, τ verhalten sich (abgesehen von ihren Massen und den verbundenen Effekten) in allen Reaktionen gleich.

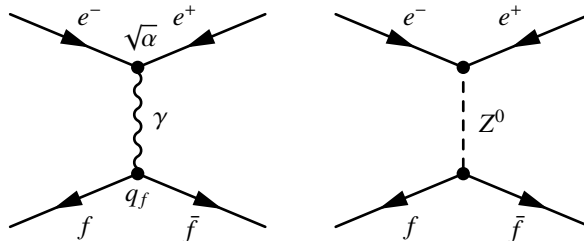
Formfaktoren sind identisch 1 (\Rightarrow punktförmige Teilchen)

Ausdehnung des Elektrons: exp. Obergrenzen $< 10^{-18}m$

außerdem: Keine angeregten Zustände der Leptonen beobachtet

\Rightarrow Leptonen sind punktförmige Teilchen und nicht zusammengesetzt

N.B. $\mu^+\mu^-$ -Paare können auch über die schwache Wechselwirkung produziert werden:



Wegen der Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung wächst die Winkelverteilung von $1 + \cos^2 \Theta$ an.

3.1.2 Wiederholung: Natürliche Linienbreite/Breit-Wiegner-Resonanz

Lebensdauer eines instabilen Zustandes:

$$\tau = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar\omega = 2\pi|\mathcal{M}|^2 \int \rho_f d\Omega$$

Energie-Zeit-Unschärfe $\Delta E \Delta t \approx \hbar$

Zerfallsrate eines Zustandes (od. Teilchens) A:

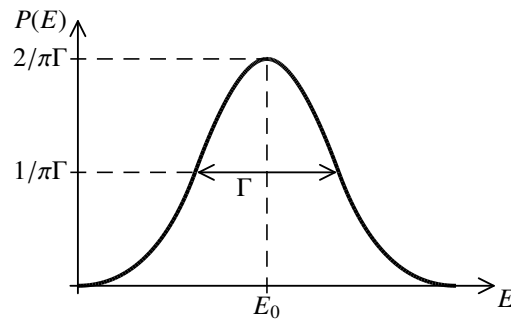
$$\Gamma = -t \frac{dN_A}{dt} \cdot \frac{1}{N_A} \quad \text{mit} \quad N_A(t) = N_A(t=0)e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}$$

\Rightarrow exponentielle zeitliche Verlauf von Γ bestimmt die Linienform unserer Resonanz

Falls der Zustand (Teilchen) in verschiedene Kanäle zerfallen kann

$$\Rightarrow \Gamma_{ges} = \sum_i \Gamma_i$$

$$\sigma(E) = \sigma_{max} = \frac{\frac{\Gamma^2}{4}}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (3.1)$$



3.1.3 e^+e^- -WW: Hadronische Kanäle

Resonanzen: Anregung erlaubter Quantenzustände (= Teilchen).

Beobachtete Resonanzen bei e^+e^- -WW: $[\sqrt{s}] =$

- (770 - 780) MeV
- 1019 MeV
- (3,1 - 3,7) GeV
- 10 GeV
- 91 GeV

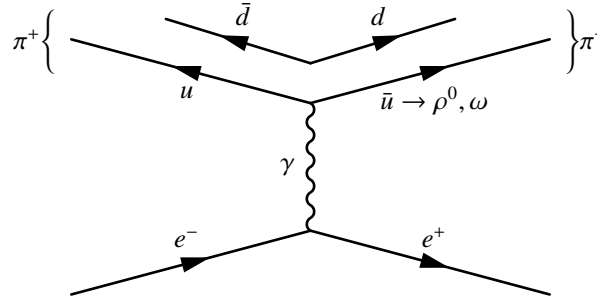
3.1.3.1 ρ^0 -, ω -Resonanz

$$e^+e^- \rightarrow \rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^- \quad M(\rho) = 770 \text{ MeV}$$

$$e^+e^- \rightarrow \omega^0 \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^- \quad M(\omega) = 782 \text{ MeV}$$

- $\Gamma_\rho = 154 \text{ MeV} \Rightarrow \tau_\rho \simeq 4 \cdot 10^{-24} \text{ sec}$
- $\Gamma_\omega = 9,9 \text{ MeV} \Rightarrow \tau_\omega \simeq 7 \cdot 10^{-23} \text{ sec}$

(Zeitskala: starke WW). Zugrundeliegender Prozess: Erzeugung von $u\bar{u}$ und $d\bar{d}$ -Paaren.
Z.B:



Hadronen (= stark wechselwirkende Teilchen) aus Quark-Antiquarkpaaren: **Mesonen.**

$$\begin{aligned} \pi^+ &= u\bar{d} & \text{Spin - 0} \\ \pi^- &= \bar{u}d & \text{Spin - 0} \\ \pi^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) & \text{Spin - 0} \\ \rho^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) & \text{Spin - 1} \\ \omega &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) & \text{Spin - 1} \end{aligned}$$

Pionentriplett: $\pi^+ \pi^0 \pi^-$

Spin: $J = 0$; „Isospin“: $I = 1$.

Rhotriplett: $\rho^+ \rho^0 \rho^-$

Spin: $J = 1$; „Isospin“: $I = 1$. $\rho^+ = u\bar{d}$; $\rho^- = \bar{u}d$ (Spins der Quarks: parallel)

ω -Singulett:

Spin: $J = 0$; „Isospin“: $I = 0$.

3.1.3.2 ϕ -Resonanz

$$\sqrt{s} = 1019 \text{ MeV} = m(\phi)$$

$$\Gamma = 4,4 \text{ MeV} \rightarrow \text{lange Lebensdauer!}$$

Zerfallskanäle (85%):

$$\phi \rightarrow K^+ + K^-; \quad m_{K^\pm} = 494 \text{ MeV}/c^2$$

$$\phi \rightarrow K^0 + \bar{K}^0; \quad m_{K^0} = 499 \text{ MeV}/c^2$$

Kaonen K^\pm, K^0 : „seltsame“ Teilchen. ($\tau_{K^\pm} \approx 13 \text{ nsec}$; $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ schwache WW)

Erzeugung: via starke WW

Zerfall: via schwache WW; aber auch: $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

Einführung von s-Quarks (s=„strange“ Quark)

$$K^+ = u\bar{s}, K^0 = d\bar{s}, K^- = \bar{u}s, \bar{K}^0 = \bar{d}s$$

elektrische Ladung s-Quark: $Q = -\frac{1}{3}$

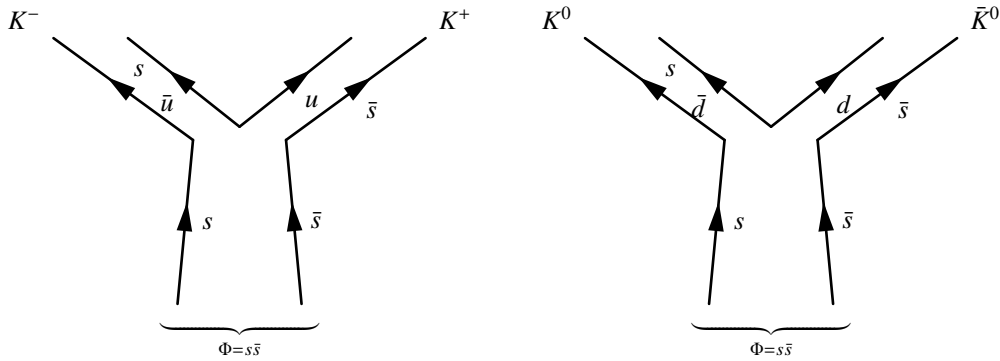
Quantenzahl „Strangeness“ S: Zahl der \bar{s} -Antiquarks minus s-Quarks: (Spin $K : J = 0$).

Elektromagnetische + starke WW: S bleibt erhalten.

Schwache WW: S kann geändert werden

3.1. TEILCHENERZEUGUNG IN E^+E^- - KOLLISIONEN

37



3.1.3.3 J/ψ -Resonanz

(1974 - Entdeckung des c-Quarks)

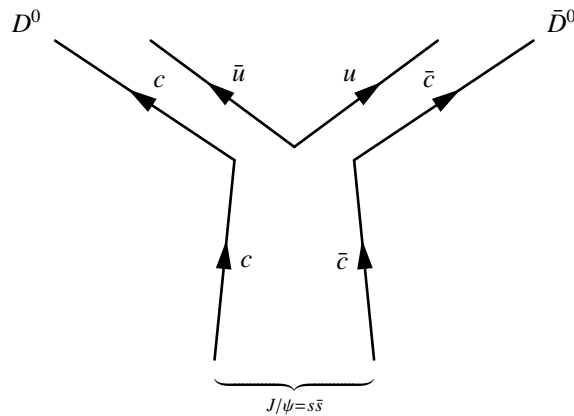
$$\sqrt{s} = 3097 \text{ MeV}$$

$$\Gamma = 87 \text{ keV} \quad \text{extrem schmale Resonanz}$$

SLAC: $e^+ + e^- \rightarrow \psi \rightarrow \text{Hadronen}$

BNL: $p + Be \rightarrow \underbrace{J}_{\rightarrow e^+ + e^-} + \text{anything}$ Unterschiedliche Benennung, da ψ und J unabhängig voneinander gefunden wurden: $J + \psi \Rightarrow J/\psi$.

Die extrem schnelle Resonanz wird mit der Erzeugung eines neuen Quarks, dem c-Quark (charm) in Verbindung gebracht.



\rightarrow energetisch verboten, weil: $m(D^0 = c\bar{u}) = m(\bar{D}^0 = \bar{c}u) = 1865 \text{ MeV}/c^2$.

Auch $J/\psi \rightarrow \underbrace{D^+}_{D^+ = c\bar{d}} + \underbrace{D^-}_{D^- = \bar{c}d}$ verboten.

$$m(D^\pm) = 1869 \text{ MeV}/c^2$$

El. Ladung c: $Q = +\frac{2}{3}$ (charm-Quark)

Zerfall in Pionen möglich, aber nur in WW höherer Ordnung. \rightarrow kleiner Wert von Γ .

3.1.3.4 Υ -Resonanz

$\Upsilon = b\bar{b}$, b-Quark (bottom)

niedrigste Resonanz, liegt bei $9,46 \text{ GeV}$ mit $\Gamma = 52 \text{ keV}$

Zerfällt in b-Mesonen ($b\bar{u}, b\bar{d}, \dots$) von höheren Υ -Resonanzen möglich. 1995: direkter Nachweis des t-Quarks. $p\bar{p}$ -Kollisionen am Tevatron (Fermilab, Chicago) $m_t = 173,8 \pm 5,2 \frac{GeV}{c^2}$. Vorhersage indirekte Massenbestimmung in e^+e^- (LEP) über Korrekturen höherer Ordnung.

3.1.3.5 Z^0 -Resonanz

$$\sqrt{s} = 91,2 GeV$$

$$\Gamma = 2490 MeV$$

Zerfall von Z^0 : in Quark-Antiquark und Leptonenpaare. Z^0 ist das Vektorboson der schwachen Wechselwirkung „neutraler Strom“.

3.1.4 Zusammenfassung Quarks

Q/e	Massenskala \rightarrow		
$+\frac{2}{3}$	u	c	(t)
$-\frac{1}{3}$	d	s	b

Massen der Konstituentenquarks (effektive Masse von Quarks, die in Hadronen gebunden sind).

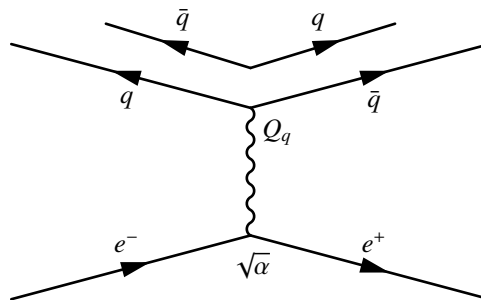
1995: Nachweis des t „Top“-Quarks am Tevatron (FNAL) in $p\bar{p}$ -Kollisionen. Spin des Quarks $J = 1/2$. Weitere Quantenzahlen (Flavour):

S	s-Quark	-1
C	c-Quark	+1
B	b-Quark	-1
T	t-Quark	+1

Konvention: Flavourquantenzahlen haben das gleiche Vorzeichen wie die elektrische Ladung des Quarks. Antiquarks: Quantenzahl = -Quantenzahl (Quark).

3.2 Nichtresonante Erzeugung von Hadronen

Erzeugung von Quark-Antiquark-Paaren außerhalb von Resonanzen



$$\sigma \sim \alpha \cdot Q_q^2$$

Abhängig von \sqrt{s} können $q\bar{q}$ -Paare bis $b\bar{b}$ gebildet werden.

$$\begin{aligned}\sqrt{s} < 3\text{GeV} &: & u, d, s \\ \sqrt{3}\text{GeV} < s < 10\text{GeV} &: & u, d, s, c \\ \sqrt{10}\text{GeV} < s < 60\text{GeV} &: & u, d, s, c, b\end{aligned}$$

(LEP: \sqrt{s} ist nicht ausreichend um top-Quarks direkt zu produzieren) Vergleich de Wirkungsqueerschnittes $\sigma(\text{Hadronen})$ mit $\sigma(\mu^+\mu^-)$:

Man erwartet

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_f Z_f^2$$

Summation über Quarks, die bei \sqrt{s} produziert werden

$$R(\sqrt{s} \lesssim 3 \text{ GeV}) = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)^2}_{\text{„u“}} + \underbrace{\left(\frac{-1}{3}\right)^2}_{\text{„d“}} + \underbrace{\left(\frac{-1}{3}\right)^2}_{\text{„s“}} = \frac{2}{3}$$

$$R(\sqrt{s} \lesssim 10 \text{ GeV}) = \frac{2}{3} + \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)^2}_{\text{„c“}} = \frac{10}{9}$$

$$R(\sqrt{s} \lesssim 60 \text{ GeV}) = \frac{10}{9} + \underbrace{\left(\frac{-1}{3}\right)^2}_{\text{„b“}} = \frac{11}{9}$$

Experimentelle Beobachtung: R ist um einen Faktor 3 größer! (für alle Energien)

⇒ Jedes $q\bar{q}$ -Paar kann in 3 Zuständen der „starken Farbladung“ auftreten: $R\bar{R}, G\bar{G}, B\bar{B}$.

Weiterer Hinweis auf 3 zusätzliche Freiheitsgrade in $p\pi^+$ -Resonanzen.

$$p\pi^+ \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow p\pi^+ \text{ (bei 1236 MeV)}$$

Im Quarkbild:

$$uud + u\bar{d} \rightarrow uuu$$

Quantenzahlen Δ^{++} :

$$Q = +2; J = \frac{3}{2} \text{ (aus Winkelverteilung)} \Delta^{++} = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

Vollkommen *symmetrisch* bzgl. dem Austausch zweier Quarks. Verletzung des Pauliprinzips wird vermieden durch 3 Farbfreiheitsgrade. Farben: „starken Ladungen“ der Quarks.

Postulat: Baryonen (Hadronen mit 3 q) und Mesonen (Hadronen mit $q\bar{q}$) sind Farbneutral.

$$\text{Z.B.: } \Delta^{++} = u_R u_G u_B, \pi^+ = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_R \bar{d}_R + u_G \bar{d}_G + u_B \bar{d}_B)$$

$$R + G + B = 0$$

$$R + \bar{R} = 0$$

$$G + \bar{G} = 0$$

etc.

Antiquarks tragen „Antifarbe“

Winkelverteilung der Jets:

Die Winkelverteilung hängt vom Spin der Quark-Konstituenten ab:

$$\frac{dN}{d\Omega} \propto (1 + \cos^2 \Theta) \quad (3.2)$$

Experiment: Winkelverteilung folgt $(1 + \cos^2 \Theta)$ -Verteilung \Rightarrow Konstituenten sind Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen.

3.3 Zusammenfassung der e^+e^- -Kollisionen:

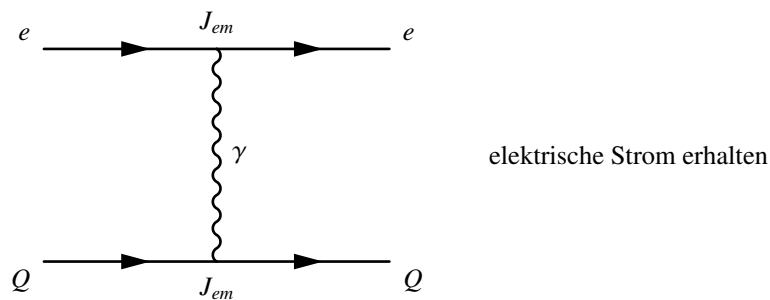
1. Konstanz von R ($\sigma \propto \frac{1}{2}$) \Rightarrow punktförmige Teilchen (Partonen) Konstituenten der Hadronen
2. Winkelverteilung der Jets \Rightarrow Spin $\frac{1}{2}$
3. Wert von R: geladene Partonen sind Quarks mit Drittel-Ladung und Farb-QZ

Kapitel 4

Schwache Wechselwirkung

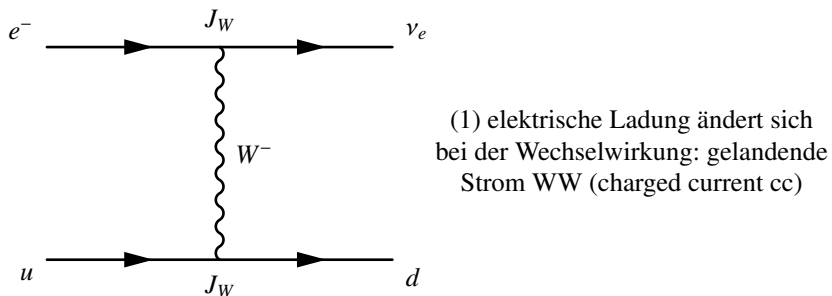
- Die schwache Wechselwirkung findet zwischen Quarks und zwischen Leptonen statt
- Austausch von W^\pm, Z^0 Bosonen
- Ähnlichkeit mit der elektromagnetischen Wechselwirkung

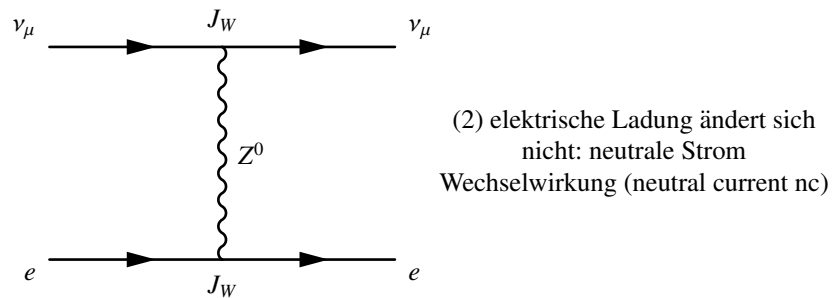
Elektromagnetische Wechselwirkung



- Die Ladung wird von e, Q getragen
- Wechselwirkung zwischen zwei Strömen „Strom-Strom-Wechselwirkung“ (Analogie zwischen zwei elektrischen Drähten, durch die ein Strom fließt)

Schwache Wechselwirkung





Schwache Wechselwirkung findet zwischen allen von Quarks und Leptonen statt.

Leptonen Universalität

„Ist Kopplung an W^\pm, Z^0 identisch für alle Fermionen?“ D.h. tragen alle Leptonen und Quarks die gleiche schwache Ladung?

Antwort: Ja für Leptonen, „Nein“ für Quarks

Für niederenergetische Prozesse ist die schwache Wechselwirkung punktförmig (Punktwechselwirkung) und die Stärke ist durch die Fermikonstante G charakterisiert.

$$G \sim \frac{g^2}{q^2 + M_{W,Z}^2}$$

Für niedrige Energien $q^2 \ll M^2 \Rightarrow \frac{g^2}{M^2} \approx 10^{-5} GeV^{-2}$

Zerfallsamplitude $\sim G$

Zerfallrate $\sim G^2$

$$\frac{1}{\tau} = \Gamma(\mu \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\mu) \propto G^2 m_\mu^5$$

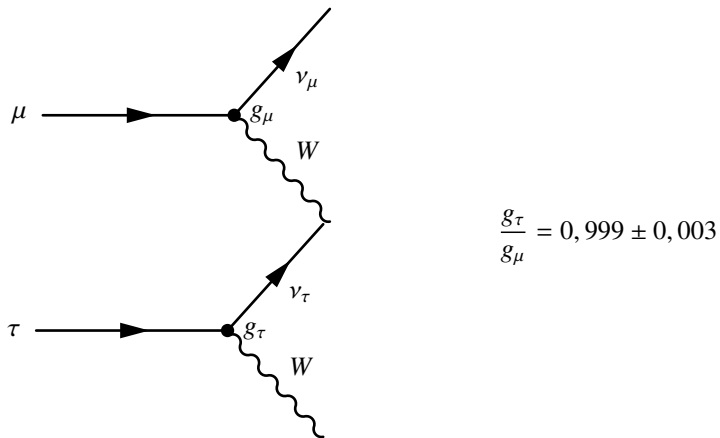
τ -Lepton: $\tau \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\tau$ (Branching: 17,8 %)

Die Universalität der Kopplung g_μ und g_τ wird aus den Zerfällen bestimmt:

$$\left(\frac{g_\tau}{g_\mu}\right) = B(\tau \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\tau) \left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right)^5 \left(\frac{\tau_\mu}{\tau_\tau}\right)$$

mit $\tau_\mu = 2,197 \cdot 10^{-6} s$, $m_\mu = 105,658 MeV$

$\tau_\tau = (2,91 \pm 1,5) \cdot 10^{-15} s$, $m_\tau = 1777 MeV$



Aus $\tau \rightarrow e\nu_e\bar{\nu}_\tau$ und $\tau \rightarrow \mu\nu_\mu\bar{\nu}_\tau$

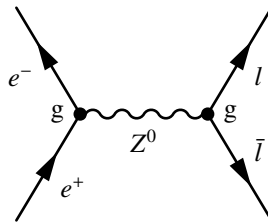
$$\Rightarrow \frac{g_\mu}{g_e} = 1,001 \pm 0,004$$

weitere Tests: $\pi \rightarrow e\nu$ und $\pi \rightarrow \mu\nu$

$$\Rightarrow \frac{g_\mu}{g_e} = 1,001 \pm 0,002$$

\Rightarrow unterschiedliche Leptonenflavor koppeln identisch an W^\pm -Bosonen

$Z^0 : e^+e^- \rightarrow Z^0$



Experimentelle Beobachtung (LEP):

$$Z^0 \rightarrow e^+e^- : \mu^+\mu^- : \tau^+\tau^- = 1 : 1,000 \pm 0,004 : 0,999 \pm 0,005$$

\Rightarrow unterschiedliche Leptonenflavor koppeln identisch an das Z^0 -Bosonen

Im gegensatz dazu hängt die Kopplung der Quarks an die schwache Wechselwirkung (W^\pm -Bosonen) vom Quarkflavour ab \Rightarrow Cabbibo Mischung (später)

Q	$L_e = 1$	$L_\mu = 1$	$L_\tau = 1$
0	ν_e	ν_μ	ν_τ
-1	e^-	μ^-	τ^-

mit $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$
 $m_\mu = 105 \text{ MeV}/c^2$ und
 $m_\tau = 1777 \text{ MeV}/c^2$

- Neutrino Masse $m_\nu \neq 0 \text{ meV} - eV$ (Exp. Neutrino-Oszillationen)
- L : Leptonenzahl $\Delta L = 0$
- L_e, L_μ, L_τ : Familienleptonenzahl (in Oszillations-Exp. gezeigt, dass diese nicht erhalten bleibt)

$$L_\mu: \quad \begin{array}{l} \pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \\ 0 = -1 + 1 \end{array} \quad \text{erlaubt}$$

$$L_\mu: \quad \begin{array}{l} \nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p \\ +1 + 0 = +1 + 0 \end{array} \quad \text{erlaubt}$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \gamma \quad \text{verboten}$$

Bisher kein Hinweis für $\Delta L \neq 0$ ($0\nu\nu\beta$ -Zerfall)

Familienleptonenzahl ist verletzt in sogenannten ν -Oszillationsexperimenten z.B. Sonnenneutrinoexperimente, Dissapp. Experimente (Reaktor $\bar{\nu}_e$)

$$\begin{array}{l} \nu_e \rightarrow \nu_{\mu,\tau} \\ \bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_x \\ \bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x \\ \rightarrow \bar{\nu}_\tau \\ \rightarrow \bar{\nu}_e \end{array}$$

$$\Rightarrow \Delta m_\nu \neq 0$$

Familien-Leptonenzahl ist verletzt aus ν -Oszillationen

Klassifizierung der schwachen WW

Leptonisch: $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ (μ -Zerfall)
 $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ (elastische ν -Streuung)

Semileptonisch: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$ (β^- -Zerfall)
 $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ (inverser β^- -Zerfall)
 $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

Nichtleptonisch: $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- p$
 $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ oder $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^+$
hier: $\Delta S = 1$ (auch bei $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$) und verboten in elektromagnetischer und starker WW.

Merkmale der schwachen Wechselwirkung

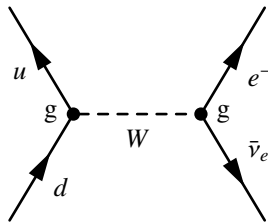
Lange Lebensdauern ($\tau \gg 1 \cdot 10^{-19} \text{ s}$) und kleine Wirkungsquerschnitte ($\sigma \ll 1 \cdot 10^{-38} \text{ cm}^2$) bei Energien $\lesssim 1 \cdot 10^2 \text{ GeV}$.

Bsp.: $p + p \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e$

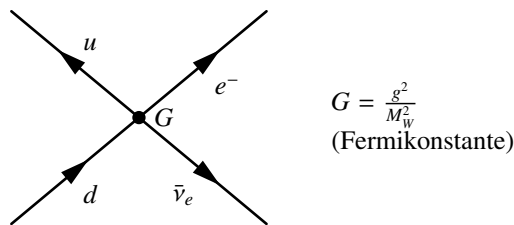
Fusion von Wasserstoff zu Deuterium in der Sonne: Reaktionsrate ($\rho \simeq 1 \cdot 10^2 \text{ g/cm}^3$; $kT \simeq \text{keV}$) $\simeq 1 \cdot 10^{-10} \text{ a}$

4.1 Betazerfall von Kernen: Fermitheorie

- $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
- Propagator: $\frac{1}{Q^2 + M_W^2}$
- Im Quarkbild: $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$ über Austausch eines W-Bosons:



- Wegen $M_W \approx 80 \frac{GeV}{c^2}$ ist $Q^2 \ll M_W^2 \rightarrow$ effektive Vierfermionkopplung:



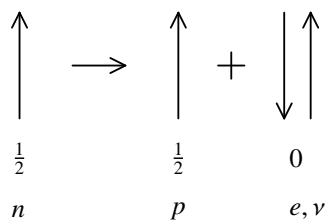
- Übergangswahrscheinlichkeit nach Fermi:

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 |\mathcal{M}|^2 \frac{dN}{dE_0}$$

mit

- E_0 : Energie des Endzustandes
- $\frac{dN}{dE_0}$: Endzustandsdichte („Phasenraum“)
- $|\mathcal{M}|^2$: Quadrat des Matrixelements
 ≈ 1 für sogenannte Fermi-Übergänge
 ≈ 3 für sogenannte Gamov-Teller-Übergänge

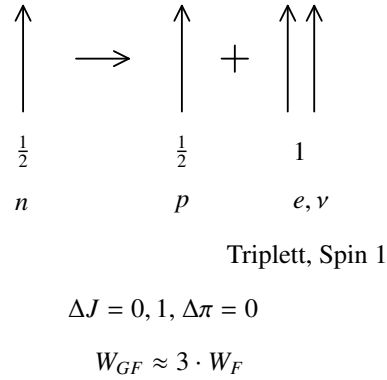
Fermi-Übergang



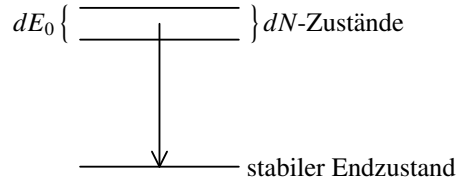
Singulett, Spin 0

$$\Delta J = 0, \Delta \pi = 0 \text{ (Parität)}$$

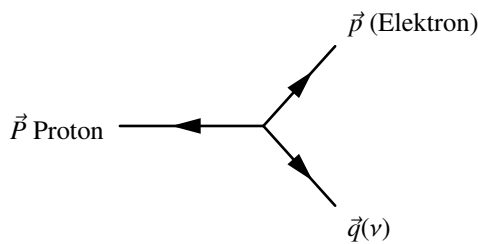
Gamov-Teller-Übergang



Spektrale Form des β^- -Spektrums



Impulsverteilung:



$\frac{dN}{dE_0} = ?$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p} = \text{Impuls Elektron} \\ \vec{q} = \text{Impuls Neutrino} \\ \vec{P} = \text{Impuls Proton} \end{array} \right\} n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

Restframe:

$$\vec{p} + \vec{q} + \vec{P} = 0$$

$$T + E_\nu + E = E_0$$

Für $m_\nu = 0$ gilt $E_\nu = qc$.
 Wegen $m_\nu \ll m_e \ll m_p$ ist ($E_0 \simeq \text{MeV}$). $E_p = P^2/2m_p \simeq \text{keV}$ und vernachlässigbar.
 $\Rightarrow E_0$ verteilt sich zwischen Elektron und Neutrino. Der Kern dient zur Impulserhaltung „keine Rückstoß Energie“
 $\Rightarrow qc = E_0 - E$

Zahl der Phasenraumzustände $[p, p + dp]$:

$$\frac{V d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} p^2 dp$$

Im Einheitsvolumen ($V = 1$) für das Elektron:

$$\frac{4\pi p^2}{(2\pi\hbar)^3} dp$$

Für das Neutrino:

$$\frac{4\pi q^2}{(2\pi\hbar)^3} dq$$

Für das Proton steht kein Phasenraum zur Verfügung, weil $\vec{P} = -(\vec{p} + \vec{q})$
Somit ist die Zahl der Endzustände:

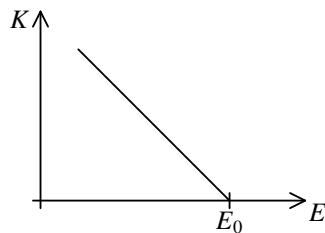
$$\Rightarrow dN = \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} p^2 q^2 dp dq$$

Mit $q = \frac{(E_0 - E)}{c}$ und $dq = \frac{dE_0}{c}$ gilt:

$$\boxed{\frac{dN}{dE_0} = \frac{1}{2\pi^2\hbar^6 c^3} p^2 (E_0 - E)^2 dp} \quad (4.1)$$

\Rightarrow Elektronenspektrum $N(p) dp \propto p^2 (E_0 - E)^2 dp$

Kurie-Diagramm: $K = \sqrt{\frac{N(p)}{p^2}} \propto E_0 - E$

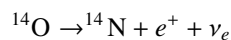


Wechselwirkung Elektron im Coulombfeld des Kerns: Fermifunktion $F(Z, E)$

$\rightarrow e^-$ -Spektrum zu kleineren Energien

$\rightarrow e^+$ -Spektrum zu höheren Energien

Gesamtzerfallsrate $N \sim \int_0^{E_0} N(p) dp \sim E_0^5 \Rightarrow$ Bestimmung von G



$(J^P = 0^+ \rightarrow J^P = 0^+ \text{ mit } |M_{fi}|^2 = 1)$

$$G = 1.16 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

Für $m_\nu > 0$ gilt

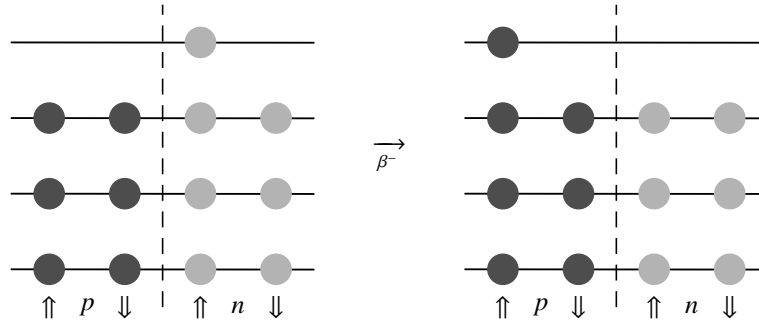
$$\boxed{N(p) dp \sim p^2 (E_0 - E)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E_0 - E}\right)^2} dp} \quad (4.2)$$

Bisher Grenzen aus ${}^3\text{H}$: $m_\nu \leq 2eV$.

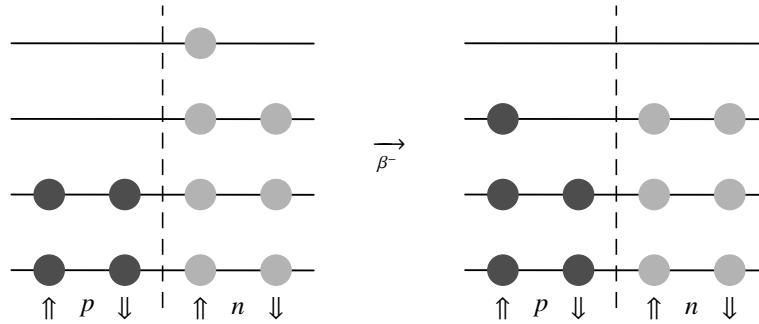
„KATRIN“: $m_\nu \approx 0.2eV$.

Erlaubte und verbotene Übergänge

$|\mathcal{M}_{if}|^2$ maximal bei Spiegelkernen \rightarrow „übererlaubte“ Übergänge:



„Erlaubte Übergänge“:

**Auswahlregeln**

Drehimpuls der Leptonen $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ mit $s = 0, 1$.

Kernspins: $\vec{I}_i = \vec{I}_f + \vec{j}$

Bei vorgegebenen \vec{I}_i, \vec{I}_f kann j sein:

$$|I_i - I_f| \leq j \leq I_i + I_f$$

Für vorgegebenes j :

$$|\Delta I| \leq j$$

Fermi-Übergänge ($S = 0$): $|\Delta I| < l$

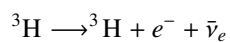
Fermi-Übergänge ($S = 1$): $|\Delta I| < l + 1$

Erlaubte Übergänge: $l = 0$ wegen punktförmiger Wechselwirkung bei nuklearen Energien ($\approx \text{MeV} \ll M_w c^2$).

Verbotene Übergänge: $l \neq 0$ und $\Delta I \geq 1$.

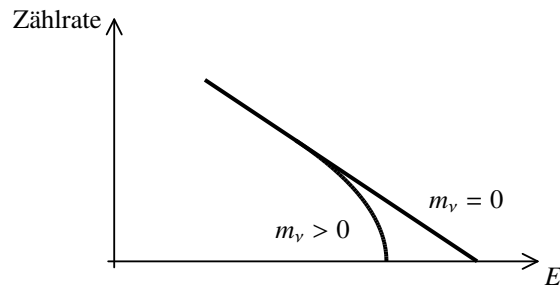
Ist das Neutrino massiv?

Experimenteller Test $\bar{\nu}_e$: „Endpunktmessungen“ e^- -Spektrum



$Q = 18.3 \text{ keV}$

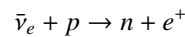
4.2. PARITÄTSVERLETZUNG IN DER SCHWACHEN WECHSELWIRKUNG 49



Experimentelle Resultate (1996):
 $m_\nu < 4.35 \text{ eV}$ (Triitsk, Rußland)
 $m_\nu < 7.2 \text{ eV}$ (Mainz)

Nachweis des Neutrinos

Direkter Nachweis von Reines und Cowan (1956)
 Indirekter Nachweis von Debrece (1965)



Energieschwelle

$$Q = (m_n + m_{e^+} - m_p) \approx 1,8 \text{ MeV}$$

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+) = 9,6 \cdot 10^{-44} \text{ cm}^2 \cdot (E_\nu - Q)^2$$

NB: ν_e mit $E \sim 1 \text{ MeV}$ hat eine freie Weglänge in H_2O von 10^{20} bzw. 50 Ly .

Nachweis:

$\bar{\nu}_e$ aus β^- -Zerfällen der Spaltprodukte in Kernreaktionen $1 \text{ GWm} \rightarrow \phi \sim 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

4.2 Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung

Direkte Transformationen:

- P : Paritätstranasformation
- C : Ladungskonjugation
- T : Zeitspiegelung bzw. Zeitinversion

4.2.1 Parität:

P : Operatoren der Inversion der Raumkoordinaten

$$\boxed{x, y, z \xrightarrow{P} -x, -y, -z} \quad (4.3)$$

Polare Vektoren (z.B. Impuls): $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$

Axiale Vektoren (z.B. Drehimpuls): $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \rightarrow (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = \vec{L}$

Ist $\psi(\vec{r})$ Wellenfunktion eines quantenmechanischen Systems:

$$\left. \begin{array}{l} P\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) \\ P^2\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r}) \end{array} \right\} P^2 = \mathbb{1} \text{ } P \text{ ist unitär}$$

Gilt $[H, P] = 0$ ist P eine Erhaltungsgröße ($H =$ Hamiltonoperator).

Eigenwerte (falls es einen gibt) von P : ± 1 (wird auch Parität genannt)

z.B.: Wellenfunktion kann eine definierte Parität haben (oder auch keine):

$$\begin{array}{ll} \text{gerade (even) Parität:} & \pi = +1 \\ \text{ungerade (odd) Parität} & \pi = -1 \end{array}$$

Beispiel:

- $\psi = \cos x$: $P\psi = \cos(-x) = \cos x = \psi \Rightarrow \pi = 1$
- $\psi = \sin x$: $P\psi = \sin(-x) = -\sin x = -\psi \Rightarrow \pi = -1$
- $\psi = \cos x + \sin x$: $P\psi = \cos x - \sin x \Rightarrow$ keine definierte Parität

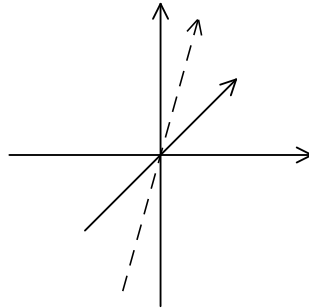
Sphärisches Potential:

$$V(\vec{r}) \Rightarrow V(-\vec{r}) = V(\vec{r})$$

\Rightarrow Die Zustände sind gebunden durch das Zentralpotential (H-Atom). Diese sollten eine definierte Parität haben.

H-Atom: Produkt aus radial und Winkelanteil $Y_m^l(\theta, \phi)$

Rauminversion:



Rauminversion:

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$$

r, θ, ϕ :

$$r \rightarrow r$$

$$\theta \rightarrow \pi - \theta$$

$$\phi \rightarrow \pi + \phi$$

mit

$$\begin{aligned} \psi(r, \theta, \phi) &= \chi(r) Y_m^l(\theta, \phi) \\ &= \chi(r) \sqrt{\frac{(2l+1)(l-1)!}{4\pi(l+m)!}} \cdot P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} \end{aligned}$$

Ersetzte: $\theta \rightarrow \pi - \theta$, $\phi \rightarrow \pi + \phi$

$$e^{im\phi} \rightarrow e^{im(\phi+\pi)} = (-1)^m e^{im\phi}$$

$$P_l^m(\cos \theta) \rightarrow P_l^m(\cos(\pi - \theta)) = (-1)^{l+m} P_l^m(\cos \theta)$$

4.2. PARITÄTSVERLETZUNG IN DER SCHWACHEN WECHSELWIRKUNG 51

$$\begin{aligned} \Rightarrow Y_l^m(\theta, \phi) &\rightarrow Y_l^m(\pi - \theta, \pi + \phi) = (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi) \\ P Y_l^m(\theta, \phi) &= (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi) \end{aligned}$$

Unter Paritätstransformationen ändert sich das Vorzeichen (odd ungerade Parität), wenn $l = 1, 3, \dots$ ungerade ist. Gerade Parität für $l = 0, 2, \dots$ gerade.

Bei der elektromagnetischen Wechselwirkung ist die Parität des Systems erhalten (Atom + Strahlungsfeld).

Die Parität ist eine multiplikative Quantenzahl.

System $\psi = \phi_a \phi_b \dots$: Parität ist identisch mit dem Produkt der Paritäten der Komponenten.

Reaktion:

$$a + b \rightarrow c + d$$

Anfangszustand: $|\text{Anfang}\rangle = |a\rangle |b\rangle$ |rel. Bewegung

Raumspiegung: $P|\text{Anfang}\rangle = P|a\rangle P|b\rangle P$ |rel. Bewegung

relative Bewegung: der radiale Anteil ist nicht beeinflusst unter Paritätstransformationen. Der Bahnanteil liefert $(-1)^l$ mit l rel. Drehimpuls

$P|a\rangle P|b\rangle$: beziehen sich auf die inneren Teile der Wellenfunktion

$P|a\rangle = \pi|a\rangle$: Parität von a

$$\pi_{\text{Anfang}} = \pi_a \cdot \pi_b \cdot (-1)^l$$

Paritätserhaltung:

$$\boxed{\pi_a \cdot \pi_b \cdot (-1)^l = \pi_c \cdot \pi_d \cdot (-1)^l} \quad (4.4)$$

Bestimmung von Eigenparitäten:

Definition: Eigenparität des Protons $\pi(\text{Proton}) = +1$ (identisch zur elektrischen Ladung)

Bestimmung der Parität anderer Teilchen über:

$$a + b \rightarrow c + d \Rightarrow \pi_a \cdot \pi_b \cdot (-1)^l = \pi_c \cdot \pi_d \cdot (-1)^l$$

Eigenparität des Pions: Einfang π^- (Pion) in 2H (Deuteron)

Spin Deuteron: $S = 1$

Spin Pion: $S = 0$ (aus Streuexperimenten)

Niederenergetische Pionen treffen auf ein Deuteron Target:

- (1) $\pi^- d \rightarrow nn$
- (2) $\pi^- d \rightarrow nn\gamma$
- (3) $\pi^- d \rightarrow nn\pi^0$

Es werden nur die Reaktionen (1) und (2) beobachtet.

$$\pi_{\pi^-} \cdot \pi_d \cdot (-1)^l = \underbrace{\pi_n \cdot \pi_n}_1 \cdot (-1)^l = (-1)^l$$

Deuteronspin \Rightarrow Nukleonenspins sind parallel, Bahndrehimpuls der Nukleonen (hauptsächlich) Null

$$\Rightarrow l = 0$$

$$\Rightarrow \pi_d = \pi_p \cdot \pi_n$$

Bei der Bildung eines Pionischen Atoms unter Photoemission fällt das Pion auf den Grundzustand mit Bahndrehimpuls $l = 0$, von wo aus die Reaktion (1) stattfindet

$$\Rightarrow \text{Anfangszustand: } \pi_{\pi^-} \cdot \pi_n \pi_p$$

Drehimpuls endzustände: identische Fermionen

$$\Rightarrow \text{Wellenfunktion des Endzustandes muss antisymmetrisch sein}$$

Annahme: Falls Neutronenspins antiparallel sind (antisymmetrisch) muss der Ortsanteil der Wellenfunktion symmetrisch sein

$$\Rightarrow l' \text{ gerade, damit die Ortswellenfunktion symmetrisch } l' = 0, 2, \dots$$

Aber: Der Gesamtdrehimpuls im Anfangszustand ist 1, die Drehimpulserhaltung verbietet also den antisymmetrischen Spinzusand $\uparrow\downarrow$.

Falls $\uparrow\uparrow$ (bei Spins parallel) muss l' ungerade sein $l' = 1, 3, \dots$ (Ortsanteil der Wellenfunktion muss antisymmetrisch sein). Nur für $l' = 1$ kann der Gesamtdrehimpuls 1 sein
 \Rightarrow Endzustand 3P_1

$$\underbrace{\pi_p \pi_n \pi_{\pi^-}}_{\text{Parität des Anfangszustandes}} = (-1)^{l'} = -1$$

Zwei Lösungen:

$$1) \pi_p \pi_n = 1 ; \pi_{\pi^-} = -1$$

$$2) \pi_p \pi_{\pi^-} = 1 ; \pi_n = -1$$

Es ist kein Experiment möglich bei dem man die Parität von Proton und Neutron unterscheiden kann

\Rightarrow Proton und Neutron sind Mitglieder des gleichen Isospin Multipletts $\pi_n = \pi_p = 1$

$$\Rightarrow \boxed{\pi_{\pi^-} = -1}$$

„ τ - θ “-Paradoxon (1956):

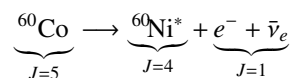
$$K^+(\tau) \rightarrow 2\pi \text{ positive Parität}$$

$$K^+(\theta) \rightarrow 3\pi \text{ negative Parität}$$

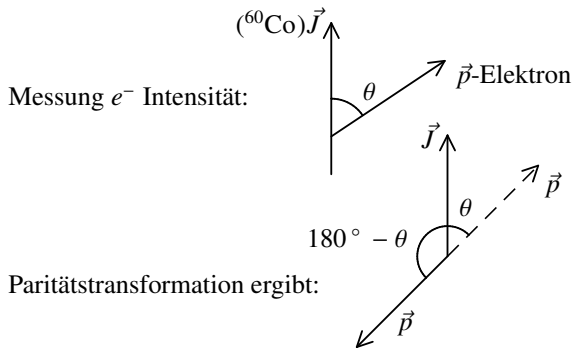
τ und θ stimmen in allen Quantenzahlen und Massen überein, aber sie zerfallen in unterschiedliche Kanäle! Oder ist die Parität in der schwachen Wechselwirkung verletzt?

Wu-Experiment (1957):

Tiefentemperaturerperiment: β -Zerfall von ${}^{60}\text{Co}$ bei $T \approx 10$ mK in einem Magnetfeld.

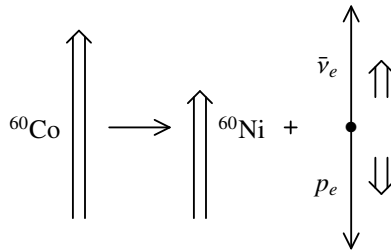


4.2. PARITÄTSVERLETZUNG IN DER SCHWACHEN WECHSELWIRKUNG 53



Experimentelle Beobachtung: $\lambda(\theta) \neq \lambda(180^\circ - \theta)$
 $\Rightarrow \beta$ - Zerfall verletzt die Paritätinvarianz
 Raum zeichnet sich durch nichts aus, außer dem Drehsinn
 von oben: rechtsdrehend
 von unten: linksdrehend
 Natur (schwache Wechselwirkung) unterscheidet zwischen „links-“ und „rechtsherum,“
 Das Wu Experiment ist nicht geeignet um die Parität quantitativ zu untersuchen
 \Rightarrow Messung der longitudinalen Polarisation der β - Strahlung

^{60}Co : Spin 5^+ und ^{60}Ni : Spin 4^+



Experiment:

- B-Feld in $+z$ Richtung $\Rightarrow \vec{J}$ in $+z$ Richtung
- Elektronen mit \vec{p}_e in $-z$ Richtung \Rightarrow Spin entgegengesetzt zur Flugrichtung

Frauenfelder (1957) Longitudinalpolarisation der Elektronen

$$P_l = \frac{N_{\uparrow\uparrow} - N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\downarrow}}$$

$$P_l = \frac{2}{\hbar|\vec{p}|} \langle \vec{S} \cdot \vec{p} \rangle = \frac{2}{\hbar} \langle \vec{S} \cdot \vec{p}_0 \rangle$$

$N_{\uparrow\uparrow}$: Anteil der e^- deren Spin in Flugrichtung zeigt
 $N_{\uparrow\downarrow}$: Anteil der e^- deren Spin entgegengesetzt der Flugrichtung zeigt
 \vec{S} : Elektronenspin
 \vec{p} : Elektronenimpuls
 \vec{p}_0 : Einheitsvektor \vec{p}
 Pseudoskalar P_l wird auch Helizität genannt.

Experimentelles Ergebnis:

$$P_l = \frac{v}{c} \text{ für } \beta^+ \quad \vec{S} \text{ parallel zu } \vec{p}$$

$$P_l = -\frac{v}{c} \text{ für } \beta^- \quad \vec{S} \text{ entgegengesetzt zu } \vec{p}$$

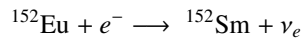
Elektronen (e^+) aus erlaubten β^- Zerfällen haben bevorzugt den Spin antiparallel (parallel) zur Richtung des Impulses.

antiparallel = Linkshändig
parallel = Rechtshändig

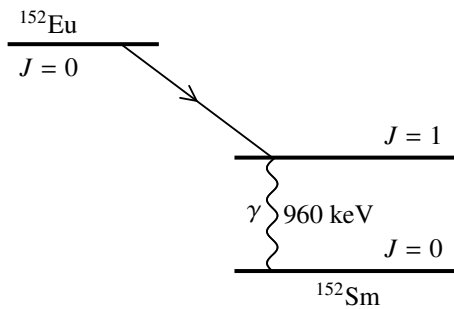
Goldhaber et. al. : Messung der longitudinalen Polarisation, dabei EC-emittierten Neutrinos (1958)

Messung der Neutrinohelizität

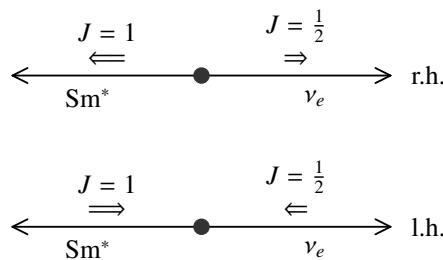
Quelle:



e^- -Einfang aus der K-Schale)



Drehimpulserhaltung: Das rückgestoßene $^{152}\text{Sm}^*$ hat die gleiche Polarisation wie das ν_e .



Helizität $P = \langle \sigma p_0 \rangle$ des Neutrinos bei EC

\Rightarrow gleichzeitig Impulsrichtung und Spinrichtung des Neutrinos messen

Elektronen Einfang: Kein Impulsübertrag des Hüllenelektron $\Rightarrow \vec{p}_R = -\vec{p}_\nu$

Die Richtung des Rückstoßes des ^{152}Sm Kerns wird über Röntgenfluoreszenz gemessen (961 GeV Gammas). Die Röntgenfluoreszenz findet normalerweise nicht statt wegen der Rückstoßenergie.

4.2. PARITÄTSVERLETZUNG IN DER SCHWACHEN WECHSELWIRKUNG 55

Wenn die Strahlungsquelle nicht in Ruhe ist sondern sich in Richtung auf den Streuer (^{152}Sm) zu bewegt (Doppler Effekt) kann die Resonanz-Floureszens stattfinden. Rückstoßimpuls bei γ -Quant mit der Energie $h\nu$

$$p_R(\gamma) = \frac{h\nu}{c}$$

Die kinetische Energie des Rückstoßenden Kerns beträgt:

$$E_R = \frac{p_R^2}{2M_r} = \frac{(h\nu)^2}{2M_R c^2} \approx 3,2 eV$$

Aufgrund der Lebensdauer des angeregten Zustandes $\tau(1^-) \approx 3 \cdot 10^{-14}$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{\hbar}{\tau} = 0,023 eV$$

\Rightarrow Überlapp des Emissionsspektrums und des Absorptionsspektrum minimal

Aus den exakten Kernmassen $\Rightarrow E_{\nu_e} = 950 keV$

$$p_R(\nu) = \frac{E\nu}{c}$$

$$E_R(\nu) = \frac{p_R^2(\nu)}{2M_R} = 3,12 eV$$

Falls der Rückstoß genau in Richtung der nachfolgenden Gammaemission ist:

$$p_R = p_R(\nu) - p_R(\gamma) = \frac{E\nu - h\nu}{c} = 4 \cdot 10^{-4}$$

d.h. beide Rückstöße kompensieren sich

$$E_\gamma = E_{exc} + E_R(\nu) - E_R = E_{exc} + 3,12 eV$$

\Rightarrow Überlagerung des Emissionsspektrums $w(E)dE$ mit dem Wirkungsqueerschnitt $\sigma(E)$ falls die Emission des Neutrinos entgegengesetzt der Emissionsrichtung des Photons stattfindet

\Rightarrow Richtungsmessung über Resonanzfloureszens

Beobachtung des Spins des Neutrinos über die Drehimpulserhaltung: ^{152m}Eu hat Kernspin $J_i = 0$, negative Parität

$^{152}\text{Sm}^*$ hat Kernspin $J_i = 1$, negative Parität

\Rightarrow „erlaubter“ Gamov-Teller Übergang

Drehimpulserhaltung:

$$\vec{J}_i + \vec{j}_e = \vec{J}_f + \vec{j}_\nu$$

mit $J_i = 0, j_e = 1/2, J_f = 1, j_\nu = 1/2$

Die Flugrichtung des Neutrinos wird als Quantisierungsachse gewählt $\Rightarrow m$ -Komponente

$$m_e = m_{J_f} + m_\nu$$

Für $m_\nu = 1/2$ gibt es zwei Möglichkeiten: $m_{J_f} = -1, m_e = 1/2$ und $m_{J_f} = 0, m_e = 1/2$

d.h. dass $m_{J_f} = 1$ verboten ist

äquivalent $m_\nu = -1/2 \Rightarrow m_{J_f} = -1$ verboten

\Rightarrow longitudinale Polarisation der Neutrinostrahlung hat eine Polarisation der ^{152}Sm

Kerne in Richtung der Neutrino-Emission zu Folge.
 Drehimpulserhaltung für 961keV γ mit Emissionsrichtung diametral zur ν -Flugrichtung.

$$\vec{L}(\gamma) = \vec{J}(961) - \vec{J}(0)$$

Photonen können nur $m_\gamma = \pm 1$ annehmen. Aus

$$m_\nu = +\frac{1}{2} \Rightarrow (m_{J_f} = -1, 0) \Rightarrow m_\gamma = -1$$

$$m_\nu = -\frac{1}{2} \Rightarrow (m_{J_f} = 1, 0) \Rightarrow m_\gamma = 1$$

Die Helizität der Neutrinostrahlung $\langle \vec{\sigma}_\nu, P_0(\nu) \rangle$ wird über die Zirkularpolarisaion der diametral zur ν_e -Flugrichtung emittierten Gammastrahlung bestimmt.

$$P(\gamma) = \langle \vec{L}\gamma \vec{p}_0(\gamma) \rangle$$

Messung der Zirkularpolarisation der γ 's über den Wirkungsqueerschnitt der Comptonstreuung an magnetischen Eisen.

Experiment $P(\gamma) = -0,66 \pm 0,15$

Da auch noch die Resonanzstreuung möglich ist, wenn der Winkel nicht genau $180^\circ \Rightarrow$ Korrektur

\Rightarrow Helizität des Neutinos ist $P(\nu) = -1$

Erwartung: Axialvektorkopplung $\rightarrow P(\nu) = -1$

wäre es eine Tensorkopplung $\rightarrow P(\nu) = +1$

\Rightarrow „V-A“- Strucktur der schwachen Wechselwirkung

4.2.2 Ladungskonjugation

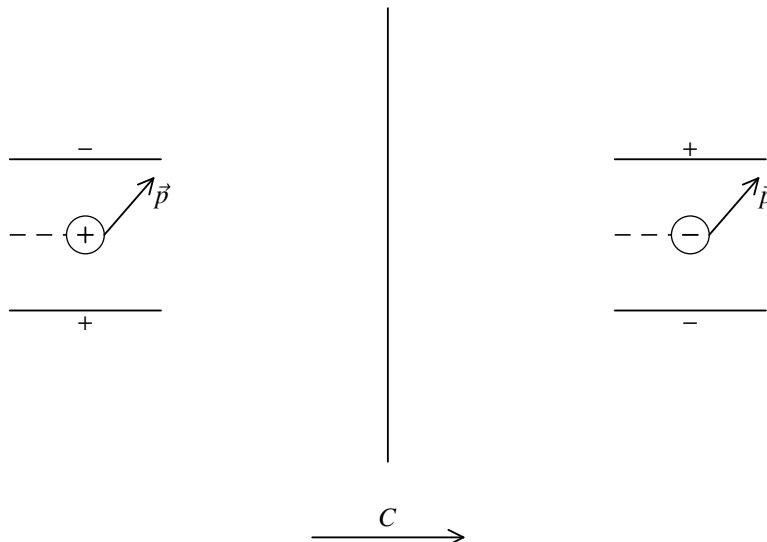
Teilchen beschrieben durch Ket-Vektoren $|q_{Gen}\rangle$ (Gen = Generisch)

q_{Gen} steht für additive Quantenzahlen q, B, S, L, \dots

Der Operator der Ladungskonjugation ist wie folgt definiert:

$$\boxed{C |q_{Gen}\rangle = |-q_{Gen}\rangle} \tag{4.5}$$

Die Ladungskonjugation dreht das Vorzeichen der additiven Quantenzahl um. Impuls, Spin, ... bleiben unverändert. Sie wird auch „Teilchen-Antiteilchen Konjugation“ genannt. Alle inneren Quantenzahlen (B, L, S, \dots) ändern ihr Vorzeichen.



C muss auf das Ganze System angewendet werden.

$$CC |q_{Gen}\rangle = C |-q_{Gen}\rangle = 1 |q_{Gen}\rangle \Rightarrow C^2 = 1$$

Der Eigenwert ist +1 oder -1.

\(\Rightarrow\) Quantenzahl der Ladungskonjugation n_C (wird auch Ladungsparität genannt)

$$C |\pi^0\rangle = +1 |\pi^0\rangle$$

Für Photon $n_C = -1$

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad \checkmark \tag{4.6}$$

$$\underbrace{\pi^0}_{+1} \rightarrow \underbrace{3\gamma}_{(-1)^3} \tag{4.7}$$

Experimentel: $\frac{\pi^0 \rightarrow 3\gamma}{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} < 3 \cdot 10^{-8}$

Erhaltung für C bei hadronischen Wechselwirkungen z.B.

$$p\bar{p} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$$

$$\xrightarrow{C} p\bar{p} \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0$$

Die Winkelverteilung muss für positive und negative Pionen identisch sein.

C bleibt bei der elektromagnetischen und der starken Wechselwirkung erhalten.

4.2.3 Zeitumkehr

$$\boxed{t \xrightarrow{T} -t \quad \vec{x} \xrightarrow{T} \vec{x}} \tag{4.8}$$

da klassisch $p = \frac{dx}{dt}$:

$$\Rightarrow \vec{p} \xrightarrow{T} -\vec{p} \quad (\text{Impuls})$$

$$\vec{J} \xrightarrow{T} -\vec{J} \quad \text{Drehimpuls}$$

Klassisch: Newtonsche Bewegung, Maxwellsche Gl., Differentialgleichung 2. Ordnung \(\Rightarrow\) invariant unter T.

QM: $i\hbar \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = H\psi(t)$ nicht invariant unter $t \xrightarrow{T} -t$.

$[H, T] = 0$ wenn $T\psi(t)$ und $\psi(t)$ die gleiche Schrödingergl. lösen mit $T\psi(t) = \psi^*(-t)$ und $\psi(x, t) = e^{\frac{i(px-Et)}{\hbar}}$

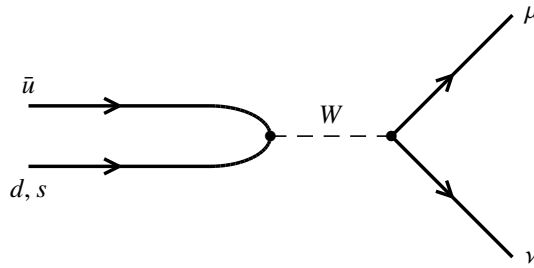
$$T\psi(x, t) = \psi^*(x, -t) = e^{-i\frac{(px+Et)}{\hbar}} = e^{i\frac{(-px-Et)}{\hbar}}$$

Das Elektrische Dipolmoment der Teilchen verletzt sowohl P als auch T.

4.3 Schwache Zerfälle seltsamer Teilchen: Cabibbo-Theorie

Bestimmung der Fermikonstante g aus β^- -Zerfällen \(\Rightarrow\) ~ 4% kleiner als bei der Bestimmung aus μ^- -Zerfall.

Semileptonische Zerfälle von Seltsamen Teilchen z. B. $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ oder $\Sigma \rightarrow ne^- \nu_e$ ($\Delta S = 1$)



zeigen einen unterdrückenden Faktor ~ 20 verglichen mit Zerfällen mit $\Delta S = 0$ z.B.

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \quad \bar{u}d \rightarrow \bar{\mu}\bar{\nu} \quad (\Delta s = 0)$$

Nicola Cabibbo (1963): d und s sind keine Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung. Die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung sind gemischte (gedrehte) Zustände $d \cos \theta_C + s \sin \theta_C$ Doublets:

$$\text{Leptonen: } \begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_L$$

$$\text{Quarks: } \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \end{pmatrix}$$

N.B. 1963 waren nur u, d, s Quarks bekannt.

N.B. Kopplungskonstante G der Doublets identisch für Leptonen

	ΔS	Kopplungskonstante	
$\pi \rightarrow \mu\nu$	0	$G^2 \cos^2 \theta_c$	Cabibbo „erlaubt“
$p \rightarrow ne^+\bar{\nu}_e$	0	$G^2 \cos^2 \theta_c$	Cabibbo „erlaubt“
$\mu^+ \rightarrow e^+\nu_e\bar{\nu}_\mu$	0	G^2	Cabibbo „erlaubt“
$K \rightarrow \mu\nu$	1	$G^2 \sin^2 \theta_c$	Cabibbo „unterdrückt“
$K^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e$	1	$G^2 \sin^2 \theta_c$	Cabibbo „unterdrückt“

Experimentell bestimmter Wert: $\theta_C \approx 12^\circ$

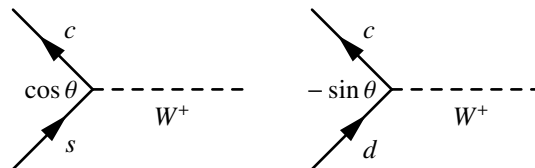
GIM Unterdrückung (Vorhersage des c - Quarks)

$$\frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \text{all modes})} = (9, 1 \pm 1, 9) \cdot 10^{-9}$$

Unter der Annahme von 3 Quarks (u, d, s) ist die erwartete Rate weit größer als die gemessene Rate.

Glashow, Hioponlus, Maimi (GIM) schlagen die Existenz eines weiteren Quarks c (charm) vor.

\Rightarrow Cabibbo-GIM Schema



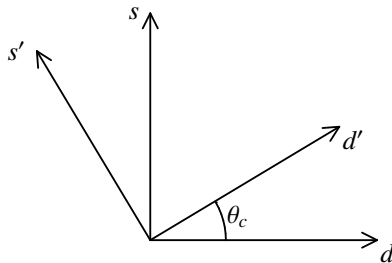
Wobei der erste Prozess „erlaubt“ und der zweite „unterdrückt“ ist.
 Beide Diagramme würden sich komplett aufheben, wenn es nicht die Massendifferenz zwischen u und $c \sim g^4 \frac{m_c^2 - m_u^2}{m_w^2}$ Linkshändige Dubletts, die an der schwachen Wechselwirkung (geladener Strom) teilnehmen:

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

mit $d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c$ und $s' = -d \sin \theta_c + s \cos \theta_c$

Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \tag{4.9}$$



Die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung (d', s') sind nicht identisch mit den Masseneigenzuständen (d, s) (besser: Eigenzustände der starken Wechselwirkung)

4.4 Schwache Mischungsverhältnis mit 6 Quarks

Erweiterung auf 3 Quark Familien (1972) Cabibbo-Kobayashi-Maskawa \Rightarrow CKM-Mischung

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}}_{\mathcal{V}_{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

Unitarität: $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$ und $\mathcal{V}^\dagger \mathcal{V} = 1$

\mathcal{V} ist eine unitäre $N \times M$ Matrix

- $N(N - 1)/2$ reelle Parameter (Euler Winkel)
- $(N - 1)(N - 2)/2$ nicht triviale komplexe Phasen
- Cabbibo: $N = 2 \Rightarrow 1$ reelle Winkel, 0 komplexe Phasen
- CKM: $N = 3 \Rightarrow 3$ reelle Winkel, 1 komplexe Phase (δ -Phase)
- Die Phase geht in die Wellenfunktion ein als $e^{i(\omega t + \delta)}$
- Nicht invariant unter $T : t \rightarrow -t$

$\Rightarrow \delta$ -Phase ermöglicht Prozesse, die T und CP Verletzung verursachen

$$T\psi(t) = \psi^*(t)$$

$$e^{i(\omega t + \delta)} \xrightarrow{T} e^{-i(-\omega t + \delta)} = e^{i(\omega t - \delta)}$$

CKM-Matrix

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \mathcal{V}_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{V}_{CKM} = \begin{pmatrix} 0,974 & 0,227 & 0,00396 \\ 0,227 & 0,973 & 0,040 \\ 0,008 & 0,041 & 0,999 \end{pmatrix}$$

- Diagonalelemente ≈ 1 , d.h. top Quarks zerfallen bevorzugt in bottom Quarks, charmed Mesonen zerfallen bevorzugt in strange Mesonen
- nicht Diagonalelemente sind kleiner
- Elemente von \mathcal{V}_{CKM} sind experimentell bestimmte Parameter des Standardmodells. Es gibt keine schlüssige Theorie, die Vorhersagen über die Werte von \mathcal{V}_{CKM} macht

Gibt es einen Cabibbo-artigen Winkel bei Leptonen?

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

Solange die Neutrinos masselos sind, ist die Leptonenmischung nicht beobachtbar.

Im SM: $m_\nu = 0$

Seit Ende der 90'er ist klar, dass Neutrinos nicht verschwindende Massen haben.

Flavor-Eigenzustände $|\nu_e\rangle$, $|\nu_\mu\rangle$, $|\nu_\tau\rangle$ sind Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung und diese sind nicht identisch mit den sogenannten Masseneigenzuständen $|\nu_1\rangle$, $|\nu_2\rangle$, $|\nu_3\rangle$. In Analogie zur CKM-Matrix wird die Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata (PMNS) Matrix eingeführt:

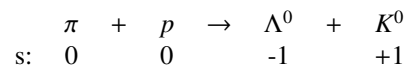
$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}}_{\mathcal{U}_{PMNS}} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Kapitel 5

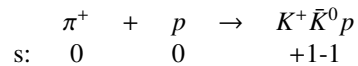
Neutrale K-Mesonen

5.1 Zerfall neutraler K^0 -Mesonen

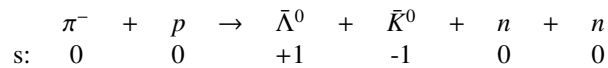
Erzeugung K^0 :



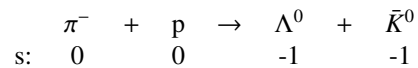
Erzeugung \bar{K}^0 :



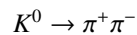
oder:



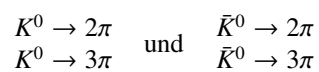
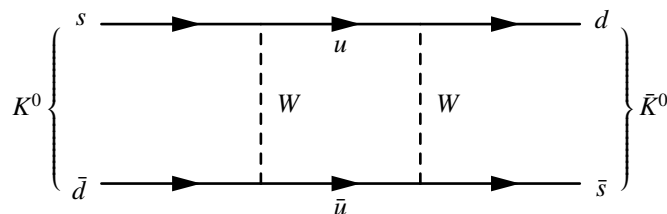
aber nicht:



Zerfall von K^0 :



Beobachtung: Produktion eines reinen K^0 -Strahls durch geeignete Wahl der Pionen-Energie. Nach einigen Metern wird ein Strahl aus K^0 und \bar{K}^0 beobachtet. Propagation im Vakuum:



Übergang mit $\Delta s = 2$ und 2. Ordnung in der schwachen WW. Mischung von K^0 und \bar{K}^0 durch virtuelle (intermediate) Pionen Zustände.

$$|K(t)\rangle = \alpha(t)|K^0\rangle + \beta(t)|\bar{K}^0\rangle$$

Teilchen, die schwach zerfallen, sind Eigenzustände von CP (Sharpness ist verletzt).

$$CP|K^0\rangle = \eta|\bar{K}^0\rangle$$

und

$$CP|\bar{K}^0\rangle = \eta'|K^0\rangle$$

Offensichtlich sind $|K^0\rangle$ und $|\bar{K}^0\rangle$ keine CP-Eigenzustände. Mit $\eta = \eta' = 1$ (per Definition) bilden wir folgende CP-Eigenzustände:

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$$

mit $CP|K_S\rangle = +|K_S\rangle$ und $CP|K_L\rangle = -|K_L\rangle$

K_S : „S“ steht für short - kurze Lebensdauer

K_L : „L“ steht für long - lange Lebensdauer

K^0 und \bar{K}^0 werden durch Produktionsprozesse (S-Erhaltung) unterschieden. K_S und K_L sind die relevanten Zustände im (schwachen) Zerfall.

Zerfallsmoden:

a) $K_S \rightarrow \pi^0\pi^0$ und $\pi^+\pi^-$

$$CP|\pi^0\pi^0\rangle = +|\pi^0\pi^0\rangle$$

$$CP|\pi^+\pi^-\rangle = +|\pi^+\pi^-\rangle$$

$$CP=+1$$

b) $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

$$\left. \begin{array}{l} CP(\pi^+\pi^-) = +1 \\ C(\pi^0) = +1 \\ P(\pi^0) = -1 \end{array} \right\} CP = -1$$

c) $\pi^0\pi^0\pi^0$

$$CP(\pi^0\pi^0\pi^0) = -1$$

\Rightarrow Zerfälle in 2 Pionen: $CP = +1$; in 3 Pionen: $CP = -1$.

Der zwei- und der drei- Pionenzzerfall hat unterschiedliche Q -Werte und damit auch unterschiedliche Phasenräume \Rightarrow unterschiedliche Zerfallsraten

$$\tau_S(K_S \rightarrow 2\pi) = 9 \cdot 10^{-10} \text{ sec}$$

$$\tau_L(K_L \rightarrow 3\pi) = 5 \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

Strangness Oszillationen

Amplitude des $|K_S\rangle$ -Zustands

$$a_S(t) = a_S(0) \cdot e^{-(iE_S/\hbar)t} e^{-\Gamma_S t/2\hbar}$$

mit

- E_S : Gesamtenergie (ebene Welle-Ansatz)
- $E_S/\hbar = \omega_S$
- $\Gamma_S = \frac{\hbar}{\tau_1}$: Zustandsbreite

so dass gilt:

$$\begin{aligned} J_{K_S}(t) &= |a_S(t)|^2 = a_S a_S^* = a_S(0) a_S^*(0) e^{-\Gamma_S t/\hbar} = \\ &= J_{K_S}(0) e^{-t/\tau_S} \quad (\text{radioaktives Zerfallsgesetz}) \end{aligned}$$

Sei $\hbar = c = 1 \Rightarrow E_S = m_S$ (Ruhesystem)

$$a_S(t) = a_S(0) \exp(-(\Gamma_S/2 + im_S)t)$$

und für K_L :

$$a_L(t) = a_L(0) \exp(-(\Gamma_L/2 + im_L)t)$$

Da K_L und K_S unterschiedliche Lebensdauern haben \Rightarrow leicht unterschiedliche Massen möglich.

Zur Zeit t_0 : reiner K^0 -Strahl $\Rightarrow a_S(0) = a_L(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ weil $\frac{1}{\sqrt{2}} |K_S\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |K_L\rangle = |K^0\rangle$.

Nach einer Zeit t :

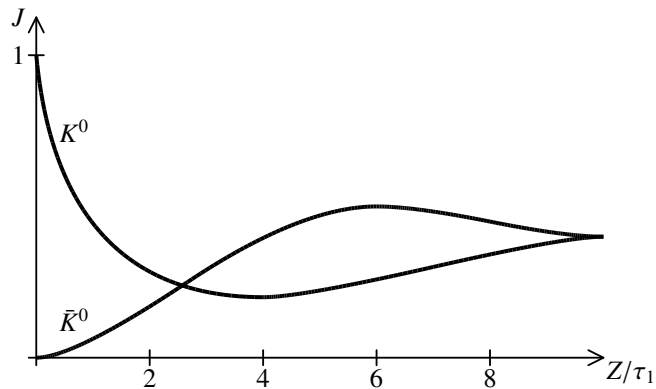
$$J(K^0) = \frac{a_S(t) + a_L(t)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a_S^*(t) + a_L^*(t)}{\sqrt{2}}$$

$$J(K^0) = \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)/2t} \cdot \cos(\Delta m t) \right]$$

mit $\Delta m = m_L - m_S$.

Analog:

$$J(\bar{K}^0) = \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)/2t} \cos(\Delta m t) \right]$$



K^0, \bar{K}^0 Intensitäten oszillieren mit einer Frequenz:

$$\Delta m = m_L - m_S = \omega_L - \omega_S = \omega' \quad (\hbar = c = 1)$$

Exp. Ergebnisse: $\Delta m = 3,52 \cdot 10^{-6}$ eV, so dass $\frac{\Delta m}{m} = 7 \cdot 10^{-15}$. K^0 und \bar{K}^0 haben keine festen Masseneigenwerte. Sie sind Mischungen der Masseneigenzustände K_S und K_L . Δm kann aus dem Box-Diagramm berechnet werden (wenn m_q und \mathcal{V}_{CKM} bekannt)

$$\Delta m \approx \frac{G^2}{4\pi} m_K f_K^2 m_c \cos^2 \theta_c \sin^2 \theta_c$$

m_K : Kaonenmasse

f_K : Kaonen Decay konstant $\sim 1, 2m_\pi$

m_c : Charm Quark Masse (c-Quark dominiert in der CKM-Matrix)

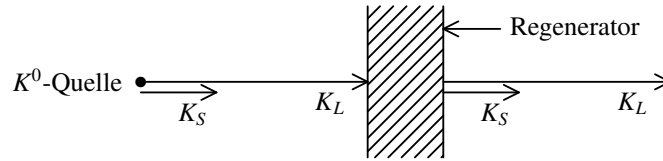
Aus den K^0, \bar{K}^0 Oszillationen konnte die Masse des charm-Quark vorhergesagt werden.

K_1 -Regeneration

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad (\tau_1 = 9 \cdot 10^{-11} \text{ s})$$

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad (\tau_2 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ s})$$

Nach einer Laufstrecke $x \approx c \cdot t \gg c\tau_1$ ist im wesentlichen nur noch $|K_L\rangle$ vorhanden.



Beim Austritt aus dem „Regenerator“ (Materiestück):

K^0 -Amplitude: f

\bar{K}^0 -Amplitude \bar{f} mit $f < 1, \bar{f} < 1$ und $f \neq \bar{f}$

(K^0 und \bar{K}^0 wechselwirken unterschiedlich) \Rightarrow

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{1}{\sqrt{2}}(f |K^0\rangle + \bar{f} |\bar{K}^0\rangle) = \\ &= \frac{f - \bar{f}}{2\sqrt{2}} \underbrace{(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)}_{\sqrt{2} \cdot |K_S\rangle} + \frac{f + \bar{f}}{2\sqrt{2}} \underbrace{(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)}_{\sqrt{2} \cdot |K_L\rangle} = \\ &= \frac{1}{2}(f - \bar{f}) |K_S\rangle + \frac{1}{2}(f + \bar{f}) |K_L\rangle \end{aligned}$$

\Rightarrow wegen $f \neq \bar{f}$: Wiederholte Beobachtung kurzlebiger K_S -Zustände!

5.2 CP-Verletzung im K^0 -Zerfall

Christensen, Cronin, Fitch, Turley 1964

Beobachtung $K_L \rightarrow 2\pi B_{K_L}(\frac{2\pi}{3\pi} \approx 10^{-3})$

K_S : Dominanter $CP = +1$ Anteil, kleine $CP = -1$ Beimischung

K_L : Dominanter $CP = -1$ Anteil, kleine $CP = +1$ Beimischung

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} \left(\underbrace{|K_2\rangle}_{CP=-1} + \epsilon \underbrace{|K_1\rangle}_{CP=1} \right)$$

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} \left(\underbrace{|K_1\rangle}_{CP=1} - \epsilon \underbrace{|K_2\rangle}_{CP=-1} \right)$$

mit dem reinen Zustand $|K_1\rangle$ und $|K_2\rangle$. ϵ kleiner Parameter, der den Grad der CP-Verletzung quantifiziert. Übliche Notation:

$$|\eta_{\pm}| = \frac{\text{Ampl.}(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\text{Ampl.}(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} = (2,27 \pm 0,02) \cdot 10^{-3}$$

ähnlich:

$$|\eta_{00}| = \frac{\text{Ampl.}(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)}{\text{Ampl.}(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)} = (2,28 \pm 0,02) \cdot 10^{-3}$$

Da nun beide K_L und K_S in 2π zerfallen können, erwartet man eine Modifizierung der Intensität aufgrund von Interferenzeffekten.

$$I_{2\pi}(t) = I_{2\pi}(t=0) \left[e^{\Gamma_S t} + |\eta_+|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2|\eta_+| e^{-\frac{\Gamma_L+\Gamma_S}{2}t} \cos(\Delta m + \phi_{\pm}) \right]$$

mit ϕ_{\pm} : Phasenverschiebung zwischen $K_S \rightarrow 2\pi$ und $K_L \rightarrow 2\pi$, $\phi_{\pm} = 44^\circ$

ϵ : indirekte CP Verletzung über Box-Diagramme

ϵ' : direkte CP Verletzung im Zerfallsprozess

CP-Verletzung auch in semileptonischen Zerfällen von K_L beobachtet:

$$K_L \rightarrow e^+ + \nu_e + \pi^-$$

$$K_L \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \pi^+$$

Assymetrie:

$$\Delta = \frac{\text{Rate}(K_L \rightarrow e^+\pi^-) - \text{Rate}(K_L \rightarrow e^-\bar{\nu}_e\pi^+)}{\text{Rate}(K_L \rightarrow e^+\pi^-) + \text{Rate}(K_L \rightarrow e^-\bar{\nu}_e\pi^+)}$$

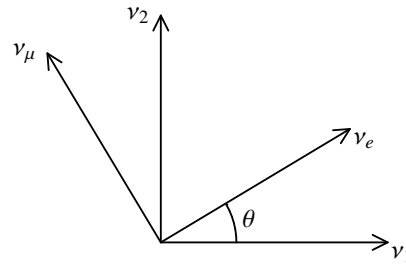
- Ohne CP-Verletzung: unmöglich Materie von Anti-Materie zu unterscheiden (zumindest auf kosmischen Skalen). Auf der Erde haben wir $e^- = \text{Materie} \Rightarrow e^+ = \text{Antimaterie}$
- Mit CP-Verletzung im Kaonensystem haben wir eine eindeutige Definition von Materie und Antimaterie. Positronen ist definiert als das Lepton, welches häufiger (0,3 %) in K_L -Zerfällen produziert wird
- Die CP-Verletzung ist nötig, damit heutige Dominanz der Materie über Anti-Materie erklärt werden kann
- Aber: Stärke der CP-Verletzung im SM ist nicht ausreichend
- Aktuell Messung der CP-Verletzung in B-Mesonen \Rightarrow Belle II
- Zukunft:
 - Messung der CP-Verletzung im Leptonen Sektor
 - Long Baseline Experimente TUM
 - USA: 2014 P5 LBNF(achility) Beobachtet $0\nu\beta\beta$ -Zerfall \Rightarrow CP-Verletzende Majorana Phasen ($\alpha_1, \alpha_2 \neq \delta$) zusätzlich zu δ -Phase von Dirac-Teilchen

5.3 Neutrinooszillationen

Theoretische Fragestellung: $m_\nu = 0$? Exp. Hinweise: „Solares ν -Problem“, Anomalien „atmosphärischer“ ν 's. Maki, Pontecorvo (1968): $\nu_{e,\mu,\tau}$ sind Linearkombinationen von Masseneigenzuständen $\nu_{1,2,3}$ (\rightarrow Mischungsmatrix). Betrachten wir 2 ν -Flavours (z. B. $\nu_{e,\mu}$)

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \nu_e = \nu_1 \cos \theta + \nu_2 \sin \theta$$



$\nu_{e,\mu}$: Eigenzustände der schwachen WW

$\nu_{1,2}$: Masseneigenzustände

Propagation im Raum (=Vakuum) wird durch ν_1 und ν_2 bestimmt.

$$\nu_1(t) = \nu_1(0)e^{-iE_1 t} \quad (\hbar = c = 1)$$

$$\nu_2(t) = \nu_2(0)e^{-iE_2 t}$$

mit $|\nu_i(t)|^2 = \text{const}$, ($i = 1, 2$).

Wie ist $|\nu_e(t)|^2$?

Sei bei $t = 0$ $\nu = \nu_e$ (z. B. durch die Reaktion $pp \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e$)

$\Rightarrow \nu_e(t) = \nu_1(t) \cos \theta + \nu_2(t) \sin \theta$ mit $\nu_1(0) = \nu_e \cos \theta$ und $\nu_2(0) = \nu_e \sin \theta$, so dass $\nu_e(0) = \nu_e(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = \nu_e$

$$\Rightarrow \nu_e(t) = \nu_e (\cos^2 \theta \cdot e^{-iE_1 t} + \sin^2 \theta \cdot e^{-iE_2 t})$$

Nun ist $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$ und für $m_i \ll p$ ist $E_i \simeq p + \frac{m_i^2}{2p}$

Die Wahrscheinlichkeit, das Neutrino zur Zeit t im Zustand ν_e zu detektieren, ist:

$$P_{ee} = \left| \frac{\nu_e(t)}{\nu_e(0)} \right|^2 = \cos^4 \theta + \sin^4 \theta + \underbrace{\sin^2 \theta \cos^2 \theta \left\{ e^{i(E_2 - E_1)t} + e^{-i(E_2 - E_1)t} \right\}}_{\text{Interferenzterm, der für } E_2 \neq E_1 \text{ bzw. } m_2^2 \neq m_1^2 \text{ zu periodischen Oszillationen führt.}}$$

$$P_{ee} = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left[\frac{\Delta m^2 \cdot t}{4E} \right]$$

mit $\Delta m^2 := m_2^2 - m_1^2$ und $E = p$ (ν -Energie).

$$P_{e\mu} = 1 - P_{ee} \quad (\text{Wahrscheinlichkeit für Oszillation})$$

$$\text{Allgemein: } \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

$$U = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & \dots & \dots \\ \vdots & c & s \\ \vdots & -s_{13} & c \end{pmatrix}}_{\theta_{23} \simeq 45^\circ} \begin{pmatrix} c & \vdots & s \\ \dots & 1 & \dots \\ -s & \vdots & c \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} c & s_{12} & \vdots \\ -s & c & \vdots \\ \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}}_{\theta_{12} \simeq 32^\circ}$$

- Atmosphäre
- Beschleuniger-
Experimente

- Solare ν - und
Reaktor ν -Exp.

($c = \cos \theta_{ij}$; $s = \sin \theta_{ij}$). θ_{13} ? Obergrenze, $\theta_{13} \lesssim 12^\circ$

Teil II
Theorieteil

Kapitel 6

Quantenchromodynamik (QCD)

Die QCD ist die fundamentale Theorie der starken Wechselwirkung
 Typ: eichinvariante QFT („Eichtheorie“). Sie basiert auf der Lagrange- Formulierung.

6.1 Lagrange-Formalismus für Felder

Mechanik: $L = L(q_k, \dot{q}_k)$
 $S = \int_{t_1}^{t_2} dt L$, Wirkung
 $\delta S = 0 \Rightarrow$ Bewegungsgleichung

$$\boxed{\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0 \quad (k = 1, \dots, f)} \quad (6.1)$$

Feldtheorie: $q_k \rightarrow \phi(t, \vec{x}) = \phi(x)$
 $\dot{q}_k \rightarrow \partial_\mu \phi(x)$
 $L \rightarrow L = \int d^3x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ mit \mathcal{L} : Lagrangedichte
 $S = \int_{-\infty}^{\infty} dt L = \int \underbrace{d^4x}_{inv.} \underbrace{\mathcal{L}}_{inv.}$, Wirkung: Lorentzinvariant
 $\delta S = 0 \Rightarrow$ Bewegungsgleichungen für ϕ , kovariant.

$$\boxed{\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0} \quad (6.2)$$

bei mehreren Feldern ϕ_i . Können sein: mehrere Skalarfelder, Komponenten von einem Vektorfeld $\phi_i = A_\mu$, Komponenten vom Dirac-Feld $\phi_i = \psi_a$ mit $(a = 1, \dots, 4)$ textbfBeispiele:

a) Skalarfelder: $\phi(x), \phi^\dagger(x)$ (klassisch oder quantisiert)

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi^\dagger)(\partial^\mu \phi) - m^2 \phi^\dagger \phi$$

$$\underbrace{\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi^\dagger)} \right)}_{\partial^\mu \phi} - \underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi^\dagger}}_{-m^2 \phi} = 0 \Rightarrow \partial_\mu \partial^\mu \phi + m^2 \phi = 0$$

Klein-Gordon-Gleichung:

$$\boxed{(\square + m^2)\phi = 0} \quad (6.3)$$

b) Dirac-Feld: $\psi, \bar{\psi}$ bzw. $\psi_a, \bar{\psi}_a$ ($a = 1, \dots, 4$)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = \sum_{a,b} \bar{\psi}_a [i\gamma_{ab}^\mu \partial_\mu - m\delta_{ab}] \psi_b$$

$$\partial_\mu \underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \bar{\psi}_a)}}_{=0} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}_a} = 0$$

$$\sum_b (i\gamma_{ab}^\mu \partial_\mu - m\delta_{ab}) \psi_b = 0$$

Dirac-Gleichung:

$$\boxed{(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0} \quad (6.4)$$

c) Vektorfeld: A_μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \text{ mit } F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$\delta S = 0 \Rightarrow$ und Lorentz-Eichung $\partial_\mu A^\mu = 0$

$$\partial_\mu \underbrace{\left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} \right]}_{\partial_\mu(\partial^\mu A^\nu)} = 0$$

Maxwell-Gleichungen für A^ν in Lorentz-Eichung:

$$\boxed{\partial_\mu(\partial^\mu A^\nu) = \square A^\nu = 0} \quad (6.5)$$

Gründe für Lagrange-Formalismus:

- Lagrange-Funktion ist die dynamische Grundgröße eines physikalischen Systems
- Bewegungsgleichungen folgen aus einem universellen Prinzip (Hamilton'sches Prinzip)
- Lorentz-Invarianz ist manifestiert (\mathcal{L} invariant \rightarrow Bewegungsgleichung kovariant)
- weitere Symmetrien von \mathcal{L} haben wichtige physikalische Konsequenzen, z. B. Noether-Theorem. Symmetrien die keine Raum-Zeit-Symmetrien sind, heißen **innere Symmetrien**.
Hier besonders: Eichsymmetrien

6.2 Eichtheorien

6.2.1 QED als Eichtheorie

$\psi, \bar{\psi}$ freies Dirac-Feld Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$$

globale Eichtransformation:

Formale Symmetrien unter

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi, \alpha \in \mathbb{R}$$

bilden eine Abelsche Gruppe: $\mathcal{U}(1)$, weil $\bar{\psi} \rightarrow e^{-i\alpha} \bar{\psi}^1 \Rightarrow \mathcal{L}_0$ ist invariant.

Lokale Eichtransformationen:

\mathcal{L}_0 ist nicht invariant, wenn

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)} \psi(x)$$

mit $\alpha(x)$ reelle Funktion (beliebig), denn $\partial_\mu(e^{i\alpha(x)} \psi(x)) \neq e^{i\alpha(x)} \partial_\mu \psi(x)$

Die Invarianz wird erreicht durch Einführen einer kovarianten Ableitung:

$$\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad \text{minimale Substitution}$$

Somit ist $\mathcal{L}_0 \rightarrow \bar{\psi}(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m)\psi$ invariant unter den Transformation

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \psi(x)$$

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x)$$

Gruppe der Eichtransformationen: $\mathcal{U}(1)$ (lokal) **Eichgruppe**

$\bar{\psi} \partial_\mu \psi$ ist nicht lokal eichinvariant, jedoch sind $\bar{\psi} \mathcal{D}_\mu \psi$ lokal eininvariant mit der grundlegenden Eigenschaft:

$$\boxed{\mathcal{D}'_\mu \psi'(x) = \mathcal{U}(x) \mathcal{D}_\mu \psi(x)} \quad (\mathcal{D}'_\mu = \partial_\mu - ieA'_\mu) \quad (6.6)$$

mit $\psi' = \psi$ folgt die Operator-Identität:

$$\boxed{\mathcal{D}'_\mu \mathcal{U} = \mathcal{U} \mathcal{D}_\mu} \quad (6.7)$$

$$\Rightarrow \bar{\psi}' \mathcal{D}'_\mu \psi' = \bar{\psi} \mathcal{U}^\dagger \mathcal{D}'_\mu \psi' = \bar{\psi} \mathcal{U}^{-1} \mathcal{U} \mathcal{D}_\mu \psi = \bar{\psi} \mathcal{D}_\mu \psi$$

Aus der Forderung nach lokaler Eichinvarianz \Rightarrow Existenz eines Vektorfeldes A_μ mit Kopplung an ψ -Feld:

$$\mathcal{L}_0 \rightarrow \mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m)\psi = \mathcal{L}_0 + e \underbrace{\bar{\psi} \gamma^\mu \psi}_{=j^\mu} A_\mu \equiv e j^\mu A_\mu = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}$$

¹ergibt $\partial_\mu(\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) = 0 \Rightarrow Q = \int d^3x j^0$ Erhaltungsgröße

mit e : Kopplungskonstante

A_μ wird zu einem **dynamisches Feld** durch

$$\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}_A = \mathcal{L}_{QCD}, \quad \mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

(Legendre-Transformation $\mathcal{L}_{int} \rightarrow \mathcal{H}_{int} = -\mathcal{L}_{int} \rightarrow$ Störungstheorie, Feynman-Regeln, ...)

Zusammenfassung:

- (i) Symmetrie von \mathcal{L}_0 global
- (ii) lokale Eichsymmetrie durch $\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu$ mit $\mathcal{D}'_\mu U = U \mathcal{D}_\mu$ führt ein Feld A_μ ein mit WW $\sim \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu$
- (iii) A_μ dynamisch durch addieren von $\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$

6.2.2 Nicht-Abelsche Eichtheorie

Verallgemeinerung: „Phasen“-Transformationen, die nicht kommutieren.

$$\psi \rightarrow \psi' = \mathcal{U}\psi \quad \text{mit} \quad \mathcal{U}_1 \mathcal{U}_2 \neq \mathcal{U}_2 \mathcal{U}_1$$

erfordern Matrizen, d.h. ψ ist ein Multiplet:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \quad \mathcal{U} : n \times n\text{-Matrix}$$

jedes $\psi_k (k = 1, \dots, n)$ ist ein Dirac Spinor

- (i) freies Feld, globale Symmetrie:

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{k=1}^n \bar{\psi}_k (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi_k = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$$

mit $\bar{\psi} = (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n) = (\psi_1 \gamma^0, \dots, \psi_n \gamma^0)$

Betrachte unitäre \mathcal{U} : $\mathcal{U}^\dagger = \mathcal{U}^{-1}$

$\Rightarrow \bar{\psi}\psi, \bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi$ invariant, unter $\psi \rightarrow \psi' = \mathcal{U}\psi, (\bar{\psi} \rightarrow \mathcal{U}\bar{\psi} = \bar{\psi}\mathcal{U}^\dagger = \bar{\psi}\mathcal{U}^{-1})$

$\Rightarrow \mathcal{L}_0$ ist invariant

Pysikalisch relevant: Spezielle unitäre $n \times n$ Matrizen ($\det(\mathcal{U}) = +1$): $\mathcal{SU}(n)$

Beispiele:

- Schwache Wechselwirkung: $\mathcal{SU}(2) : \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ Isospin
- Starke Wechselwirkung: $\mathcal{SU}(3) : \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}$ Color

Jedes $\mathcal{U} \in SU(n)$ kann geschrieben werden als

$$\mathcal{U} = e^{i(\alpha^1 T_1 + \dots + \alpha^N T_N)} \equiv \mathcal{U} = e^{i\alpha^a T_a}$$

mit $\alpha^a \in \mathbb{R}$ und T_a $n \times n$ -Matrizen, $T_a^\dagger = T_a$, $\text{Tr}(T_a) = 0$.
Die T_a heißen „Erzeugende“ oder „Generatoren“.

$$\boxed{\text{Unitarität} + \det(\mathcal{U}) = 1 \Rightarrow N = n^2 - 1} \tag{6.8}$$

$$\begin{aligned} n = 2: & \quad N = 4 - 1 = 3 & \quad T_a = \frac{1}{2}\sigma_a \quad (a = 1, 2, 3) & \quad \sigma_a: \text{Pauli-Matrizen} \\ n = 3: & \quad N = 9 - 1 = 8 & \quad T_a = \frac{1}{2}\lambda_a \quad (a = 1, \dots, 8) & \quad \lambda_a: \text{Gell-Mann-Matrizen} \end{aligned}$$

Normierung: $\text{Tr}(T_a T_b) = \frac{1}{2}\delta_{ab}$

infinitesimale Transformation: $\mathcal{U} = \mathbb{1} + i\alpha^a T_a (+O(\alpha^2))$

Kommutator: $[T_a, T_b] \neq 0$, da nicht-abelsch.

$$\boxed{[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c} \quad \text{Lie - Algebra} \tag{6.9}$$

$f_{abc} \in \mathbb{R}$: Struktur-Konstanten:

$f_{abc} = -f_{bac} = -f_{acb} \dots$ antisymmetrisch.

$SU(2)$: $f_{abc} = \epsilon_{abc}$ ($\hat{=}$ Drehimpuls-Algebra)

(ii) Lokale Symmetrie:

$$\alpha^a \rightarrow \alpha^a(x), \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}(x) = e^{i\alpha^a(x)T_a}$$

$$\partial_\mu \mathcal{U}(x)\psi(x) \neq \mathcal{U}(x)\partial_\mu \psi(x) \Rightarrow \text{keine Symmetrie von } \mathcal{L}_0 \text{ unter } \psi \rightarrow \mathcal{U}(x)\psi.$$

Lokale Symmetrie kann erreicht werden durch die **kovariante Ableitung**:

$\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu$ so dass

$$\boxed{\mathcal{D}'_\mu \mathcal{U} = \mathcal{U} \mathcal{D}_\mu} \tag{6.10}$$

$$\Rightarrow \bar{\psi}' \mathcal{D}'_\mu \psi' = \bar{\psi} \mathcal{D}_\mu \psi$$

Ansatz: minimale Substitution

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig \mathcal{W}_\mu(x) \quad \text{mit } \mathcal{W}_\mu(x) : n \times n - \text{Matrix}$$

$$\mathcal{W}_\mu(x) = T_\mu^a(x)$$

$W_{\mu a}^a$: N Vektorfeldern, Eichfelder

$$\mathcal{D}_\mu \rightarrow \mathcal{D}'_\mu = \partial_\mu - ig \mathcal{W}'_\mu$$

Zu klären bleibt: Was ist \mathcal{W}'_μ ?

(6.10) ist erfüllt, wenn gilt:

$$\boxed{\mathcal{W}'_\mu = \mathcal{U} \mathcal{W}_\mu \mathcal{U}^{-1} - \frac{i}{g} (\partial_\mu \mathcal{U}) \mathcal{U}^{-1}} \tag{6.11}$$

$$\boxed{\psi \rightarrow \psi' = \mathcal{U} \psi} \tag{6.12}$$

Lokale nicht-abelsche Eichtransformation

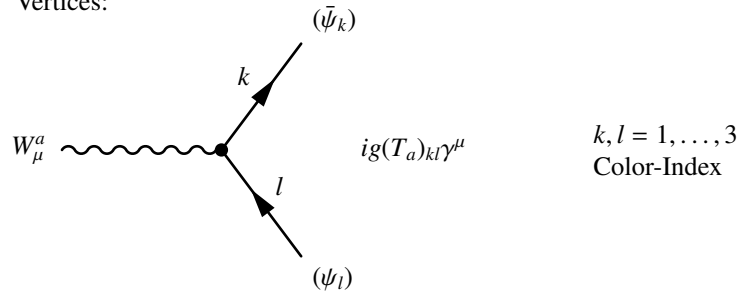
für infinitesimale \mathcal{U} : $\mathcal{U} = 1 + iT_a \alpha^a \overline{[O(\alpha^2)]}$

$$(6.11) \Rightarrow W'_\mu{}^a = W_\mu^a + \underbrace{\frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a}_{\text{analog abelscher Fall}} + \underbrace{f_{abc} W_\mu^b \alpha^c}_{\substack{\text{neuer} \\ \text{nicht-abelscher} \\ \text{Term}}}$$

Substitution $\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu$ im \mathcal{L}_0 induziert Wechselwirkung:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &\rightarrow \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int} \\ \mathcal{L}_0 &= \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi \\ \mathcal{L}_{int} &= g \bar{\psi} \gamma^\mu T_a \psi W_\mu^a = g j_a^\mu W_\mu^a \quad \text{N Ströme } j_a^\mu \end{aligned}$$

Vertices:



$$j_a^\mu = \sum_{k,l} (\bar{\psi}_k \gamma^\mu \psi_l) (T_a)_{kl} = (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n) (T_a) \gamma^\mu \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

(iii) dynamischer Term für W_μ^a :

Zusätzlicher Term \mathcal{L}_W (eichinvariant!) \rightarrow Dynamik der W-Felder (Bewegungsgleichung, Propagatoren)

$$\sum_a (\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a)^2 \quad : \text{ nicht eichinvariant}$$

Ansatz:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\mu\nu} &= \mathcal{D}_\mu \mathcal{W}_\nu - \mathcal{D}_\nu \mathcal{W}_\mu = \\ &= \partial_\mu \mathcal{W}_\nu - \partial_\nu \mathcal{W}_\mu - ig[\mathcal{W}_\mu, \mathcal{W}_\nu] = \\ &= \frac{i}{g} [\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu] \equiv \\ &\equiv T_a F_{\mu\nu}^a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}'_\mu \mathcal{U} &= \mathcal{U} \mathcal{D}_\mu \Rightarrow \mathcal{D}'_\mu = \mathcal{U} \mathcal{D}_\mu \mathcal{U}^{-1} \\ \Rightarrow \mathcal{F}'_{\mu\nu} &= [\mathcal{D}'_\mu \mathcal{D}'_\nu] = \mathcal{U} [\mathcal{D}_\mu \mathcal{D}_\nu] \mathcal{U}^{-1} = \mathcal{U} \mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{U}^{-1} \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Tr}(\mathcal{F}_\mu \mathcal{F}^{\mu\nu}) &\rightarrow \text{Tr}(\mathcal{F}'_{\mu\nu} \mathcal{F}'^{\mu\nu}) \\ &= \text{Tr}(\mathcal{U} \mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{U}^{-1} \mathcal{U} \mathcal{F}^{\mu\nu} \mathcal{U}^{-1}) \end{aligned}$$

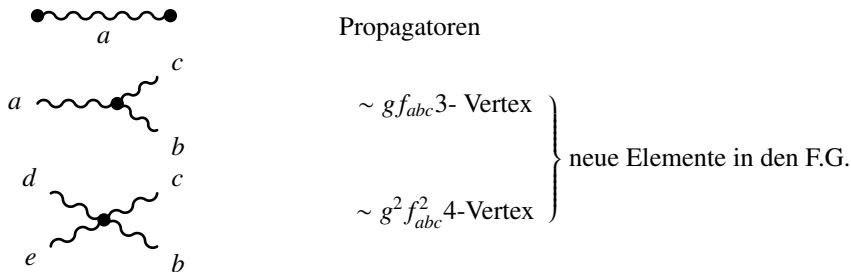
$$\begin{aligned}
 &= \text{Tr}(U \mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu} U^{-1}) \\
 &= \text{Tr}(\mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu}) \quad \text{invariant}
 \end{aligned}$$

Daher kann man ansetzen:

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{2} \text{Tr}(\mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu}) = -\frac{1}{4} \sum_a \mathcal{F}_{\mu\nu}^a F^{a,\mu\nu} \tag{6.14}$$

in Komponenten: $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g f_{abc} W_\mu^b W_\nu^c$
 benutzt wurde die Normierung: $\text{Tr}(T_a T_b) = \frac{1}{2} \delta_{ab}$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_W = & -\frac{1}{4} (\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a)^2 - \frac{1}{2} g f_{abc} (\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a) W^{b,\mu} W^{c,\nu} \\
 & - \frac{1}{4} g^2 f_{abc} f_{ade} W_\mu^b W_\nu^c W^{d,\mu} W^{e,\nu}
 \end{aligned}$$



Beachte: alle Wechselwirkungen sind festgelegt durch Algebra und einer Koppelkonstante g .

6.2.3 Mathematischer Einschub: Darstellung von Gruppen

Gruppe G , $g \in G$ mit $g_1 \circ g_2$ Verknüpfung n -dimensionale Darstellung:

$$\begin{aligned}
 G &\rightarrow \text{Matrizen, } n \times n \\
 g &\rightarrow D(g) \text{ mit } D(g_1 \circ g_2) = D(g_1)D(g_2)
 \end{aligned}$$

Beispiel: Drehgruppe $SO(3)$ in 3 Dimensionen

Generatoren: $f_k, [f_k, f_l] = i \epsilon_{klm} f_m$

$D = e^{i \alpha_k f_k}, f_k : (2j+1) \times (2j+1)$ -Matrizen mit $j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$ (gleiche Lie-Algebren wie $SU(\epsilon)$)

Speziell für $j = 1$:

3-dimensionale Darstellung, 3 Generatoren \rightarrow **adjungierte Darstellung**

$SU(n)$:

N Generatoren T_1, \dots, T_N mit Vertauschungsrelation

$$[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c$$

m -dimensionale Darstellung: $T_a \rightarrow D(T_a)$ ist $m \times m$ -Matrix mit gleicher Vertauschungsrelation. Falls $m = N$, spricht man von einer **adjungierten Darstellung**. $(T_a)_{bc} = i f_{abc}$ in adjungierter Darstellung.

Die **definierende Darstellung** von $SU(n)$ durch $n \times n$ -Matrizen (minimale Darstellung) heißt auch **Fundamental-Darstellung**.

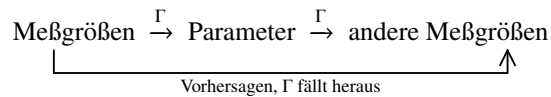
Für die Eichtheorie, basierend auf $SU(2)$ und $SU(3)$ gilt:


- Fermionen in der Fundamentaldarstellung
- Eichbosonen in der adjungierten Darstellung

Ergänzende Bemerkungen

- (i) physikalische Bedeutung der nicht-abelschen Eichtheorien:
Beschreibung der fundamentalen Wechselwirkungen.

Eichtheorien sind **renormierbar**, d.h. über Born-Approximation hinaus möglich.
Grundsätzliches Problem einer QFT: Schleifendiagramme sind divergente Integrale \Rightarrow „cut-off“: Γ nötig. Physik muß von Γ abhängig sein.
In renormierbaren Theorien: Γ fällt heraus, wenn die Parameter der Theorie durch experimentelle Meßgrößen festgelegt werden. (in der QED: e, m)

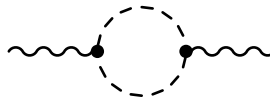


- (ii) In Schleifendiagrammen mit Bosonlinien, z.B.  gibt es unphysikalische Polarisierungen der W_μ -Bosonen:

$$2 \text{ transversale} + \underbrace{1 \text{ longitudinale} + 1 \text{ zeitartig}}_{\text{unphysikalisch}}$$

in der Eichung mit Propagator $\sim ig_{\mu\nu}/q^2$.

Diese müssen kompensiert werden durch Hilfsfelder, die an die W -Bosonen koppeln.



Man nennt diese Hilfsfelder „Geister“ (**Faddeev-Popov-Geister**)

6.3 Formulierung der QCD

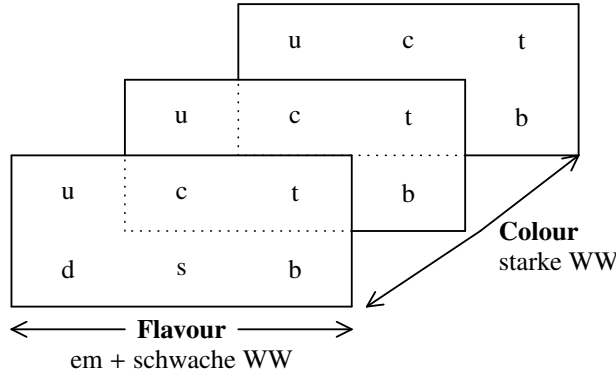
Quarks: $q = u, d, s, c, b, t$

mit Massen: m_u, \dots, m_t

6 **Flavour**-Freiheitsgrade (Ladung, Generation, ...)

Für jeden Flavour-Freiheitsgrad: Dirac-Feld. Weiterer Freiheitsgrad: **Colour**

pro Flavour: $\psi(x)$ Triplett $\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix}$, Color-Triplett; ψ_k : Dirac-Feld



Eichgruppe: $SU(3)$ (Color)

Generatoren: $T_a = \frac{1}{2}\lambda_a$ ($a = 1, \dots, 8$), mit λ_a : Gell-Mann-Matrizen

$$\lambda_a = \left(\begin{array}{c|c} \sigma_a & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right), (a = 1, 2, 3),$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ +i & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$Tr(\lambda_a = 0) \text{ und } Tr(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab} \Leftrightarrow Tr(T_a T_b) = \frac{1}{2}\delta_{ab}$$

kovariante Ableitung: $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig_S T_a G_\mu^a$

g_S : Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung

üblich: $\alpha_s = \frac{g_S^2}{4\pi}$ **Feinstrukturkonstante der starken WW**

G_μ^a : Eichfelder = Gluon-Felder (hier: $W_\mu^a = G_\mu^a$)

Feldstärken: $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_S f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c$

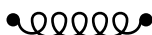

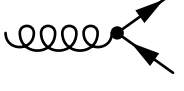
Lagrangedichte: $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m)\psi - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu}$

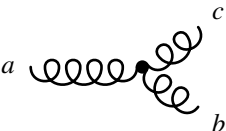
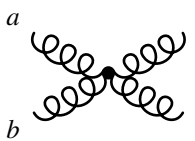
pysikalisch: über Flavor summieren:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_{f=u,\dots,t} \bar{\psi}_f(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m_f)\psi_f - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu} \quad (6.15)$$

Feynmann-Regeln \Rightarrow Störungsrechnung in g_S bzw- α_s : **perturbative QCD** (Quark-Gluon-Prozesse)

Gluonen: Spin 1 Teilchen, Masse 0, zu $G_\mu^a(x)$ gehörig (analog Photon)

- Gluon-Propagator:  $\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2+i\epsilon}$
- Quark-Propagator:  $i \frac{\not{q} + m}{q^2 - m^2 + i\epsilon} \equiv \frac{i}{\not{q} - m + i\epsilon}$
- Quark-Gluon-Vertex:  $ig_S (T_a)_{kl} \gamma^\mu$

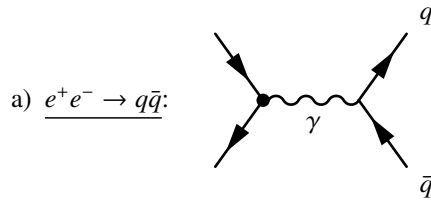
- Triple-Gluon-Vertex: 
- Quartic-Gluon-Vertex: 

äußere Gluon-Linien: ϵ_μ^a wie Photon (transversal), da $m_G = 0$
 äußere Quarklinien: $u, v, (\bar{u}, \bar{v})$ wie bisher, zusätzlich Colour-Index

Damit sind Quark-Gluon-Prozesse beschreibbar (perturbative QCD)!

Beispiele

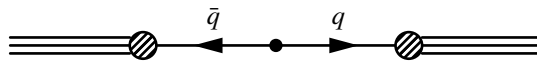
(i) Prozesse an e^+e^- -Collidern



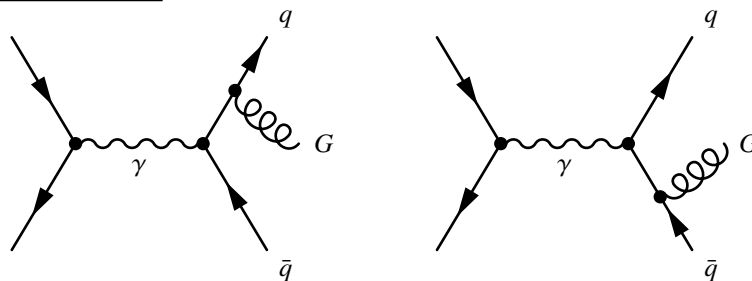
(analog zu $\mu^+\mu^-$) $\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} Q_q^2 \cdot 3$ (3 Colour!), experimentell gemessen.

$$\sigma_{\text{had}} = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} 3 \sum_q Q_q^2$$

Quarks \rightarrow Jets aus Hadronen



b) Gluon-Abstrahlung: ($\sim \alpha_s$)



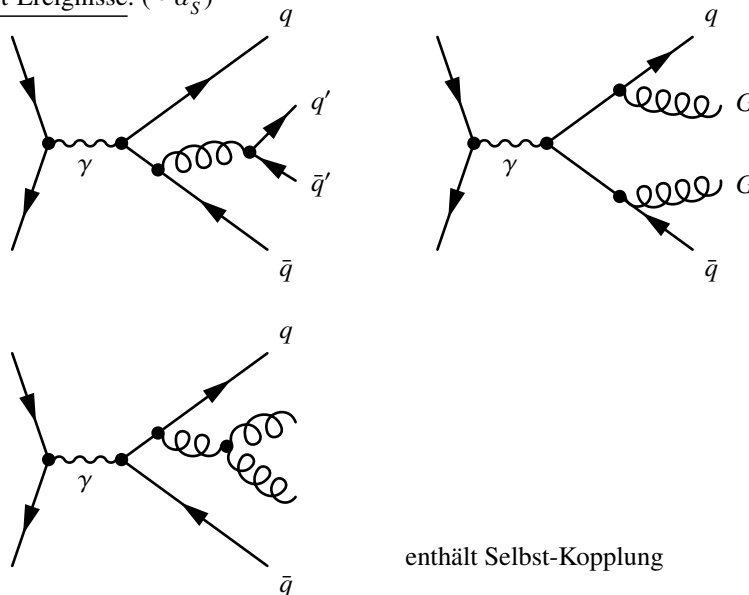
Signatur: 3 Jets
 (zuerst bei DESY, e^+e^- -Speicherung PETRA) $M = g_s(T)_{kl}M$ (ohne Color Faktor)

Wahrscheinlichkeit: $|M|^2$ und über Color-Indices summieren:

$$\begin{aligned}
 |\bar{M}|^2 &= \sum_a \sum_{k,l} g_S^2 \underbrace{(T_a)_{kl}(T_a)_{kl}^*}_{(T_a)_{kl}(T_a)_{lk}} |M|^2 \\
 &= g_S^2 \sum_{a=1}^8 \underbrace{\text{Tr}(T_a T_a)}_{=\frac{1}{2}} |M|^2 \\
 &= g_S^2 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} |M|^2 = 4g_S^2 |M|^2
 \end{aligned}$$

$\sim \alpha_s \Rightarrow$ Messung von α_s

c) 4-Jet-Ereignisse: ($\sim \alpha_s^2$)



Verteilungen und Raten \rightarrow Vorhersagen

z.B. $\sigma_{4\text{jet}} : \sigma_{3\text{jet}} : \sigma_{2\text{jet}} \Rightarrow \alpha_s \text{ exp.}$

Genaueste α_s Messungen auf der Z-Resonanz (LEP)

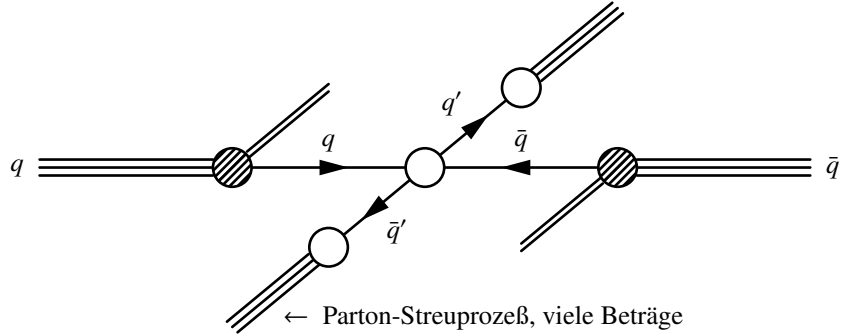
$$\alpha_s(M_Z) \approx 0.12 \quad [\alpha_{\text{QED}} = \frac{1}{137} = 0,0073]$$

(ii) Prozesse an Hadron-Collidern

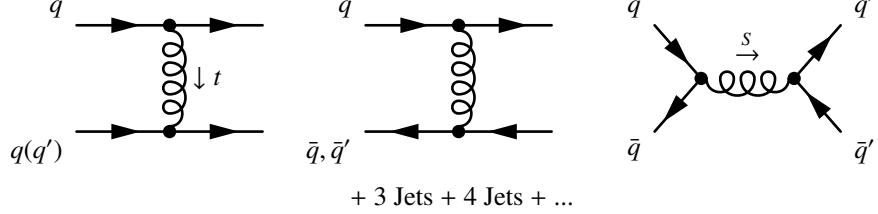
Tevatron: $p-\bar{p}$; $\sqrt{S} = 2 \text{ TeV}$

LHC: $p-p$; $\sqrt{S} = 14 \text{ TeV}$

a) Jet-Erzeugung:



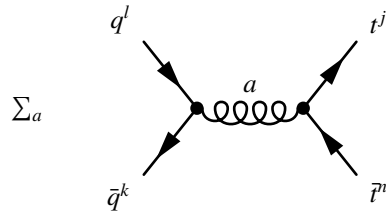
Beispiele für Parton-Streuprozesse:



b) Top-Quark-Erzeugung am Tevatron:

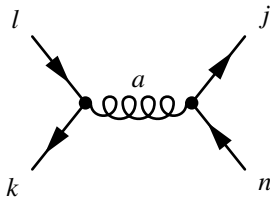
$$m_{top} \approx 172 \text{ GeV} \quad (172,6 \pm 1,4 \text{ GeV})$$

hauptsächlich:



\mathcal{M} für $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$:

$$\mathcal{M} = i \frac{g_s^2}{s} \sum_{a=1}^8 (T_a)_{kl} (T_a)_{jn} (\bar{v} \gamma^\mu u) (\bar{u}' \gamma_\mu v')$$



l, k, j, n :
Colour der \bar{q}, q
und $t\bar{t}$

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M} \cdot \mathcal{M}^* \sim \sum_{a,b} (T_a)_{kl} (T_a)_{jn} \underbrace{(T_b)_{kl}^*}_{(T_b)_{lk}} \underbrace{(T_b)_{jn}^*}_{(T_b)_{nj}}$$

Über j, n Summieren und über k, l Mitteln ergibt:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \sum_{a,b} \sum_{k,l} \sum_{j,n} (T_a)_{kl} (T_b)_{lk} (T_a)_{jn} (T_b)_{nj} \\ &= \frac{1}{9} \sum_{a,b} \text{Tr}(T_a T_b) \cdot \text{Tr}(T_a T_b) \\ &= \frac{1}{9} \sum_{a,b} \frac{1}{2} \delta_{ab} \cdot \frac{1}{2} \delta_{ab} = \frac{1}{9} \cdot \frac{8}{4} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

Berechnung des Wirkungsquerschnitts:

$$\sigma_{q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}} = \frac{4\pi\alpha_s^2}{3s} \cdot \frac{2}{9} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} \left(1 + \frac{2m^2}{s}\right)$$

Um den Wirkungsquerschnitt für $p - \bar{p}$ zu bekommen, muß mit den Quark-Dichten gefaltet werden und über die verschiedenen Quarks summiert werden:

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow t\bar{t}) = \sum_q \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 [q^p(x_1) \bar{q}^{\bar{p}}(x_2) + (x_1 \leftrightarrow x_2)] \cdot \sigma_{q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}}(x_1 x_2 S)$$

wobei $S = (p + \bar{p})^2$, $s = x_1 x_2 S$

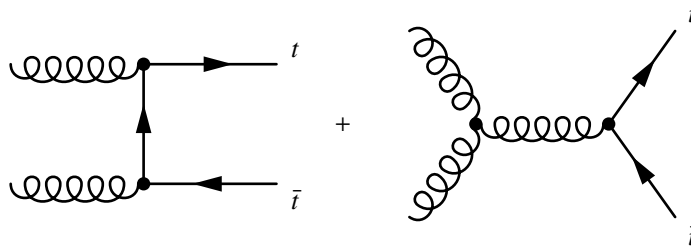
Mit den Variablen $\tau = x_1 x_2$ hat man die Form

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow t\bar{t}) = \int_{\tau_0}^1 d\tau \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau) \sigma_{q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}}(\tau S)$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau) = \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} \sum_q [q^p(x) \bar{q}^{\bar{p}}\left(\frac{\tau}{x}\right) + \bar{q}^p(x) q^{\bar{p}}\left(\frac{\tau}{x}\right)]$$

Dies nennt man die **Parton-Luminosität**.

Anmerkung: Es gibt noch weitere Beiträge aus der Gluon-Fusion



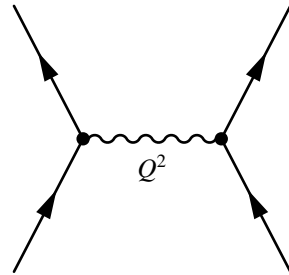
mit der Gluon-Dichte $G(x)$ im Proton.

Klein beim Tevatron, dominant beim LHC wegen der höheren Energie $\sqrt{S} = 14 \text{ TeV}$.

6.4 Laufende Kopplung und asymptotische Freiheit

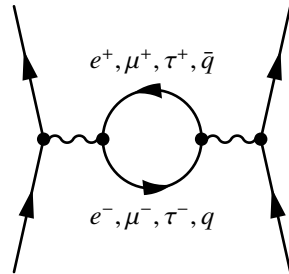
6.4.1 α in QED

elektromagnetische WW zwischen 2 Ladungen:



$\sim e^2 = 4\pi\alpha$ mit $\alpha = \frac{1}{137,086\dots}$ und e :
klassische Ladung

Ladung wird modifiziert durch Schleifen-Terme (\sim höhere Ordnung Störungstheorie):

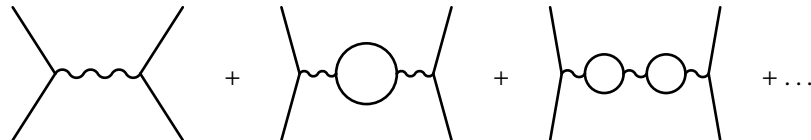


$\sim e^2 \cdot \underbrace{\Pi(Q^2)}_{\text{Vakuumpolarisation}}$
 $\sim e^2 \sum_{f=e,\dots,q} Q_f^2(\dots)$

$$\Pi(Q^2) = \frac{\alpha}{3\pi} \sum_f Q_f^2 \left[\log \frac{Q^2}{m_f^2} + (\dots \text{ von } Q^2 \text{ unabh. Terme}) \right]$$

gilt für $|Q^2| > m^2$, sonst $\Pi(Q^2) \sim \frac{Q^2}{m_f^2} \rightarrow 0$ für $Q^2 \ll m_f^2$.

Wiederholtes Einsetzen und Summieren:



$$\Rightarrow e^2 [1 + \Pi(Q^2) + \Pi(Q^2)^2 + \dots] = \frac{e^2}{1 - \Pi(Q^2)} \text{ geometrische Reihe}$$

Effekt:

$$\alpha \rightarrow \frac{\alpha}{1 - \Pi(Q^2)} \equiv \alpha(Q^2) \quad \text{Laufende Kopplung der QED}^2 \quad (6.16)$$

Statt $\alpha = \frac{1}{137}$ als Input kann $\alpha(Q_0^2)$ bei einem beliebigen (aber festen) Q_0^2 gewählt werden.



²wächst an mit Q^2 , siehe auch Abbildung 6.1

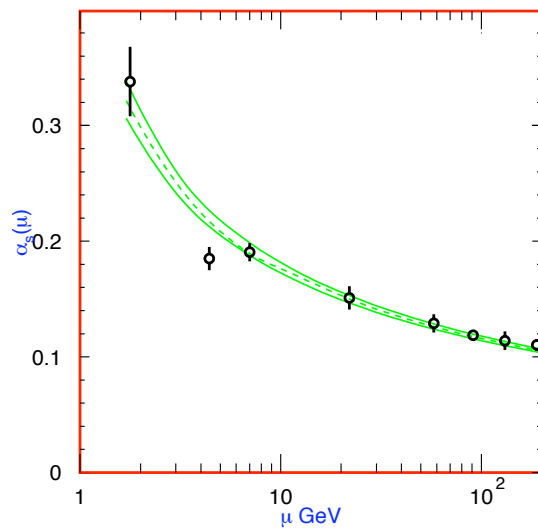


Abbildung 6.1: laufende QCD-Kopplung

$$\frac{1}{\alpha(Q^2)} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{3\pi} \sum_f Q_f^2 \left(\log \frac{Q^2}{m_f^2} + \dots \right)$$

$$\frac{1}{\alpha(Q_0^2)} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{3\pi} \sum_f Q_f^2 \left(\log \frac{Q_0^2}{m_f^2} + \dots \right)$$

ergibt:

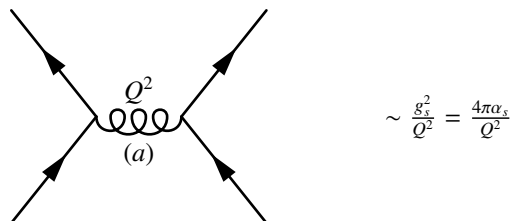
$$\frac{1}{\alpha(Q^2)} - \frac{1}{\alpha(Q_0^2)} = \frac{1}{4\pi} \underbrace{\left(-\frac{4}{3} \sum_f Q_f^2 \right)}_{=\beta_0} \log \frac{Q^2}{Q_0^2} = \frac{\beta_0}{4\pi} \log \frac{Q^2}{Q_0^2}$$

mit $\Pi(Q^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \sum_f Q_f^2 \log \frac{Q^2}{m_f^2}$

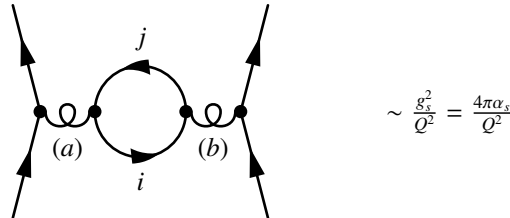
$$\boxed{\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(Q_0^2)}{1 + \frac{\alpha(Q_0^2)}{4\pi} \beta_0 \log \frac{Q^2}{Q_0^2}}} \quad (6.17)$$

6.4.2 α_s in QCD

Wechselwirkung zwischen Quarks (starke WW)



wird modifiziert durch virtuelle Quark-Antiquark-Paare:



$$\Pi^{(q)}(Q^2)_{ab} = g_s^2 \sum_{i,j} (T_a)_{ij} (T_b)_{ji} \cdot [\text{Rest wie QED}]$$

$$= \text{Tr}(T_a T_b) = \frac{1}{2} \delta_{ab}$$

$$\Pi^{(q)} = g_s^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot [\text{wie QED}]$$

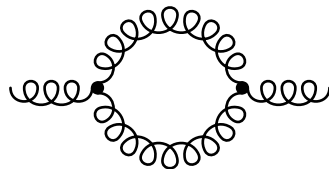
Substituieren: $e \rightarrow g_s$ und $\alpha \rightarrow \alpha_s$:

$$\sum_{f=e,\dots,q} Q_f^2 \rightarrow \sum_{q=u,d,\dots} \frac{1}{2} = n_f \cdot \frac{1}{2}$$

mit n_f : Anzahl der Flavour (mit $m_f^2 \ll |Q|^2$), $n_f \leq 6$

$\Rightarrow \beta_0 = -\frac{4}{3} \frac{n_f}{2} \Rightarrow \alpha_s(Q^2)$ wächst an mit Q^2 , analog QED

Jedoch: QCD hat einen nicht-Abelschen Beitrag $\beta_0 = \beta_0^{(q)} + \underbrace{\beta_0^{(g)}}_{\text{von Gluon}}$



$$\beta_0^{(g)} = 11 \quad (\text{Vorzeichen!})$$

Damit:

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3} n_f \tag{6.18}$$

$\rightarrow \beta_0 > 0$ für $n_f < \frac{33}{2}$ ($n_f = 6$ ok)

Laufende Kopplung der QCD:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 + \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{4\pi} (11 - \frac{2}{3} n_f) \log \frac{Q^2}{Q_0^2}} \tag{6.19}$$

$\alpha_s(Q_0^2)$ Input, exp.

World average: $\alpha_s(M_z^2) = 0,1184 \pm 0,0007$

$\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$ für $Q^2 \rightarrow \infty$

starke WW wird schwach für große Q^2 . Diese Eigenschaft wird als **asymptotische Freiheit** bezeichnet und ist eine wesentliche Eigenschaft der QCD.

- erklärt Erfolg des Parton-Modells
- erlaubt perturbative Berechnung von Quark-Gluonen-Prozessen, hohen Energien / Impulsüberträgen

kleine Q^2 : $\alpha_s(Q^2)$ wird groß, divergiert für $Q^2 \rightarrow \lambda^2$
 Nenner = 0: $\frac{1}{\alpha_s(\lambda^2)} \rightarrow \infty, \alpha_s(\lambda^2) = 0$

$$\Rightarrow \lambda^2 = Q_0^2 \exp\left(\frac{-12\pi}{(33 - 2n_f)\alpha_s(Q_0^2)}\right)$$

Ersetze $\alpha_s(Q_0^2)$ durch λ :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \log \frac{Q^2}{\lambda^2}} \quad (6.20)$$

mit $\lambda \approx 200 \text{ MeV}$, typische Skala für QCD

λ bestimmt die Skala, bei der die Störungsrechnung nicht mehr anwendbar ist. (zum Vergleich: π -Masse $m_\pi \approx 140 \text{ MeV}$) Störungsrechnung für $|Q^2| \gg \lambda^2$
 $Q^2 \sim \lambda$ oder $Q^2 < \lambda^2$: nicht perturbative Methoden z.B. Gitter-Methoden, statist. Mechanik oder phänomenologische Modelle - Komplementär zur Störungsrechnung.

Anmerkung: Kopplung α (QED oder QCD)

$\alpha(Q^2)$ ist Lösung einer Differentialgleichung:

$$Q^2 \frac{d\alpha}{dQ^2} = -\frac{\alpha^2}{4\pi} \beta_0 \quad \text{mit Anfangswert } \alpha(Q_0^2) \quad (6.21)$$

allgemein: $Q^2 \frac{d\alpha}{dQ^2} = \beta(\alpha)$ **Evolutionsgleichung: RGE**

β : Funktion zur Kopplung α

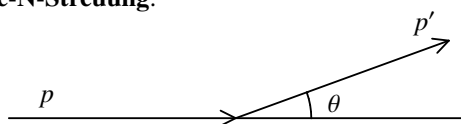
$$\beta(\alpha) = -\frac{\alpha^2}{4\pi} \left(\underbrace{\beta_0}_{1\text{-Loop}} + \underbrace{\frac{\alpha}{4\pi}\beta_1}_{2\text{-Loop}} + \underbrace{\left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2\beta_2}_{3\text{-Loop}} + \dots \right)$$

running $\alpha_s(Q^2)$ experimentell bestätigt (\rightarrow QCD)

6.5 Parton-Verteilungen

Anknüpfung an WW 13/14, KTA 1

e-N-Streuung:



$$\begin{aligned} Q^2 &= -(p - p'), \\ E &= p^0, E' = p'^0 \\ \nu &= E - E' = \frac{(p-p') \cdot P}{M}, P = (M, \vec{0}) \\ Q^2, \nu &\text{ Lorentz-invariant} \end{aligned}$$

weitere invariante Variable: $x = \frac{Q^2}{2Mv}$
 inelastische Streuung: E', θ unabhängig $\leftrightarrow Q^2, x$

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \left(\frac{d\sigma}{dQ^2} \right)_{\text{Mott}} \left[\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) + \frac{Q^2}{x^2 M^2} F_1(x, Q^2) \tan^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]$$

F_1, F_2 : Strukturfunktionen

$$\left(\frac{d\sigma}{dQ^2} \right)_{\text{Mott}} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \cdot \frac{E'}{E}$$

tief-inelastisch: $Q^2 > 2GeV^2$

Experimentell (SLAC, 1960er Jahre):

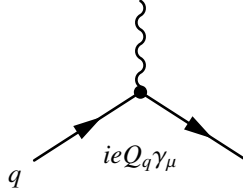
$F_{1,2}(x, Q^2) = F_{1,2}(x)$ von Q^2 unabhängig Scaling

Callan-Gross-Relation: $F_2(x) = 2xF_1(x)$

$$\Rightarrow \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \left(\frac{d\sigma}{dQ^2} \right)_{\text{Mott}} \left[1 + \frac{Q^2}{2x^2 M^2} \tan^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \cdot 2F_1(x)$$

WQ für Streuung
 an punktförmigen
 Dirac-Teilchen
 Partonen = Quarks

Partonen (Feymann):



$u, c, t: Q = +\frac{2}{3} / d, s, b: Q = -\frac{1}{3}$

Wirkungsquerschnitt invariant geschrieben mit: $s = (p + P)^2 = 2pP + M^2 = 2EM * M^2$
 große Energien: $2EM \gg M^2$

$$\boxed{E = \frac{s}{2M}} \quad (6.22)$$

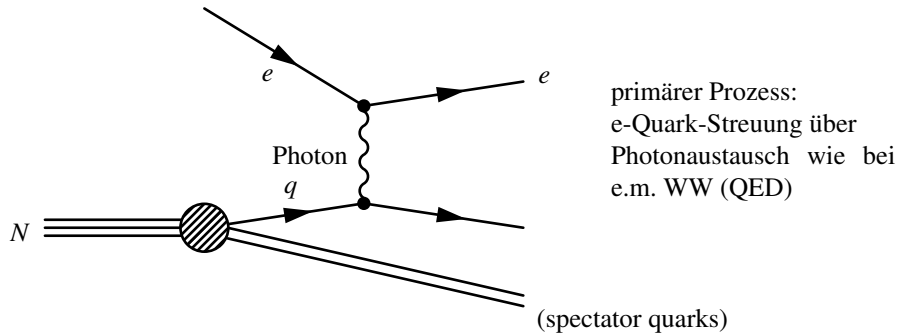
benutze $\frac{E'}{E} = 1 - \frac{v}{E} = 1 - \frac{Q^2}{xS}$ und $Q^2 = eEE' \sin^2(\frac{\theta}{2})$:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[\left(1 - \frac{Q^2}{xS} \right) \frac{F_2}{x} + \frac{Q^4}{x^2 S^2} F_1 \right]$$

Terme mit $O(\frac{M^2}{S}) \approx 0$ vernachlässigt, mit der empirischen Relation $F_2(x) = 2xF_1(x)$:

$$\boxed{\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[1 + \left(1 - \frac{Q^2}{xS} \right)^2 \right] F_1(x)} \quad (6.23)$$

im Parton-Modell:



$d\sigma^{eN} = \sum_q d\sigma^{eq}$ [Wahrscheinlichkeit für q im Nukleon]
Summe über alle Quarks in N

$$\begin{array}{ll}
 N = p : & uud \quad , \quad u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}, c\bar{c}, (b\bar{b}) \\
 N = n : & \underbrace{uud}_{\text{Valenzquarks}} \quad , \quad \underbrace{u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}, c\bar{c}, (b\bar{b})}_{\text{See-Quarks}}
 \end{array}$$

$$d\sigma^{eN} = \sum_q d\sigma^{eq} q^N(x) dx$$

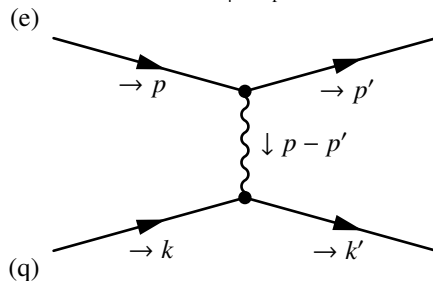
$q^N(x) dx$ = Wahrscheinlichkeit, dass ein Quark der Sorte q den Anteil $x \in [x, x + dx]$ am N-Impuls trägt (Impuls von $q = xP$)

$$\boxed{\frac{d^2\sigma^{eN}}{dx dQ^2} = \sum_q \frac{d\sigma^{eq}}{dQ^2} q^N(x)} \quad (6.24)$$

$q^N(x)$: Wahrscheinlichkeits-Dichte, Quark-Dichte, Quark-Verteilungsfunktion
 $\alpha_s(Q^2)$ klein für große Q^2 , zunächst ≈ 0 , starke WW vernachlässigt

e-q-Streuung: nach QED berechnen

Matrixelement \mathcal{M} aus Feynman Regeln: $\frac{1}{4} \sum_{\text{Spins}} |\mathcal{M}|^2, Q^2 = -(p - p')^2$



$$\frac{d\sigma^{eq}}{dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} \left[1 + \left(1 - \frac{Q^2}{s} \right)^2 \right] \quad \text{mit } s = (p + k)^2$$

- Quark q hat den Impuls $k = xP$

- $s = (k + p)^2 = 2kp = 2xpP$
- $(p + P)^2 = 2pP = S$
- alle Massen = 0, hohe Energie

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{d^2 \sigma^{eN}}{dx dQ^2} &= \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} \left[1 + \left(1 - \frac{Q^2}{xS} \right)^2 \right] \underbrace{\sum_q Q_q^2 f_q^N(x)}_{=2F_1(x)} \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[\left(1 - \frac{Q^2}{xS} \right) \frac{F_2(x)}{x} + \frac{Q^4}{x^2 S^2} F_1(x) \right] \quad \text{mit } F_2(x) = 2xF_1(x) \end{aligned}$$

⇒ Interpretation der Strukturfunktionen $F_{1,2}$, sowie scaling und Callan-Gross-Relation noch zu zeigen:

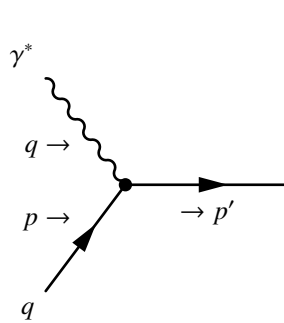
$$\begin{aligned} x &= \frac{Q^2}{2Mv} \quad \text{ursprüngliche Definition (Lab. System)} \\ v &= \frac{(p - p')P}{M} \Rightarrow \frac{Q^2}{2Mv} = \frac{Q^2}{2(p - p')P} = \frac{Q^2 x}{2(p - p')k} = \frac{Q^2}{Q^2} x = x \end{aligned}$$

Scalingverletzung:

$F_{1,2}$ haben Q^2 Abhängigkeit (schwach), von QCD erklärt:

$$F_{1,2}(x, Q^2) \sim \sum_q Q_q^2 f_q^N(x, Q^2)$$

ohne QCD



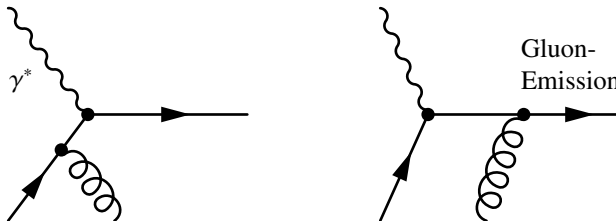
$$M = ieQ_q \bar{u}(p') \gamma^\mu u(p) \cdot \epsilon_\mu$$

mit ϵ_μ : Polarisationsvektor von γ^* (Polarisationssumme: $\sum_{pol} \epsilon_\mu \epsilon_\nu^* = -g_{\mu\nu}$) und Q_q : Ladung des Quarks q

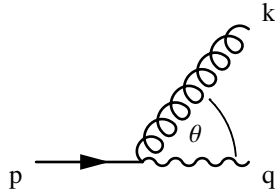
$$\sigma_0 = \frac{8\pi^2 a}{2pP} Q_q^2$$

$$\sigma(\gamma^* q) \Rightarrow \sigma(\gamma^* N) = \sigma_0 f_g(x) \Big|_{x=\frac{Q^2}{2qp}}$$

mit QCD:



$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_a + \mathcal{M}_b$$



$$\mathcal{M}_a \sim \frac{1}{(p-k)^2} = -\frac{1}{2pk}$$

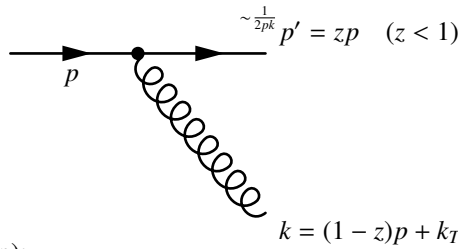
$$= -\frac{1}{2p^0 k^0 (1 - \cos\theta)}$$

dominant für kleine θ , Singulär für $\theta \rightarrow 0$

$$\mathcal{M}_b \sim \frac{1}{(p+q)^2}$$

nicht singulär für $\theta \rightarrow 0$

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_a + \mathcal{M}_b|^2 \simeq |\mathcal{M}_a|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_a \mathcal{M}_b)^* + \dots$$



$$k = (1-z)p + k_T$$

kollineare Abstrahlung (k_T klein):

$$|\mathcal{M}|^2 \simeq \frac{1}{2pk} \cdot \left\{ \dots \right\} \quad \text{mit} \quad 2pk = 2p^0 k^0 (1 - \cos\theta) \rightarrow (1-z)(1 - \cos\theta)$$

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{2} \sum_{\text{Spins}} \frac{1}{3} \sum_{\text{Color}} |\mathcal{M}|^2 \dots$$

$$\sigma(\gamma^* q) = \hat{\sigma}_0 \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z} \cdot \int \frac{dk_T^2}{k_T^2}$$

mit $\hat{\sigma}_0 = \frac{8\pi^2 \alpha}{2pq} Q_q^2$ und $k_T^2 = \vec{k}^2 \sin^2 \theta$

integriert über $d\Omega = \underbrace{d\phi}_{\rightarrow 2\pi} \underbrace{d\cos\theta}_{\sim dk_T^2 \text{ für kleine } \theta}$

$$\boxed{P_{qq}(z) := \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z}} \quad \mathbf{q\text{-}q \text{ Splitting Funktion}} \quad (6.25)$$

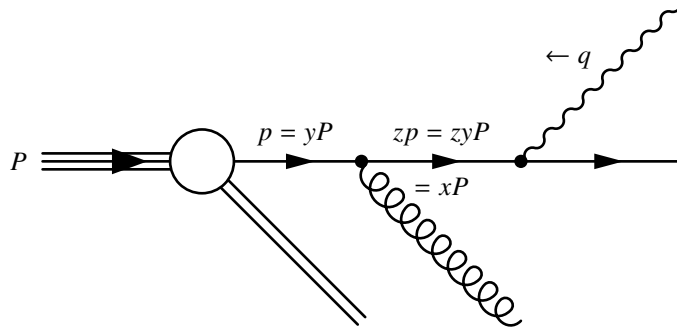
$P_{qq}(z)$ = Wahrscheinlichkeit, dass ein Quark mit Impuls zp aus einem Quark mit Impuls p hervorgeht (durch kollineare Gluonen-Emission)

k_T -Integral ist singulär für $k_T = 0$, weswegen man einen cut-off benötigt: μ^2 als untere Grenze

$$\int_{\mu^2}^{k_{T,max}^2} \frac{dk_T^2}{k_T^2} \simeq \int_{\mu^2}^{Q^2} \frac{dk_T^2}{k_T^2} = \log Q^2 \mu^2 + \underbrace{\dots}_{\text{von } Q^2 \text{ unab.}}$$

mit $k_{T,max} = Q^2 \frac{1-z}{4z}$

Übergang zum Nukleon:



$$\Delta f(x, Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} f_q(x) P_{qq}(z) \left[\log \frac{Q^2}{\mu^2} + \dots \right]$$

effektive Quarkverteilung $f_q(x) + \Delta f_q(x, Q^2)$

vereinfachte Notation: $f_q(x, Q^2) = q(x, Q^2)$

μ^2 eliminieren durch experimentellen Input $q(x, Q_0^2)$ bei gegebenen Q_0^2 :

$$q(x, Q^2) - q(x, Q_0^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) \log Q^2 q^2 \quad (*)$$

Vorhersage $Q^2 \neq Q_0^2$

(*) ist Lösung einer Differentialgleichung (Evolutionsgleichung) in 1. Näherung

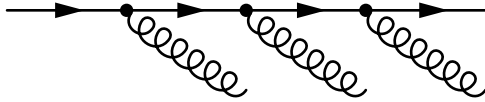
Systematischer Weg: Evolutionsgleichung

$$\frac{\partial^2 q(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{1}{Q^2} \frac{\alpha_s}{2\pi} \cdot \int \dots$$

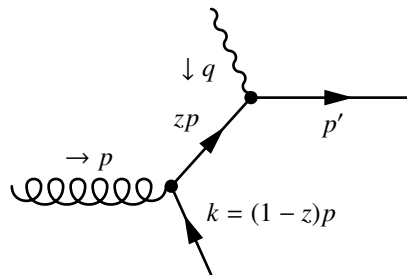
$$Q^2 \frac{\partial q(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) \quad (6.26)$$

Dies ist die **Altarelli-Parisi-Gleichung**

(*) ist 1. Näherung, iterativ volle Lösung: multiple kollin. Gluonen Emission:



Weitere QCD-Beiträge

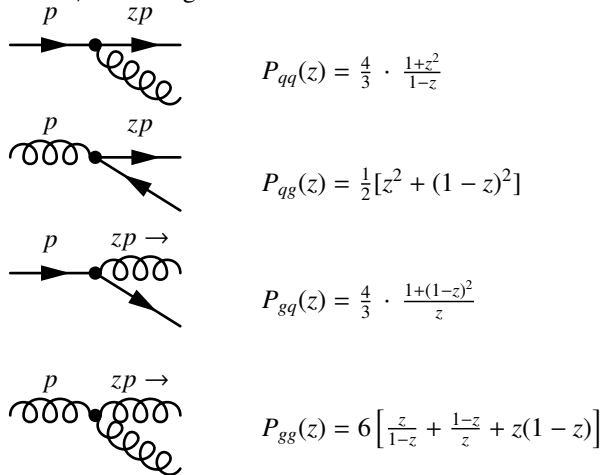


Gluon-Splitting-Funktion

→ 2. Term in der Evolutionsgleichung:

$$Q^2 \frac{\partial^2 q(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[q(y, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) + \underbrace{G(y, Q^2)}_{\text{Gluon-Vert.}} P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right) \right]$$

Gluon-Dichte/Verteilung modifiziert durch:

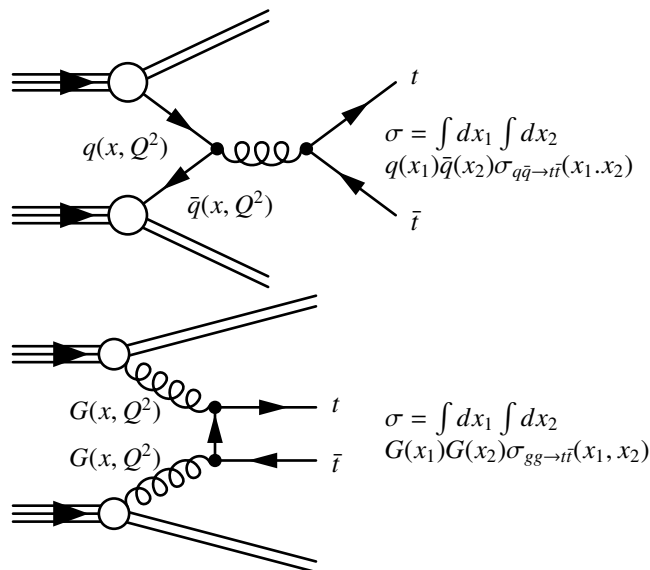


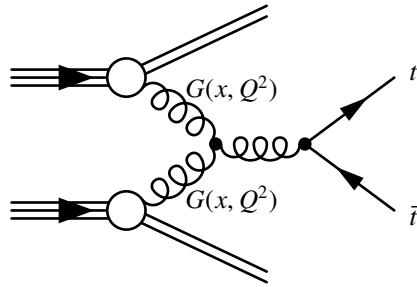
Weitere Evolutionsgleichung für $G(x, Q^2)$:

$$\boxed{Q^2 \frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) q(y, Q^2) + P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right) G(y, Q^2) \right]} \quad (6.27)$$

Satz von Differentialgleichungen. Lösung iterativ oder numerisch. Anfangsbedingungen $q(x, Q_0^1, G(x, Q_0)^2$
 ⇒ Vorhersagen für $Q^2 \neq Q_0^2$; $q(x, Q_0^1, G(x, Q_0)^2$ für Collider-Experimente
 $q(x, Q^2)$ für alle Flavor $q = u, d, \bar{u}, \bar{d}$
 $G(x, Q^2)$ für Gluonen

Anwendung z.B. $p\bar{p}(pp) \rightarrow t\bar{t}$





$q(x, Q^2)$ und $G(x, Q^2)$: Programm-Bibliotheken

6.6 QCD-Potentiale

nicht relativistischer Limes, analog QED

6.6.1 QED

Wechselwirkung zwischen zwei Ladungen ($e^- e^-$ oder $e^- e^+$) beschrieben durch Coulomb-Potential:

$$V(r) = \pm \frac{e^2}{4\pi r} = \pm \frac{\alpha}{r}$$

$e^- e^-$ -Streuung:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2, \quad f(\theta) : \text{Streuamplitude}$$

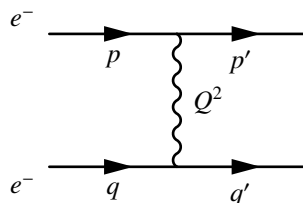
$$f(\theta) = -\frac{m}{2\pi} \tilde{V}(\vec{Q}), \quad \vec{Q} = \vec{p} - \vec{p}'$$

$$\tilde{V}(\vec{Q}) = \int d^3x V(r) e^{i\vec{Q}\cdot\vec{x}} = \frac{e^2}{Q^2} = \frac{4\pi\alpha}{Q^2}, \quad m = \frac{m_e}{2} \text{ red. Masse}$$

$e^- e^+$ -Streuung:

$$+\frac{\alpha}{r} \rightarrow -\frac{\alpha}{r}; \quad f \rightarrow -f; \quad \tilde{V}(\vec{Q}) = -\frac{e^2}{Q^2}$$

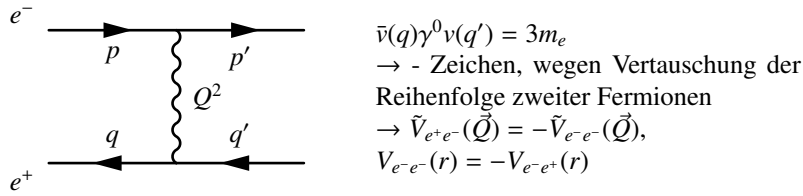
Feldtheoretisch (aus QED):



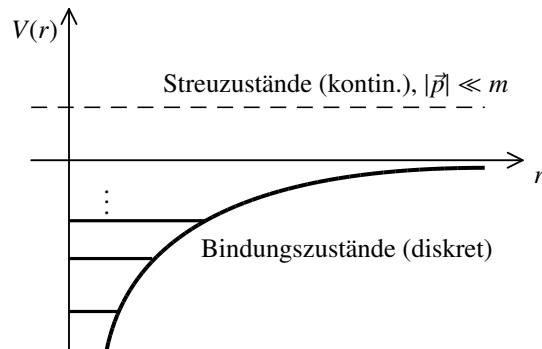
$$\begin{aligned} \bar{u}(q')\gamma^0 u(q) &= 2m_e \\ \mathcal{M} &= i16\pi m_e f(\theta) \\ \leftrightarrow \mathcal{M} &\sim \tilde{V}(\vec{Q}) \sim V(r) = \frac{\alpha}{r} \end{aligned}$$

Wirkungsquerschnitt im CMS: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\mathcal{M}|^2 = |f(\theta)|^2$

e^+e^- -Streuung:



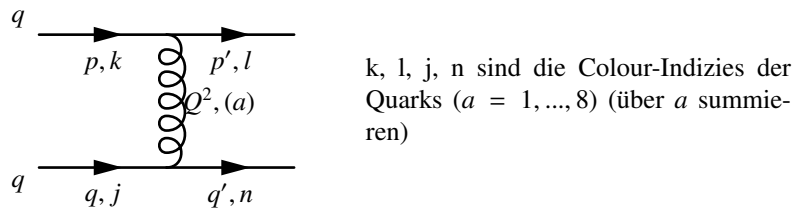
Für $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$: Bindungszustände existieren



e^+e^- -Bindungszustände: **Positronium**

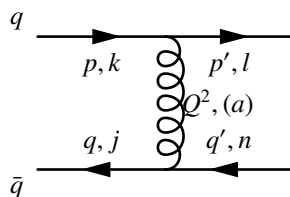
6.6.2 QCD

- Quark-Quark-Streuung mit 1-Gluon-Austausch im nicht-relativistischer Näherung



$$V_{qq} = \underbrace{V_{e^-e^-}(\alpha \rightarrow \alpha_s)}_{+\frac{\alpha_s}{r}} [CF], \quad [CF :] \text{Color - Faktor} \sum_{a=1}^8$$

- Quark-Antiquark-Streuung:



Exkurs: 2-Teilchen-Zustände im Colour-Raum

$$\text{pro Teilchen: } |\text{Colour}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Basis des 3-dim Color-Raum

Sind gemeinsame Eigenzustände der Generatoren T_3, T_8 ($[T_3, T_8] = 0$)

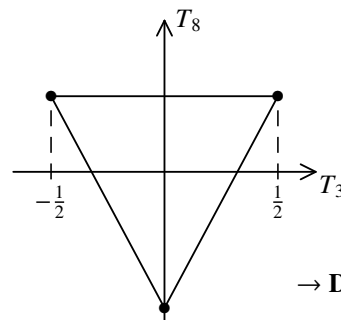
$$T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{pmatrix}, \quad T_8 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -2 \end{pmatrix}$$

Notation:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |R\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |G\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |B\rangle$$

Wie QM: $|R\rangle, |G\rangle, |B\rangle$ charakterisieren durch Eigenwerte von T_3, T_8 :

$$|R\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{3}} \right\rangle, \quad |G\rangle = \left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{3}} \right\rangle, \quad |B\rangle = \left| 0, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$$



→ Darstellung [3] (Triplett)

Für Anti-Quarks: Darstellung $[\bar{3}]$:

$\bar{T}_a = -T_a^*$. Sie erfüllen die $SU(3)$ -Algebra, genau wie T_a

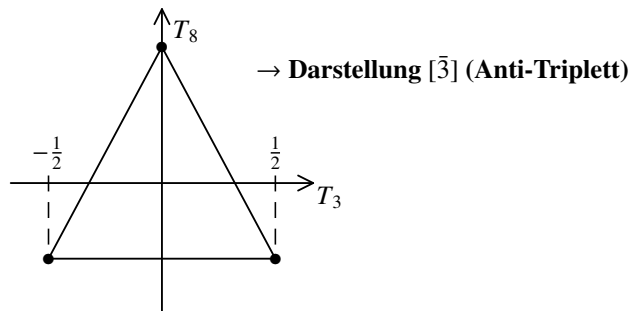
$$[\bar{T}_a, \bar{T}_b] = if_{abc} \bar{T}_c$$

daher eine Darstellung, die im Übrigen nicht äquivalent zu [3] ist.

Basisvektoren sind gemeinsame Eigenvektoren von

$$\bar{T}_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & & \\ & +1 & \\ & & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{T}_8 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 & & \\ & -1 & \\ & & 2 \end{pmatrix}$$

$$|\bar{R}\rangle = \left| -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2\sqrt{3}} \right\rangle, \quad |\bar{G}\rangle = \left| +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2\sqrt{3}} \right\rangle, \quad |\bar{B}\rangle = \left| 0, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\rangle$$



Kombination zur Gesamt-Color
 Betrachte $q\bar{q}$ -Zustände, Raum $[3] \otimes [\bar{3}]$
 Produktzustände: $|R\bar{R}\rangle, |R\rangle|\bar{R}\rangle, |R\bar{G}\rangle, |R\bar{B}\rangle, \dots$

9 Basisvektoren, Produkt Basis

T_a sind 9×9 Matrizen, bzgl. Produktbasis

$$(9 \times 9) = \left(\begin{array}{c|c} 8 \times 8 & 0 \\ \hline 0 & 1 \times 1 \end{array} \right)$$

block-diagonal; Blöcke = irreduzible Darst.

Basistransformation durch Clebsch-Gordan-Koeff. der $SU(3)$

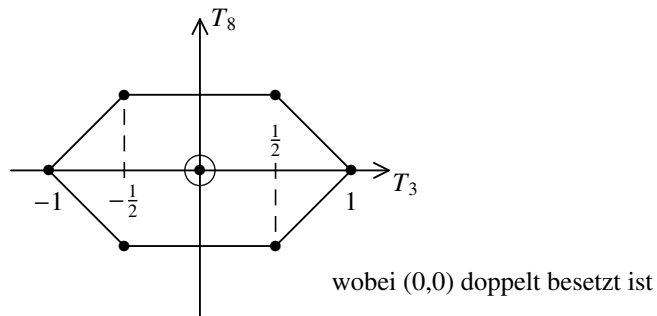
$$\rightarrow \text{Oktett} \oplus \text{Singlett. } [3] \otimes [\bar{3}] = \underbrace{[8]}_{\text{Oktett}} \oplus \underbrace{[1]}_{\text{Singlett}}$$

Der **Singlett-Zustand** ist die folgende Linearkombination der Produktbasisvektoren:

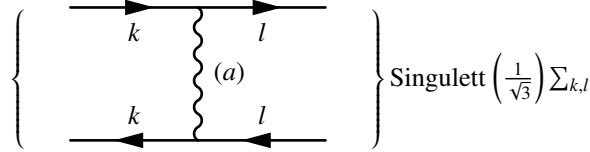
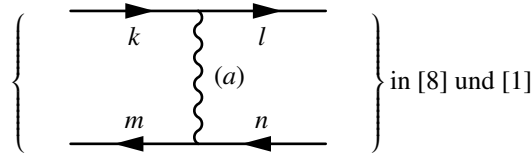
$$|\text{Singlett}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|R\bar{R}\rangle + |G\bar{G}\rangle + |B\bar{B}\rangle) \tag{6.28}$$

Quantenzahlen: $T_3 = 0, T_8 = 0$, colour-neutral.

Die **Oktett-Basisvektoren** sind 8 auf $|\text{Singlett}\rangle$ orthogonale Linearkombinationen (auch untereinander orthogonal), werden hier nicht angegeben, enthalten z. B. $|R\bar{G}\rangle, |R\bar{B}\rangle, |G\bar{R}\rangle, \dots$ und lassen sich bzgl. T_3 und T_8 wie folgt zeichnen.



Bestimmung der Color-Faktoren in der $q\bar{q}$ - Streuung/ qq -Streuung



$$\begin{aligned}
 [\text{Colour-Faktor}]_{q\bar{q}\text{-Singulett}} &= \sum_a \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \sum_{k,l} (T_a)_{lk} (T_a)_{kl} \\
 &= \frac{1}{3} \sum_a \text{Tr}(T_a T_a) = \frac{1}{3} \sum_a \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

Daher anziehendes Potential:

$$\boxed{V_{QCD}^{(q\bar{q})} = V_{e^+e^-}^{(\alpha \rightarrow \alpha_s)} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r}} \quad (6.29)$$

erlaubt $q\bar{q}$ - Bindungszustände, Mesonen singulett ist Color-neutral.

$q\bar{q}$ Oktett:

(ohne Ausführung) Colour-Faktor = $-\frac{1}{6}$

$$\Rightarrow V_{QCD}^{(q\bar{q})} = +\frac{1}{6} \cdot \frac{\alpha_s}{r} \quad (\text{abstoßend})$$

keine Bindung möglich.

qq -Streuung: $V_{qq} = V_{e^+e^-}^{(\alpha \rightarrow \alpha_s)} [CF]_{[6],[\bar{3}]}$

[6] ist abstoßend, $[\bar{3}]$ ist anziehend mit $[CF]_{[\bar{3}]} = -\frac{2}{3} \Rightarrow$ möglich, aber noch nicht beobachtet (DI-Quarks)

Baryonen: qqq -Zustände:

sind Zustände auf dem Produktraum

$$\begin{aligned}
 & [3] \otimes [3] \otimes [3] \\
 = & \underbrace{([6] \oplus [\bar{3}])}_{\text{jeweils abstoßendes Potential}} \otimes [3] \\
 = & \underbrace{[6] \otimes [3]}_{\text{jeweils abstoßendes Potential}} \oplus \underbrace{[\bar{3}] \otimes [3]}_{\text{anziehendes Potential, Colour-Singulett}} \\
 & \underbrace{[10] \oplus [8] \oplus [8]}_{\text{jeweils abstoßendes Potential}} \oplus \underbrace{[1]}_{\text{anziehendes Potential, Colour-Singulett}}
 \end{aligned}$$

(qqq)-Bindungszustände sind daher nur möglich, als Colour-Singlett: **Baryonen** \Rightarrow Baryonen sind colour-neutral.

$$|qqq\rangle_{\text{Singlett}} = |\text{vollständig antisymmetrisch}\rangle$$

Nachtrag: $q\bar{q}$ Bindungspotential

Das aus 1-Gluon-Austausch gewonnene Potential ist unvollständig, da für große r die starke WW stark wird. Daher (phänomenologisch, nicht rigoros, aber motiviert durch verschiedene Approximationsmethoden, z. B. Gitter)

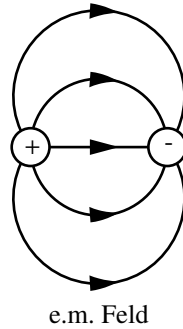
$$V_{QCD}^{(q\bar{q})} = -\frac{4}{3} \frac{ds}{r} + kr \quad k > 0 \text{ (String-Tension)}$$

mit kr von selbst Wechselwirkung des Gluonfeldes.

$q\bar{q}$ sind „eingeschlossen“: *Quark-Confinement*

Grund für den linearen Term: Selbst-WW der Gluonen.

Feldstärken zwischen q und \bar{q} :



QCD: string-artige Konzentration der Feldenergie, wächst an mit Abstand
 \Rightarrow keine freien Quarks

Quarks laufen auseinander \Rightarrow Antiquarks bilden sich \Rightarrow Hadronenerzeugung

Kapitel 7

Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung

elektroschwach = elektromagnetisch und schwach

Schwache Wechselwirkung:

historisch beobachtet in Zerfällen: β -Zerfall, π -Zerfall, μ -Zerfall

Fermi:

Fermi-Modell: Die Wechselwirkung wird durch eine punktförmige Kopplung von zwei Strömen beschrieben.

$$\mathcal{L} \sim J_\mu(x)J^\mu(x) \text{ „Kontakt-WW“}$$

1957:

Entdeckung der Paritätsverletzung

$$\Rightarrow J_\mu = \underbrace{V_\mu}_{\text{Vektor}} - \underbrace{A_\mu}_{\text{Axialvektor}} \quad \text{V-A Struktur}$$

1968-1974:

Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung.

Experimentelle Verifikation:

- Entdeckung der neutralen Ströme (1973)
- Entdeckung der Vektorbosonen W^\pm, Z^0 (1983, Cern)

1989-heute:

Präzisionstest (LEP, SLC, Tevatron, LHC)

- 1995: Entdeckung des TOP-Quarks (Fermi-Lab, Tevatron)
- 2012: Entdeckung des Higgs-Bosons (Cern, LHC)

Die schwache Wechselwirkung ist fundamental und wirkt zwischen Leptonen und Quarks.

Leptonen:

$$\begin{matrix} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \\ e & \mu & \tau \end{matrix}$$

Quarks:

$$\begin{matrix} u & c & t \\ d & s & b \end{matrix}$$

schwache Wechselwirkung innerhalb einer Familie

schwache Wechselwirkung auch zwischen den Fermionen

7.1 Chirale Fermionen und Ströme

- bekannt ist der Vektorstrom $(V^\mu) = (V^0, \vec{V})$ z.B. ein Strom $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = V^\mu$
Raumspiegelung: $\mathbb{P} : V^0 \rightarrow V^0; \vec{V} \rightarrow -\vec{V}$
- neu: Axialvektorstrom, Axialstrom $(A^\mu) = (A^0, \vec{A})$
Raumspiegelung: $\mathbb{P} : A^0 \rightarrow A^0; \vec{A} \rightarrow +\vec{A}$
 $A^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$

mit

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \gamma^k &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix} \\ \gamma_5 &= i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \\ \{\gamma_5, \gamma^\mu\} &= 0, \quad \bar{\gamma}_5 = -\gamma_5, \quad \gamma_5^2 = \mathbb{1} \quad \gamma_5^\dagger = \gamma_5 \\ \bar{\Gamma} &\equiv \gamma^0\Gamma^\dagger\gamma^0 \end{aligned}$$

Chiralität

- γ_5 ist ein Operator, hermitisch
- γ_5 hat die Eigenwerte ± 1 (doppelt)
- Eigenzustände: $\gamma_5\psi = \pm\psi$
zu $+1$: $\gamma_5\psi_R = +\psi_R$ R: Rechtshändig/ rechts chiral
zu -1 : $\gamma_5\psi_L = -\psi_L$ L: Linkshändig/ links chiral
- Projektoren:

$$P_R = \left(\frac{\mathbb{1} + \gamma_5}{2}\right) \quad \text{und} \quad P_L = \left(\frac{\mathbb{1} - \gamma_5}{2}\right)$$

Es gilt: $P_R^2 = P_L^2 = \mathbb{1}, P_R \cdot P_L = 0 = P_L \cdot P_R$

Jedes Fermionenfeld lässt sich schreiben in $\psi = \psi_R + \psi_L$ (chirale Fermionen Felder).

$$\psi = \underbrace{\frac{\mathbb{1} - \gamma_5}{2}\psi}_{=\psi_L} + \underbrace{\frac{\mathbb{1} + \gamma_5}{2}\psi}_{=\psi_R}$$

anschauliche Bedeutung:

Teilchenzustand mit Impuls p :

$$u(p)e^{-ipx} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{E+m}\varphi \end{pmatrix}$$

mit $E = p^0$, φ : 2 komponentiger Spinor

Für $|\vec{p}| \gg m$ (approx) oder $m = 0$ (exakt):

$$u(p) = \begin{pmatrix} \varphi \\ (\vec{\sigma}\vec{n})\varphi \end{pmatrix} \quad \vec{n} = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$$

$$\begin{aligned} \gamma_5 u(p) &= \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ (\vec{\sigma}\vec{n})\varphi \end{pmatrix} \stackrel{(\vec{\sigma}\vec{n})^2 = \mathbb{1}}{=} \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\vec{n} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma}\vec{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ (\vec{\sigma}\vec{n})\varphi \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow \frac{1}{2}\gamma_5 u(p) = \left(\frac{1}{2}\vec{\Sigma}\vec{n}\right)u(p) = (\vec{S}\vec{n})u(p), \quad \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$\frac{1}{2}\gamma_5 \simeq$ Helizität /exakt für $m = 0$, approx für $m \gg |\vec{p}|$

Chirale Ströme:

mit $\psi_{L,R}$ gebildet

- linkshändiger Strom: $\bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L = \bar{\psi} \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \psi = J_L^\mu$
- rechtshändiger Strom: $\bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R = \bar{\psi} \gamma^\mu \frac{1+\gamma_5}{2} \psi = J_R^\mu$
- $J_L^\mu + J_R^\mu = V^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$
- $J_R^\mu - J_L^\mu = A^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi$
- $J_L^\mu = \frac{1}{2}(V^\mu - A^\mu)$

7.2 V-A-Theorie

Die V-A-Theorie ist keine fundamentale Theorie. Sie gilt im Grenzfall für niedrige Energien.

Ansatz für die Wechselwirkung (Fermi):

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_\mu J^\mu \quad \text{mit } J^\mu = V^\mu - A^\mu \text{ linkshändig}$$

G_F : Fermikonstante

$G_F = 1,663787(6) \cdot 10^{-5} GeV^{-2}$ J^μ : aus den Feldern ψ der Leptonen und Quarks (jeweils aus einer Familie)

Für Leptonen:

Dirac-Feld für $e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$

Bezeichnung: $e(x)$ für $\psi_e(x)$ und $\nu_e(x)$ für $\psi_{\nu_e}(x)$ für jede Familie ($l = e, \mu, \tau$)

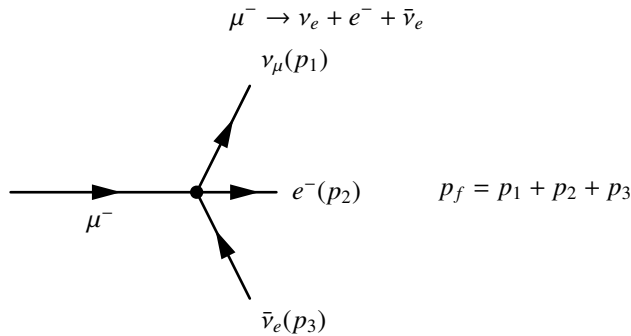
$$J_\rho^{(l)} = \bar{\nu}_e(x)\gamma_\rho(1 - \gamma_5)l(x) + \bar{l}(x)\gamma_\rho(1 - \gamma_5)\nu_e(x)$$

$$\langle \nu_e | J_\rho^{(l)} | l^- \rangle \neq 0, \quad \langle \nu_e | J_\rho^{(l)} | \nu_e \rangle = 0 \langle l^- | J_\rho^{(l)} | l^- \rangle$$

J_ρ ändert den Ladungszustand von Teilchen in den S -Matrixelementen.

geladener Strom

Anwendung: μ^- -Zerfall



$$\begin{aligned} S_{fi} &= \int d^4x \langle f | \mathcal{L}_{int} | i \rangle \\ &= i \int d^4x \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle \nu_\mu e^- \bar{\nu}_e | J_\rho^{(\mu)} J_\rho^{(e)} | \mu^- \rangle \\ &= (2\pi)^4 \delta^4(p - p_f) \mathcal{M}_{fi} \left[\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \right]^4 \\ \mathcal{M}_{fi} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(p_1) \gamma_\rho (1 - \gamma_5) u(p) \bar{u}(p_2) \gamma^\rho (1 - \gamma_5) v(p_3) \end{aligned}$$

Zerfallsbreite:

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{2m_\mu} |\bar{\mathcal{M}}|^2 \delta^4(p - p_f) \frac{d^3p_1}{2p_1^0} \frac{d^3p_2}{2p_2^0} \frac{d^3p_3}{2p_3^0} \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \right]^3$$

$$\Gamma = \int d\Gamma; \quad \Gamma = \frac{1}{\tau}$$

mit τ : Lebensdauer; (SI-Einheiten $\Gamma = \hbar/\tau$), für μ^- : $\tau = 2,19 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

$$\Gamma = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{193\pi^3} \left(1 - \frac{8m_c^2}{m_\mu^2} + \sigma \left(\frac{m_e^4}{m_\mu^4} \right) \right) (1 + K_{QCD})$$

\Rightarrow experimentelle Bestimmung von G_F aus τ

$$G_F = 1,1663787(6) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$K_{QCD} = c_1 \frac{\alpha}{\pi} + c_2 \frac{\alpha^2}{\pi^2} \quad \text{QCD Korrektur}$$

Exkurs: ZerfallsbreiteZerfall: $a \rightarrow b_1 + \dots + b_n$ Anfangszustand: $|i\rangle = |a(p)\rangle$ Endzustand: $|f\rangle = |b_1(p_1) \dots b_n(p_n)\rangle$ Im Ruhesystem von a: $p = (M, \text{vec}0)$

$$S_{fi} = (2\pi)^4 \delta^4(p - p_f) \mathcal{M}_{fi} \left(\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \right)^{1+n}$$

$$dW = |S_{fi}|^2 d\phi, \quad \text{mit} \quad d\phi = \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \dots \frac{d^3 p_n}{2p_n^0}$$

$$|S_{fi}|^2 \simeq (2\pi)^2 \delta^4(p - p_f) \cdot V \cdot T \cdot |\mathcal{M}_{fi}|^2 \left(\frac{1}{(2\pi)^3} \right)^{1+n}$$

$$\underbrace{\frac{dW}{T}}_{\text{Überg. Rate}} \Rightarrow \frac{dW}{T} \underbrace{\frac{1}{N_a}}_{\text{Zahl d. Teil. a im Vol. V}} = d\Gamma$$

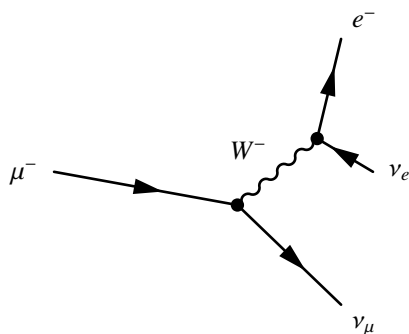
$$\text{mit } N_a = \frac{V}{(2\pi)^3} 2p^0, p^0 = N$$

 τ -Zerfall

$$\tau \rightarrow \nu_\tau + e^- + \bar{\nu}_e \quad (m_\mu \rightarrow m_{\text{tau}})$$

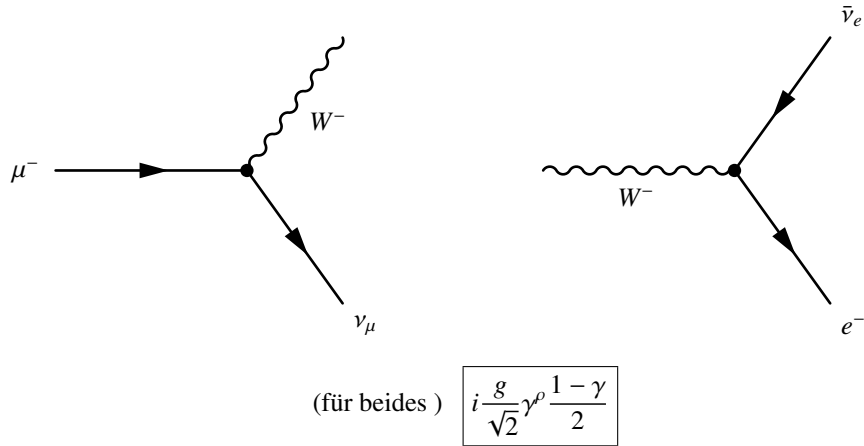
$$\tau \rightarrow \nu_\tau + \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (m_\mu \rightarrow m_\tau, m_e \rightarrow m_\mu)$$

„Erklärung“: schwere Vektorbosonen (für punktförmige Kopplung)

Wechselwirkung erfolgt durch den Austausch von Quanten von den Vektorfeldern, W Bosonen, geladen: W^+, W^- (Ladung ± 1), Spin 1, massiv

$$M_W \ll m_\mu \\ (M_W^{\text{exp}} = 80,4 \text{ GeV})$$

Vertices:



Propagator:



Eine Folge der großen Masse der Vektorbosonen ist, dass die Wechselwirkung punktförmig erscheint.

$$\Rightarrow \mathcal{M} \sim \frac{g^2}{k^2 - M^2} \simeq \frac{g^2}{-M^2} \text{ punktförmig}$$

$\mathcal{M}(k^2 = 0) \leftrightarrow$ vgl. mit $\mathcal{M}_{\text{Fermi}}$

$$\Rightarrow \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}, \quad \frac{g^2}{4\pi} = \alpha_W = \frac{1}{29,5} \text{ für } M_W = 80,385 \text{ GeV}$$

Lagrange-Dichte für die schwache Wechselwirkung, geladener Strom für Leptonen ($l = e, \mu, \tau$):

$$\mathcal{L}_{cc}^{(l)} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu}_e \gamma^\rho \frac{1 - \gamma_5}{2} l W_\rho^+ + \bar{l} \gamma^\rho \frac{1 - \gamma_5}{2} \nu_e W_\rho^- \right]$$

wobei cc für charge current steht.

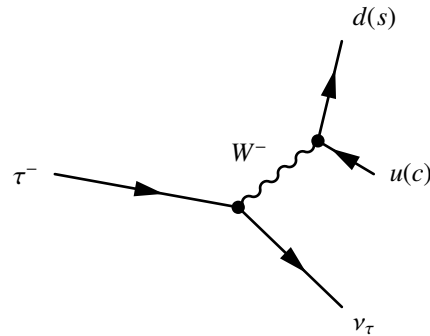
$$\underbrace{W_\rho^-}_{\text{vernichtet } W^-, \text{erzeugt } W^+} = \underbrace{(W_\rho^+)^{\dagger}}_{\text{vernichtet } W^+, \text{erzeugt } W^-}$$

Erweiterung auf Quarks: $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$

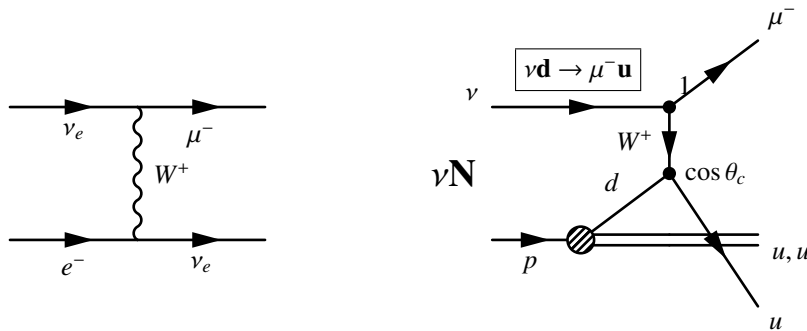
$$\mathcal{L}_{cc}^{(q)} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\bar{u} \gamma^\rho \frac{1 - \gamma_5}{2} d W_\rho^+ + \bar{d} \gamma^\rho \frac{1 - \gamma_5}{2} u W_\rho^- \right] + 2. \text{ und } 3. \text{ Generation}$$

Beispiel:

$\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \text{Hadronen}$



weiteres Beispiel:



Exkurs: massive Spin-1-Teilchen

Für masseloses Teilchen (z.B. Photon) gilt:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad \text{mit} \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

mit Masse M :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{M^2}{2}A_\mu A^\mu$$

⇒ Bewegungsgleichung

$$[g_{\mu\nu}(\square + M^2) - \partial_\mu \partial_\nu]A^\nu = 0$$

Lösung als ebene Welle: $A^\nu = \epsilon^\nu e^{\pm ikx}$

$$\text{Lösung} \Leftrightarrow k^2 = M^2, \epsilon k = 0 = \epsilon^\nu k_\nu$$

3 linear unabhängige $\epsilon_{1,2,3}^\nu$

$$(\epsilon_{1,2}^\mu) = (0, \vec{\epsilon}_{1,2}), \quad \vec{\epsilon}_{1,2}^2 = 1, \quad \vec{\epsilon}_{1,2} \vec{k} = 0, \quad \vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2$$

$$(\epsilon_3^\mu) = (\epsilon_L^\mu) = \frac{1}{M}(|\vec{k}|, \vec{n}k^0), \quad \vec{n} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$$

$$(\epsilon_3 \cdot \epsilon_{1,2} = 0, \epsilon_3 \cdot k = 0)$$

Lorentz-Transformation:

$$4\text{-Impuls } (M, \vec{0}) \xrightarrow{\Lambda} (p^\mu), (\vec{\epsilon}_3^\mu) = (0, 0, 0, 1) \rightarrow \epsilon_L^\mu$$

(Λ = Boost längs der 3-Achse + Drehung)

Für große Impulse $|\vec{k} \ll M|$:

$$\boxed{(\epsilon_L^\mu) \simeq (k^\mu) \frac{1}{M}} \quad (7.1)$$

Zirkulare Polarisations Vektoren: $\epsilon_\pm^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_1^\mu \pm i\epsilon_2^\mu)$

Zusammen mit ϵ_L^μ bilden diese die Wellenfunktion für die Helizitätszustände zu $\lambda = \pm 1, 0$ (im Impulsraum)

Polarisationssumme:

$$\sum_{\lambda=\pm 1, 0} \epsilon_\lambda^\mu \epsilon_\lambda^{\nu*} = -g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M^2}$$

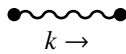
Projektor auf Teilchen $\perp k^\mu$

für geladene Vektorfelder:

$$W_\mu^+, W_\mu^- = (W_\mu)^\dagger \rightarrow W_{\mu\nu}^+, W_{\mu\nu}^-$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu\nu} + M^2 W_\mu^+ W^{-\mu}$$

→ Feldgleichung für W_μ^+ und W_μ^- (gleich wie für A_μ , gleicher Propagator)

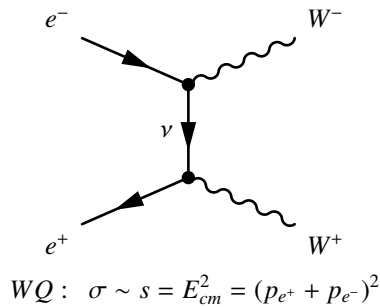


ϵ_λ^μ wie bisher

7.3 Elektroschwaches Standardmodell

Vorbetrachtung: Probleme der V-A-Theorie

(i) $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$

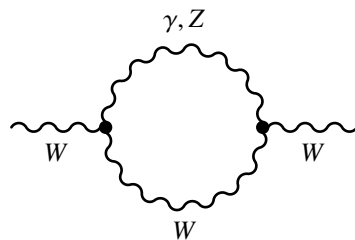


Da longitudinale W^\pm mit $\epsilon_L^\mu \sim \frac{k^\mu}{M} \Rightarrow$ Dies ist im Widerspruch zur Unitarität der S-Matrix.

\Rightarrow Theorie bei hohen Energien nicht korrekt

Hinweis auf ...

- ... gemeinsame Struktur von schwacher und elektromagnetischer Wechselwirkung
- ... eine nicht Abelsche Eichkopplung
- ... $\sigma \sim s \Rightarrow$ Verletzung der Unitarität



$\frac{k^\mu k^\nu}{M^2}$ im Propagator
 $\Rightarrow \int d^4k \frac{k^\mu k^\nu}{k^4} \rightarrow$ unkontrollierbare Divergenzen in höherer Ordnung
 \Rightarrow zerstören Vorhersagen
 \Rightarrow keine Fundamentale Theorie

(ii) Neutrale Ströme

Notation: $\gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} = \gamma_L^\mu$

$$\mathcal{L}_{cc}^{(l)} = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_l \gamma_L^\rho l W_\rho^+ + \bar{l} \gamma_L^\rho \nu_l W_\rho^-)$$

Matrixschreibweise: $\begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}, (\bar{\nu}_l, \bar{l})$

Somit folgt in Komponenten Dublett Schreibweise:

$$\mathcal{L}_{cc}^{(l)} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\underbrace{(\bar{\nu}_l, \bar{l}) \gamma_L^\rho}_{=I_+} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix} W_\rho^+ + \underbrace{(\bar{\nu}_l, \bar{l}) \gamma_L^\rho}_{=I_-} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix} W_\rho^- \right]$$

mit $I_\pm = I_1 \pm iI_2, I_{1/2} = \frac{1}{2}\sigma_1/2$ (Pauli-Matrizen) Wo ist $I_3 = \frac{1}{2}\sigma_3$?

\Rightarrow Die algebra der gleichen Ströme ist unvollständig.

addiere:

$$+ \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_l, \bar{l}) \gamma_L^\rho \frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{=I_3} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix} W_\rho^3$$

$W_\rho^3 = W_\rho^0$ neutral

neutraler Strom (NC - neutral current) wurde in der ν -Streuung entdeckt.

Nicht Linkshändig \rightarrow nicht V-A (V,A sind unterschiedlich gewichtet, d.h. verschieden für Neutrinos usw. hängt also vom Flavour ab)

Korrekte Beschreibung im Standardmodell

nicht abelsche Eichtheorie

Vorgehen:

1. \mathcal{L}_0 für freie Fermionen, Symmetrie (globale Symmetrie)

2. lokale Eichinvarianz durch kovariante Ableitung $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$, Vektorfelder
3. kinetischer Term für Vektorfelder eichinvariant

Soweit analog zur QCD

anders als QCD: Eichbosonen (Quanten der Vektorfelder) sind massiv \Rightarrow Widerspruch zur Eichsymmetrie

4. Higgs-Mechanismus \Rightarrow Massen für Eichbosonen, \mathcal{L} eichinvariant

7.3.1 Symmetriegruppe der elektromagnetischen WW

$$\text{Leptonen: } \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$$

$$\text{Hadronen: } \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

$$\text{Generation: } \quad 1. \quad 2. \quad 3.$$

Isospin

Algebra der Ströme $\sim I_\pm, I_3$ ist die Algebra des Isospins mit den Generatoren der Gruppe $SU(2)$

$$I_{1,2,3} = \frac{1}{2} \sigma_{1,2,3}$$

erfüllen die Vertauschungsalgebra des Drehimpulses

$$[I_a, I_b] = i \epsilon_{abc} I_c \quad \text{Lie-Algebra der } SU(2)$$

Fermion-Darstellung: 2-dim Darstellung der $SU(2)$ gehören zu

$$I = \frac{1}{2}, \quad (I^2 = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2)$$

$$\text{mit } I_3 = \pm 1 \leftarrow \text{Eigenwerte von } I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Fermionen sind Eigenzustände von I^2, I_3

Eichtransformation:

$$\begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{e^{iT_a \theta_a}}_{=U \in SU(2)} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}$$

mit $\theta_a \in \mathbb{R}$ beliebig (beschreibt die Freiheit der Eichtheorie)

Ladungsoperator:

$$Q \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{=Q \text{ Matrix d. Ladungsop.}} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}$$

Dubletts sind also keine Eigenzustände von Q , also $[Q, I_a] \neq 0$

Hyperladung Y

definiert über die **Gell-Mann-Nishijima-Relation**:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}$$

Q: elektrische Ladung
Auflösen nach Y:

$$Y = 2Q - 2I_3$$

$$Y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$[Y, I_a] = 0$$

allgemein gilt: $Y = y\mathbb{1}$
Dubletts sind *Eigenzustände* von Y:

$$Y \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} = 2Q \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} - 2I_3 \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ -e \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \nu \\ -e \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}$$

Anwenden auf Quarks:

$$Y \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = 2Q \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} - 2I_3 \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

somit ist $y_0 + \frac{1}{3}$ und damit

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Y ist Generator einer $\mathcal{U}(1) \equiv \mathcal{U}(1)_Y \neq \mathcal{U}(1)_{em}$.

Eichtransformation:

$$\begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{e^{iY\theta_Y}}_{\text{Phasentransf.}} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}$$

Ist eine globale Phasentransformation (wie QCD), neu: für Dubletts.
gesamte Eichtransformation:

$$U = e^{iI_a\theta_a} e^{iY\theta_Y} \in \mathcal{SU}(2)_I \times \mathcal{U}(1)_Y \tag{7.2}$$

Generatoren: $\underbrace{I_1, I_2, I_3}_{\mathcal{SU}(2)_I} \underbrace{Y}_{\mathcal{U}(1)}$

mit $[I_a, Y] = 0 \hat{=} \text{Gruppenprodukt}$

$\theta_a, \theta_Y \in \mathbb{R}$, beliebig aber konstant \Rightarrow daher globale Eichtransformation

Chirale Struktur der Fermionen

- *Dubletts*: $\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}$ etc. nur für *linkshändige* Felder, d.h. $\nu = \nu_L = \frac{1-\gamma_5}{2}\nu$, $e_L = \frac{1-\gamma_5}{2}e$.
(Bezeichnung: $\nu \equiv \nu(x)$, $e \equiv e(x)$ für Spinoren zu ν und e , ...)

$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}: \quad \boxed{I = \frac{1}{2}} \quad \begin{matrix} y = -1 & \text{(Leptonen)} \\ y = +\frac{1}{3} & \text{(Quarks)} \end{matrix}$$

- *Singletts* für *rechtshändige* Felder: e_R, u_R, d_R (vorerst kein ν_R)

$$\boxed{I=0} \quad Y=2Q = \begin{cases} -2 & \text{für } e_R \\ +\frac{4}{3} & \text{für } u_R \\ -\frac{2}{3} & \text{für } d_R \end{cases}$$

L-R-Felder sind in verschiedenen Darstellungen

	ν_L	e_L	e_R	u_L	d_L	u_R	d_R
I	1/2	1/2	0	1/2	1/2	0	0
Y	-1	-1	-2	1/3	1/3	4/3	-2/3

für 2. und 3. Generation analog

- $(\bar{\nu}_L, \bar{e}_L)\gamma^\mu \partial_\mu \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$ etc. sind invariant unter $\rightarrow e^{i\frac{\theta_a}{2}\sigma_a} e^{i\theta_y Y} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$, ($Y = -1$).
- $\bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R$ etc. sind invariant unter $\rightarrow e^{i\theta_y Y} e_R$, ($Y = -2$)
- $\bar{e}_L e_R, \bar{e}_R e_L$ sind *nicht* invariant $\Rightarrow m_e \bar{e} e = m_e (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L)$ nicht invariant Eine eichinvariante Lagrange-Dichte \mathcal{L}_0 darf keine Massenterme enthalten (!) Daher vorerst: alle $m = 0$ (Leptonen und Quarks)
- *Lagrange-Dichte* für freie Felder, invariant:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) i \gamma^\mu \partial_\mu \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} + \bar{e}_L i \gamma^\mu \partial_\mu e_R + \\ &+ (\bar{u}_L, \bar{d}_L) i \gamma^\mu \partial_\mu \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} + \bar{d}_R i \gamma^\mu \partial_\mu d_R + \bar{u}_R i \gamma^\mu \partial_\mu u_R \\ &\equiv \bar{\nu}_L i \not{\partial} \nu_L + \bar{e}_L i \not{\partial} e_L + \bar{u}_L i \not{\partial} u_L + \bar{d}_L i \not{\partial} d_L \end{aligned}$$

Globale Eichtransformation:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} &\rightarrow e^{i\frac{\theta_a}{2}\sigma_a} e^{i\theta_y(-1)} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} &\rightarrow e^{i\frac{\theta_a}{2}\sigma_a} e^{i\theta_y(\frac{1}{3})} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \\ e_R &\rightarrow e^{i\theta_y(-2)} e_R \\ u_R &\rightarrow e^{i\theta_y(\frac{4}{3})} u_R \\ d_R &\rightarrow e^{i\theta_y(-\frac{2}{3})} d_R \\ \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L \\ \bar{e}_L \end{pmatrix} &\rightarrow (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) (e^{i\frac{\theta_a}{2}\sigma_a})^\dagger e^{i\theta_y} \\ \begin{pmatrix} \bar{u}_L \\ \bar{d}_L \end{pmatrix} &\rightarrow (\bar{u}_L, \bar{d}_L) (e^{i\frac{\theta_a}{2}\sigma_a})^\dagger e^{i\theta_y(-\frac{1}{3})} \\ \bar{e}_R &\rightarrow \bar{e}_R e^{i\theta_y(2)} \\ \bar{u}_R &\rightarrow \bar{u}_R e^{i\theta_y(-\frac{4}{3})} \\ \bar{d}_R &\rightarrow \bar{d}_R e^{i\theta_y(\frac{2}{3})} \end{aligned}$$

Daraus lässt sich unmittelbar die Invarianz der verschiedenen Terme in \mathcal{L}_0 ablesen.

7.3.2 Lokale Eichinvarianz, Wechselwirkungen

lokale Eichtransformation $\in \mathcal{SU}(2) \times \mathcal{U}(1)$: $\theta_a = \theta_a(x)$, $\theta_y = \theta_y(x) \in \mathbb{R}$

kovariante Ableitung: $\partial_\mu \rightarrow D_\mu^{L,R}$

erfordert 4 Vektorfelder:

$$I_a \leftrightarrow W_\mu^a \quad (a = 1, 2, 3) \quad \mathcal{SU}(2) - \text{Triplett}$$

$$Y \leftrightarrow B_\mu \quad \mathcal{U}(1) - \text{Singulett}$$

kovariante Ableitung:¹

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig_2 I_a^{L,R} W_\mu^a + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu$$

mit g_1, g_2 : Kopplungskonstanten für $\mathcal{SU}(2)$, $\mathcal{U}(1)$ (beachte: I_a, Y für jede Darstellung gesondert wählen)

Dubletts: $\mathcal{D}_\mu^{(L)} = \partial_\mu - ig_2 \frac{\sigma_a}{2} W_\mu^a + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu$

Singletts: $\mathcal{D}_\mu^{(R)} = \partial_\mu + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu$

Damit erhält man (1. Generation):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &\rightarrow (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) i \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g_2}{2} \sigma_a W_\mu^a - i \frac{g_1}{2} B_\mu) \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} + \\ &+ \bar{e}_R i \gamma^\mu (\partial_\mu - ig_1 B_\mu) e_R + \\ &+ (\bar{u}_L, \bar{d}_L) i \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g_2}{2} \sigma_a W_\mu^a + i \frac{g_1}{6} B_\mu) \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} + \\ &+ \bar{u}_R i \gamma^\mu (\partial_\mu + i \frac{g_1}{2} \cdot \frac{4}{3} B_\mu) u_R + \\ &+ \bar{d}_R i \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g_1}{2} \cdot \frac{2}{3} B_\mu) d_R = \\ &= \mathcal{L}_0 + \frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \gamma^\mu \sigma_a \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} W_\mu^a + \frac{g_1}{2} (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} B_\mu + \\ &+ g_1 \bar{e}_R \gamma^\mu e_R B_\mu + (\text{Quarks}) \equiv \\ &\equiv \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int} \text{ (Fermion-Eichboson)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} &= \frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \gamma^\mu (\sigma_1 W_\mu^1 + \sigma_2 W_\mu^2) \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \quad (\text{CC}) \\ &+ \frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} W_\mu^3 + \\ &+ \frac{g_1}{2} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) B_\mu + \frac{g_1}{2} (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) B_\mu + \\ &\quad + g_1 (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R) B_\mu \quad \left. \vphantom{\frac{g_1}{2}} \right\} (\text{NC}) \end{aligned}$$

CC: charged current (geladener Strom); NC: neutral current (neutraler Strom)

Schiebe-Operatoren: $I_1 \pm iI_2 = I_\pm = \frac{1}{2}(\sigma_1 \pm i\sigma_2)$

$$I_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad I_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

¹Vorzeichen und Faktor $\frac{1}{2}$ bei B_μ sind Konvention

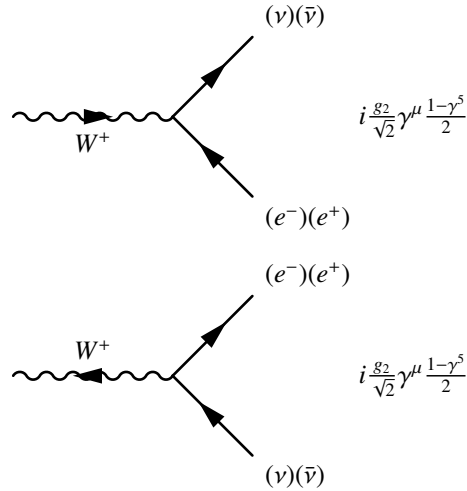
$$\begin{aligned} \text{geladene Felder: } W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)} \\ \Rightarrow \frac{1}{2}(\sigma_1 W_\mu^1 + \sigma_2 W_\mu^2) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(I_+ W_\mu^+ + I_- W_\mu^-) \end{aligned}$$

(i) (CC):

$$\begin{aligned} (CC) &= \frac{g_2}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_L, \bar{e}_L)\gamma^\mu I_+ \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} W_\mu^+ + \frac{g_2}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_L, \bar{e}_L)\gamma^\mu I_- \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} W_\mu^- = \\ &= \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left\{ (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L)\gamma^\mu \begin{pmatrix} e_L \\ 0 \end{pmatrix} W_\mu^+ + (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L)\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 \\ \nu_L \end{pmatrix} W_\mu^- \right\} = \\ &= \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left\{ (\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L) W_\mu^+ + \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- \right\} = \\ &= \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\nu} \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} e \cdot W_\mu^+ + \bar{e} \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \nu \cdot W_\mu^- \right\} \end{aligned}$$

beschreibt WW zwischen W^\pm und ν, e :

- Feynman-Graphen für Vertices:



(ii) (NC):

$$\begin{aligned} (NC) &= \frac{g_2}{2}(\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) W_\mu^3 - \frac{g_2}{2}(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) W_\mu^3 + \\ &+ \frac{g_1}{2}(\nu_L \gamma^\mu \nu_L) B_\mu + \frac{g_1}{2}(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) B_\mu + \\ &+ g_1(\bar{e}_R \gamma^\mu e_R) B_\mu = \\ &= \frac{1}{2}(\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L)(g_2 W_\mu^3 + g_1 B_\mu) + \\ &= \frac{1}{2}(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L)(-g_2 W_\mu^3 + g_1 B_\mu) + \\ &+ (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R) g_1 B_\mu \end{aligned}$$

W_μ^3, B_μ sind neutrale Vektorbosonen, keines kann das Photon sein, da

- keine Kopplung an ν
- gleiche Kopplung für L und R

Ansatz für Photonenfeld A_μ : Linearkombination

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}$$

invers:

$$\begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix}$$

$$\theta_W : \text{elektroschwacher Mischungsverhältnis}$$

ν -Wechselwirkung:

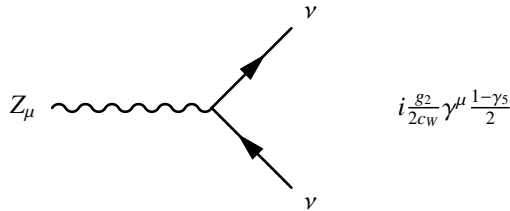
$$\frac{1}{2}(\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) \{ (-s_W g_2 + c_W g_1) A_\mu + (g_2 c_W + g_1 s_W) Z_\mu \}$$

Hierbei ist $s_W = \sin \theta_W$ und $c_W = \cos \theta_W$. Wenn A_μ das Photonenfeld sein soll, darf es nicht an ν koppeln, daher:

$$s_W g_2 = c_W g_1, \quad \tan \theta_W = \frac{g_1}{g_2} \quad (*)$$

$$\Rightarrow \frac{g_2}{2c_W} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) \cdot Z_\mu = \frac{g_2}{2c_W} \bar{\nu} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \nu Z_\mu$$

Vertex:



e-Wechselwirkung:

benutze *:

$$\begin{aligned} & (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) \cdot \left[s_W g_2 A_\mu + \frac{g_2}{2c_W} (2s_W^2 - 1) Z_\mu \right] + (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R) \cdot \left[s_W g_2 A_\mu + \frac{s_W^2}{c_W} g_2 Z_\mu \right] = \\ & = \underbrace{(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R)}_{=\bar{e} \gamma^\mu e} \cdot A_\mu \cdot \underbrace{(s_W g_2)}_e + \frac{g_2}{4c_W} \left[(4s_W^2 - 1) \underbrace{(\bar{e} \gamma^\mu e)}_{\text{Vektorstrom}} + \underbrace{(\bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e)}_{\text{Axialstrom}} \right] Z_\mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC}^{(e)} &= \frac{g_2}{2c_W} \left[\left(-\frac{1}{2} + 2s_W^2 \right) \bar{e} \gamma^\mu e - \left(-\frac{1}{2} \right) \bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e \right] \equiv \\ & \equiv \frac{g_2}{2c_W} \left[(\bar{e} \gamma^\mu e) v_e - (\bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e) a_e \right] \cdot Z_\mu \end{aligned}$$

mit

$$a_e = -\frac{1}{2} = I_3^{(e)}$$

$$v_e = -\frac{1}{2} + 2s_W^2 = I_3^e - 2Q_e s_W^2$$

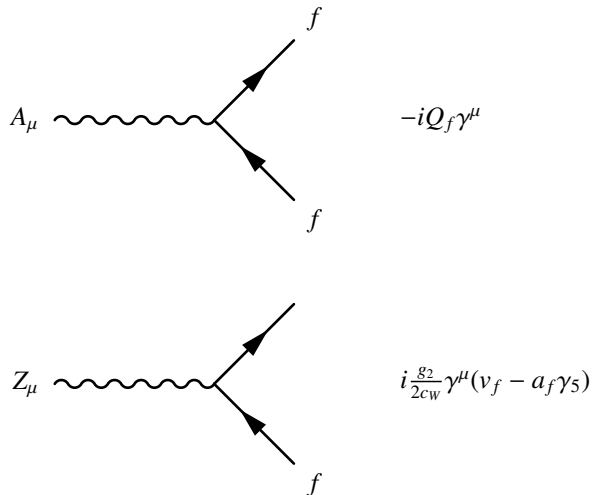
Analog für Quarks:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC} = & -e \sum_f Q_f \bar{\psi}_f \gamma^\mu \psi_f A_\mu \\ & + \frac{g_2}{2c_W} \sum_f \bar{\psi}_f \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma_5) \psi_f \cdot Z_\mu \end{aligned}$$

Allgemein gilt: ($f = \nu, e, u, d, \dots$)

$\begin{aligned} a_f &= I_3^f \\ v_f &= I_3^f - 2Q_f s_W^2 \end{aligned}$

Vertices für NC:



Beachte: g_1, g_2 sind universale Konstanten, äquivalent:

$$g_2 = \frac{e}{\sin \theta_W}, \quad \frac{g_2^2}{4\pi} = \frac{e^2}{4\pi \sin^2 \theta_W} \quad 2$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha}{\sin^2 \theta_W} = \frac{1}{31,5} = 0,032 \quad \alpha = \frac{1}{137}$$

Kopplung der schwachen WW > Kopplung der em WW

Eichfelder Dynamik

$$W_\mu^a, B_\mu \leftrightarrow \underbrace{W_\mu^\pm, Z_\mu}_{\text{schw. WW}}, \quad \underbrace{A_\mu}_{\text{e.m. WW}}$$

eigene Dynamik, Konstruktion längs Richtlinien im Kap. Eichtheorien

²experimentell: $\sin^2 \theta_W \approx 0,23$

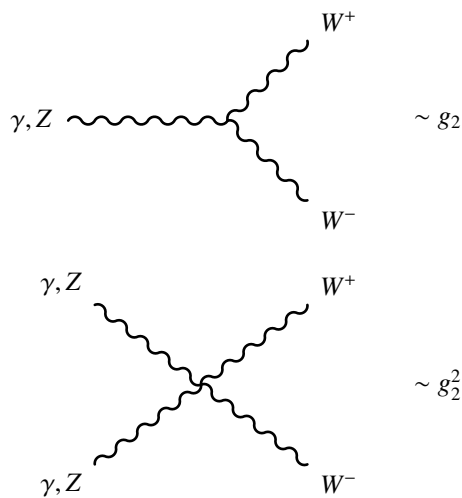
→ zunächst Feldstärken:

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad \mathcal{U}(1)$$

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c \quad \mathcal{SU}(2)$$

→ dann Lagrange-Dichte:

$$\mathcal{L}_{W,B} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \underbrace{\frac{1}{4} \sum_a W_{\mu\nu}^a W^{a,\mu\nu}}_{\text{enthält trilineare und quadrilineare WW-Terme}}$$



außerdem zu beachten: Propagatoren aus den quadratischen Termen $(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2$, $(\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a)^2$ → Feldgleichungen → Greensche Funktionen

Problem:

alle Eichfelder sind masselos

OK für Photon, jedoch

W^\pm, Z sind massiv:³ $M_W = 80 \text{ GeV}$, $M_Z = 91 \text{ GeV}$

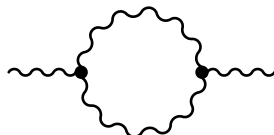
nach den Fermion-Massen ist dies ein weiteres Massenproblem. \Rightarrow Addieren von Massentermen möglich:

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} + \frac{M_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu + M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}$$

führt jedoch zu schwerwiegenden Problemen:

- WQ divergiert für $W - W$ ($Z - Z$)-Streuung bei hohen Energien, im Widerspruch zur Unitarität der S-Matrix
- Theorie nicht mehr renormierbar, unkontrollierbare Divergenzen in höheren Ordnungen.

³weiteres Argument: $M_W = 0, M_Z = 0 \Rightarrow$ Reichweite der schwachen WW = ∞ , analog zum em. Feld



Propagatoren $\sim \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{h_\mu h_\nu}{M^2}}{h^2 - M^2}$
 zusätzliche Potenzen $\sim \frac{h_\mu h_\nu}{M^2}$

Ausweg: Higgs-Mechanismus

Einführung von Massentermen unter Beibehaltung der Eichinvarianz durch die *spontane Brechung* der elektroschwachen Symmetrie:

- (i) Symmetrie von \mathcal{L} erhalten
- (ii) Symmetrie des Grundzustands gebrochen

Beispiele aus anderen Gebieten:

- Ferromagnetismus (Drehsymmetrie)
- Supraleitung ($\mathcal{U}(1)$ -Symmetrie)

Higgs-Mechanismus ist entlehnt aus der Festkörperphysik, Analogon zur Supraleitung.⁴

7.3.3 Symmetriebrechung, Higgs-Mechanismus

Zunächst ein Beispiel mit $\mathcal{U}(1)$ -Symmetrie. Betrachte komplexes Skalarfeld $\phi(x)$ mit einer Selbst-Kopplung.

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - V(\phi) = |\partial_\mu \phi|^2 - V(\phi)$$

$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{H}$ Hamilton-Dichte (=Energiedichte)

$$\mathcal{H} = \underbrace{|\partial_0 \phi|^2 + |\nabla \phi|^2}_{\geq 0} + V(\phi)$$

Minimum von \mathcal{H} = Minimum von V für $\phi = \phi_0 = konst.$

$\phi_0 = v$: Grundzustand, Vakuum

$V = V(|\phi|)$: \mathcal{L} symmetrisch unter $\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha} \phi$, kontinuierlich $U(1)$.

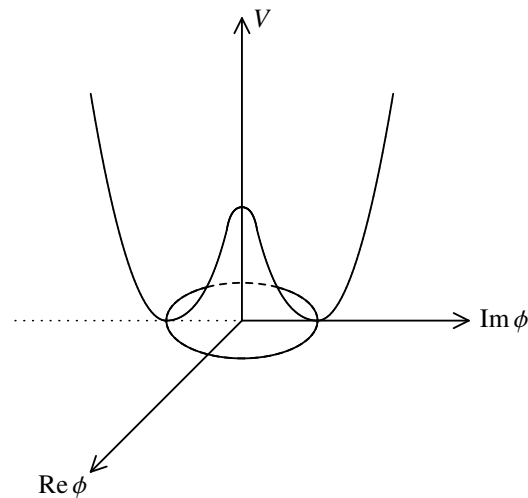
$v = 0$: $\phi_0 = v = 0$ symmetrisch unter $U(1)$

$v \neq 0$: $\phi'_0 = e^{i\alpha} v \neq \phi_0$ nicht symmetrisch

jedoch: $V(\phi_0) = V(\phi'_0) \Rightarrow$ entartetes Vakuum

spontane Brechung der Symmetrie

⁴Anderson, Brout, Englert, Kibble, Higgs angewandt auf schwache WW: Weinberg, Salam (1967)



$$\phi(x) = \eta(x)e^{i\theta(x)}$$

$$V(\phi) = V(\eta)$$

Minimum bei $|\phi| = v$: $V'(v) = 0$, $V''(v) > 0$. Entwickeln um v : $\eta(x) = v + \frac{1}{\sqrt{2}}H(x)$

$$V(\eta) = \underbrace{V(v)}_{\text{const, irrelevant}} + \frac{1}{2}V''(v) \cdot \frac{1}{2}H^2 + \dots$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu H)(\partial^\mu H) - \frac{1}{2}H^2 \cdot \underbrace{\frac{1}{2}V''(v)}_{=M_H^2 > 0} + v^2(\partial_\mu \theta)(\partial^\mu \theta) + \text{WW-Terme}$$

H -Feld massiv,

θ -Feld masselos, „Goldstone-Feld“

spontan gebrochene Symmetrie $\Rightarrow \exists$ masseloses Goldstone-Feld Spezialfall eines allgemeinen Theorems.

Goldstone-Theorems

kontinuierliche Symmetrie, Generatoren T_1, \dots, T_N

Symmetrie: $e^{iT_a \alpha_a} \phi_0 \Leftrightarrow T_a \phi_0 \forall a$ Die Symmetrie ist gebrochen, wenn für ein T_k gilt:

$$T_k \phi_0 \neq 0 \Rightarrow e^{iT_k \alpha_k} \phi_0 \neq \phi_0$$

dieses T_k : gebrochener Generator
ungebrochen wenn

$$T_k \phi_0 = 0$$

Theorem: zu jedem gebrochen Generator gibt es ein masseloses Goldstone-Feld

U(1)-Eichtheorie

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$$

$$\mathcal{L} \rightarrow (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

wie zuvor: Minimum von V bei $\phi_0 = v, v \neq 0$ \mathcal{L} invariant unter

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha(x)}\phi(x) = e^{i\alpha(x)}e^{i\theta(x)}\eta(x)$$

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha(x)$$

$$\mathcal{L}(\phi', A'_\mu) = \mathcal{L}(\phi, A_\mu)$$

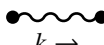
Wähle $\alpha(x) = -\theta(x)$: $\phi'(x) = \eta(x), A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{g}\partial_\mu\theta(x)$

$$\Rightarrow \mathcal{L}(\phi, A_\mu) = \mathcal{L}(\phi', A'_\mu) = \left| \left(\partial_\mu - igA'_\mu \right) \left(v + \frac{H}{\sqrt{2}} \right) \right|^2 - V \left(v + \frac{H}{2} \right) - \frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu}$$

- Das masselose θ -Feld ist verschwunden, θ -Feld ist unphysikalisch, da eichabhängig. Ordnen nach Potenzen ergibt:

$$\mathcal{L} = \underbrace{-\frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} + v^2g^2A'_\mu A'^\mu}_{\text{massives A-Feld, } v^2g^2 = \frac{M_A^2}{2}, M_A \sim vg} + \underbrace{\frac{1}{2} \left[(\partial_\mu H)^2 - M_H^2 \right]}_{\text{neutrales Skalarfeld, massiv}} + \dots$$

Propagator:




$$\frac{i}{h^2 - M_A^2} \underbrace{\left(-g_{\mu\nu} + \frac{h_\mu h_\nu}{M_A^2} \right)}_{\Sigma(3 \text{ phys. Polarisationen})}$$

- A-Feld ist massiv, hat 3 Polarisationszustände (2 transversale und 1 longitudinale)

	ϕ	A_μ
Symmetrie manifest	H, θ	2 transversale Polarisationen
physikalischer Inhalt manifest (unitäre Eichung)	H	3 Polarisationen (1 longitudinale)

θ -Feld \rightarrow longitudinaler Polarisationszustand des A_μ -Feldes Beachte: \mathcal{L} ist immer noch eichinvariant. Die Brechung der Symmetrie, die zur A-Masse führt, ist genügend „glatt“, zerstört nicht die Renormierbarkeit. Für höhere Ordnungen: wähle Eichung so, dass Propagator



$$-i \frac{g_{\mu\nu}}{h^2 - M_A^2}$$

Verhalten für $h^2 \rightarrow \infty$ wie in der masselosen Theorie. Pries: unphysikalische Zustände in inneren Linien.

Anwendung auf $SU(2) \times U(1)$ Generatoren: I_a, Y oder I_1, I_2, I_3 Eichfelder: $\underbrace{W^+, W^-}_{\text{massiv}}, \underbrace{Z, \gamma}_{\text{masselos}}$ erfordert 3 longitudinale Polarisationszustände $\hat{=} 3$ un-physikalische Skalarfelder. Daher minimale Möglichkeit: skalares Dublet:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} 4 \text{ reelle Felder} \\ 3 \text{ unphysikalische} + 1 \text{ physikalisches} \end{array}$$

Darstellung zu $I = \frac{1}{2}$ und $Y = +1$.

$$Q = \frac{Y}{2} + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Q \begin{pmatrix} \phi^+ \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Q \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 \end{pmatrix}, \quad \phi^+ \text{ Ladung } 1, \phi^0 \text{ neutral}$$

Damit das Photon masselos bleibt, muss Q ungebrochen sein.

$$Q = \text{Generator der } \underbrace{U(1)_{em}}_{\text{exakte Symmetrie}}$$

Grundzustand Φ_0 ist konstant:

$$Q\Phi_0 = 0 \Leftrightarrow \Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v \neq 0$$

$$SU(2) \times U(1) \text{ Symmetrie spontan gebrochen durch } \Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

Eichinvariante Lagrange-Dichte für Φ -Feld:

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi)$$

$$D_\mu = \partial_\mu - i \frac{g_2}{\sqrt{2}} (I_+ W_\mu^+ + I_- W_\mu^-) - i \frac{g_2}{2} \sigma_3 W_\mu^3 + i \frac{g_2}{2} Y B_\mu$$

$$V(\Phi) = -\mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad \lambda > 0, \mu^2 > 0$$

- hat Minimum bei $v = \frac{2\mu}{\sqrt{\lambda}} \neq 0$
- ist renormierbar (ϕ^4 -Wechselwirkung)
- minimale Möglichkeit (bekannt aus der Kernphysik als „ σ -Modell“)

$$\Phi = \begin{pmatrix} \frac{\phi^1 + i\phi^2}{\sqrt{2}} \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} + i\chi \end{pmatrix} = \underbrace{U(\phi^1, \phi^2, \chi)}_{\substack{\in SU(2) \times U(1), \text{ Eichtransformation mit} \\ \phi_1(x), \phi_2(x), \chi(x) \text{ als Parameter, daher} \\ \text{unphysikalisch}}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

mit ϕ^1, ϕ^2, χ, H reelle Felder $\Rightarrow \phi^1, \phi^2, \chi$ masselos (\rightarrow Goldstone) \Rightarrow durch geeignete Eichtransformation erreicht man die Form

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+H \end{pmatrix}$$

Diese Eichung heißt *unitäre Eichung*.

v : Parameter (frei)

$H(x)$: physikalisches Feld, reell (=neutral), skalar beschreibt neutrale Teilchen, Spin 0, Masse $\neq 0$ (Masse $M_H = \mu \sqrt{2}$, *freier Parameter*)

Teichen: **Higgs-Bosonen**

Massen der Eichbosonen

Jetzt weiter in der unitären Eichung. Massen von W^\pm, Z folgen aus $|D_\mu \Phi|^2$ für $H = 0$.

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)|_{H=0} &= \\ &= \underbrace{\left(\frac{g_2}{2}v\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu}}_{M_W^2} + \frac{1}{2} \underbrace{(B_\mu, W_\mu^3) \frac{v^2}{2} \begin{pmatrix} g_1^2 & g_1 g_2 \\ g_1 g_2 & g_2^2 \end{pmatrix}}_{=\frac{1}{2}(A_\mu, Z_\mu) \frac{v^2}{4} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & g_1^2 + g_2^2 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} B^\mu \\ W^{3\mu} \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} \underbrace{(g_1^2 + g_2^2) \frac{v^2}{4}}_{=M_Z^2} (Z_\mu Z^\mu) \end{aligned}$$

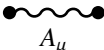
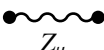

$$M_W = \frac{1}{2} g_2 v, \quad M_Z = \frac{1}{2} \sqrt{g_1^2 + g_2^2} v$$

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} = \frac{g_2^2}{g_1^2 + g_2^2} = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta_W} = \cos^2 \theta_W$$

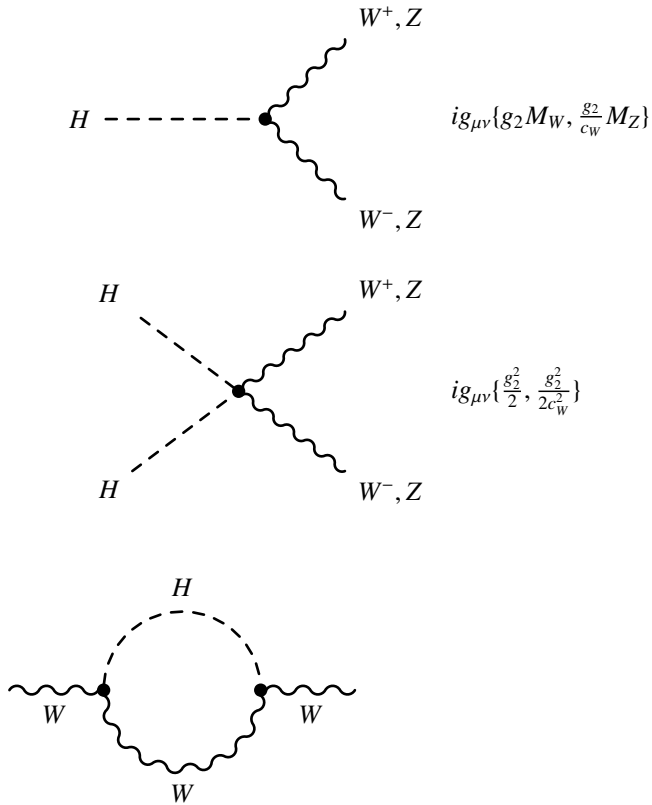
θ_W durch W/Z -Massenverhältnis bestimmt.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W,B} + \mathcal{L}_\Phi &= \\ &= -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) - \\ &\quad - \frac{1}{4} (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu) (\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) + \frac{M_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu - \\ &\quad - \frac{1}{2} (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) (\partial^\mu W^{-\nu} - \partial^\nu W^{-\mu}) + M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \\ &\quad + (\text{WW-Terme}) \end{aligned}$$

ergibt die Propagatoren

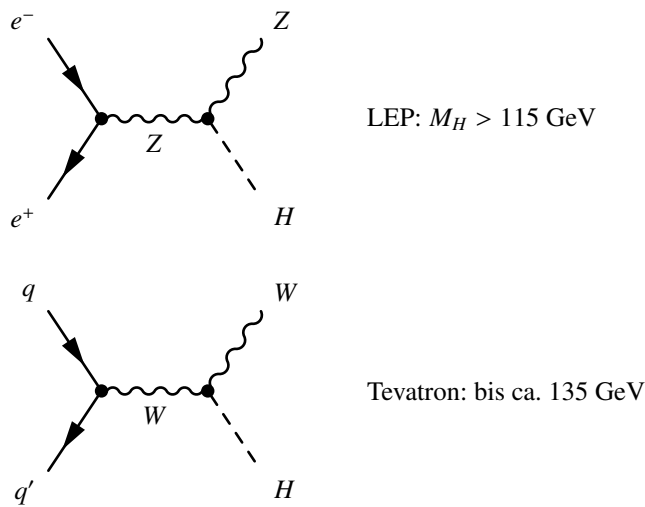
	$i \frac{-g_{\mu\nu}}{h^2 + i\epsilon}$	wie (QED)
	$i \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{h_\mu h_\nu}{M_Z^2}}{h^2 - M_Z^2 + i\epsilon}$	
	$i \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{h_\mu h_\nu}{M_W^2}}{h^2 - M_W^2 + i\epsilon}$	

H – W,Z–Wechselwirkung



Kompensieren unerwünschte Divergenzen
 ⇒ Renormierbarkeit (Folge der lokalen Eichinvarianz des \mathcal{L})

Prozesse:



7.3.4 Fermionmassen und -Mischung

bis $m_f = 0$, da $m_f \bar{\psi}_f \psi_f$ nicht eichinvariant

$$\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L$$

$m_f \neq 0$ durch neue Wechselwirkung: Yukawa-Wechselwirkung

Yukawa-Wechselwirkung

= Wechselwirkung zwischen Fermionen und Skalar (ursprünglich für Photon/Neutron mit Pion).

Skalar=Higgsfeld

Higgs-Feld in unitärer Eichung:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^\dagger \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}$$

7.3.5 Eine Generation

Leptonen: $e, \nu_e \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, e_R$

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = g_e \left[(\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \right]$$

g_e : neue Kopplungskonstante, eichinvariant

Massenterm für $H = 0$: $\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

$$- \underbrace{g_e \frac{v}{2}}_{=m_e} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) = -m_e (\bar{e}e)$$

ergibt in \mathcal{L} :

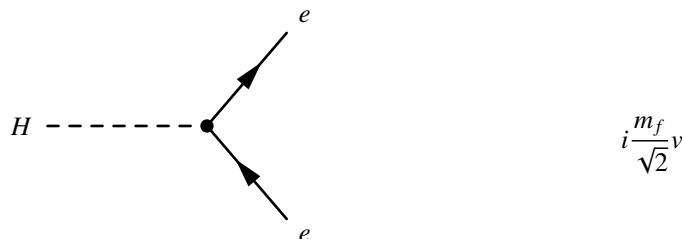
$$\underbrace{\bar{e}i\gamma^\mu \partial_\mu e - m_e(\bar{e}e)}_{\Rightarrow (i\gamma^\mu - m_e)e=0}$$

für $H \neq 0$: Wechselwirkung zwischen e und H

$$- \underbrace{g_e}_{g_e = \frac{m_e}{v} \sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} H (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) = \frac{m_e}{v} (\bar{e}e) H$$

Neutrinos: $m_\nu = 0$

Analog für μ, τ : $g_{\mu,\tau} = \frac{m_{\mu,\tau}}{v} \sqrt{2}$



- Für d-Quarks:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Y^d &= -g_d(\bar{u}_L, \bar{d}_L)\Phi d_R + h.c. \\ &= -\underbrace{\left(\frac{g_d^V}{2}\right)}_{=m_d} - \underbrace{\frac{g_d}{\sqrt{2}}}_{+\frac{m_d}{2}} (\bar{d}d)H \\ &\Rightarrow \boxed{m_d = \frac{g_d^V}{\sqrt{2}}}\end{aligned}$$

- Für u-Quarks: Ladungskonjugation Φ - Feld, also Φ^c statt Φ .

$$\Phi^c = -i\sigma_2\Phi^* = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^- \\ \phi^{0*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\phi^{0*} \\ \phi^- \end{pmatrix}, \quad \phi^- = (\phi^\dagger)^\dagger$$

in der unitären Eichung:

$$\phi^c = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Y^u &= -g_u(\bar{u}_L, \bar{d}_L)\Phi^c u_R + h.c. \\ &= -\underbrace{\left(\frac{g_u^V}{\sqrt{2}}\right)}_{=m_u} (\bar{u}u) - \underbrace{\frac{g_u}{\sqrt{2}}}_{=\frac{m_u}{v}} (\bar{u}u)H \\ &\Rightarrow \boxed{m_u = \frac{g_u^V}{\sqrt{2}}}\end{aligned}$$

7.3.6 3 Generationen

Leptonen: Mit $\nu = 0$ keine neuen Phänomene, 2. und 3. Generation wie 1. Generation (Leptonzahl-Erhaltung)

Quarks: Yukawa-WW zwischen verschiedenen Generationen möglich \Rightarrow neue Phänomene: Mischung und CP-Verletzung

Notation:

$$\begin{aligned}u^i \ (i = 1, 2, 3) \quad u^1 = u, \ u^2 = c, \ u^3 = t \\ d^i \ (i = 1, 2, 3) \quad d^1 = d, \ d^2 = s, \ d^3 = b\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_{i,j} g_d^{ij}(\bar{u}_L^i, \bar{d}_L^j)\Phi d_R^j + h.c. + - \sum_{i,j} g_u^{ij}(\bar{u}_L^i, \bar{d}_L^j)\Phi u_R^j + h.c.$$

$g_{u,d}^{i,j}$ sind im Allgemeinen nicht diagonal und nicht reell. Massenterme für $H = 0$ in den Feldern Φ und Φ^c :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} \Big|_{H=0} &= - \sum_{i,j} \underbrace{\left(\frac{v}{\sqrt{2}} g_d^{ij}\right)}_{(M^d)_{ij}} \bar{d}_L^i d_R^j + h.c. - \sum_{i,j} \underbrace{\left(\frac{v}{\sqrt{2}} g_u^{ij}\right)}_{(M^u)_{ij}} \bar{u}_L^i u_R^j + h.c. \\ &= -\bar{D}_L M^d D_R - \bar{U}_L M^u U_R + h.c.\end{aligned}$$

$$\text{mit } D = \begin{pmatrix} d^1 \\ d^2 \\ d^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}$$

Keine Massenzustände \rightarrow Diagonalisieren $\rightarrow U', D'$ Massenzustände.
 M^u, M^d sind diagonalisierbar mit unitären Matrizen.

$$\begin{aligned} D_L &= V_L^d D'_L, & D_R &= V_R^d D'_R \\ U_L &= V_L^u U'_L, & U_R &= V_R^u U'_R \end{aligned}$$

$V_L^{u,d}, V_R^{u,d}$ sind unitäre 3×3 Matrizen.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Massen}}^{\text{Quarks}} &= -\bar{D}'_L \underbrace{(V_L^d)^\dagger M_d V_R^d}_{=M'_d} D'_R - \bar{U}'_L \underbrace{(V_L^u)^\dagger M_u V_R^u}_{=M'_u} U'_R = - \sum_q m_q (\bar{q}' q') \\ &= \begin{pmatrix} m_d & & \\ & m_s & \\ & & m_b \end{pmatrix} \quad M'_u = \begin{pmatrix} m_u & & \\ & m_c & \\ & & m_t \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Wechselwirkung mit H -Feld durch $v \rightarrow v + H(x) = v(1 + \frac{H}{v})$

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_q m_q (\bar{q}' q') - \sum_q \frac{m_q}{v} (\bar{q}' q') H$$

Vertex: $-\frac{m_q}{v}$

(i) im kinetischen Termen:

$$\begin{aligned} &\sum_q \bar{q} i \gamma^\mu \partial_\mu q \\ &= \sum_q \left(\bar{q}_L \not{\partial} q_L + \bar{q}_R \not{\partial} q_R \right) \\ &= \sum_{q'} \left(\bar{q}'_L \not{\partial} q'_L + \bar{q}'_R \not{\partial} q'_R \right) \end{aligned}$$

Da $(V_L^u)^\dagger V_L^u = 1, (V_L^d)^\dagger V_L^d = 1$ wegen Unitarität.

(ii) NC-WW-Terme:

$$\begin{aligned} &\sum_q \left(\bar{q}_L \gamma^\mu \gamma_5 q_L + \bar{q}_R \gamma^\mu \gamma_5 q_R \right) \\ &= \sum_{q'} \left(\bar{q}'_L \gamma^\mu \gamma_5 q'_L + \bar{q}'_R \gamma^\mu \gamma_5 q'_R \right) \end{aligned}$$

Wegen Unitarität der $V_{L,R}^{u,d}$ sind keine Flavour Übergänge (FCNC) möglich.

keine FCNC \equiv Flavour Changing Neutral Currents

(jedoch in höherer Ordnung, Schleifen \Rightarrow unterdrückt)

(iii) WW-Terme mit CC:

$$\sum_i \bar{u}_L^i \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} d_L^i + h.c.$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{U}_L \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} D_L + h.c. \\
&= \bar{U}'_L \underbrace{(V_L^\mu)^\dagger (V_L^d)}_{V_{CKM}} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} D'_L
\end{aligned}$$

nur bei C.C.

Elemente von V_{CKM} : freie Parameter

- Komplexe 3×3 -Matrix: $9 \cdot 2 = 18$ reelle Parameter.
- Unitarität: 9 Bedingungen \Rightarrow 9 reelle Parameter = 3 Winkel + 6 Phasen.
- Von den 6 Phasen können 5 mit 5 der 6 Quarkfelder absorbiert werden (durch Redefinition $\psi \rightarrow e^{i\phi}\psi$), nur 1 Phase bleibt physikalisch messbar

Parametrisierung:

3 Winkel $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$

1 Phase δ bzw. $e^{i\delta}$ ($\delta \neq 0 \Rightarrow$ CP-Verletzung).

Anmerkung: CP-Verletzung ist essentiell für die Entwicklung des Universums (Baryonen-Asymmetrie)

Für 2 Generationen: V_{CKM} 2×2 -Matrix \Rightarrow nur Winkel und keine Phase \rightarrow keine CP-Verletzung

CP-Verletzung erst ab 3 Generationen

Allgemein gilt für unitäre $N \times N$ -Matrix:

$$\frac{N(N-1)}{2} \text{ Winkel, } \quad \frac{N(N+1)}{2} \text{ Phasen}$$

$2N - 1$ Phasen sind unbeobachtbar (Absorption)

bleiben

$$\frac{N(N+1)}{2} - (2N-1) = \frac{N^2 + N - 4N + 2}{2} = \frac{N^2 - 3N + 1}{2}$$

7.3.7 Ergänzung: massive Neutrinos

empirisch: $m_\nu \neq 0$

Erweiterung: ν_R Singulett $Q = 0, Y = 0, I = 0 \Rightarrow$ keine Eich-WW

Yukawa-WW mit Φ^c , analog zu u (\rightarrow auch mit Generationen-Mischung PKMS-Matrix)

$$\mathcal{L}_Y = g^y (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L) \Phi^c \nu_R + h.c. = - \underbrace{\left(\frac{g_{\nu\nu}}{\sqrt{2}} \right)}_{m_D} (\bar{\nu}\nu) - \underbrace{\frac{g_\nu}{\sqrt{2}}}_{\frac{m_D}{v}} (\bar{\nu}\nu) H$$

mit m_D : Dirac-Masse

Jedoch weiterer Masseterm möglich, mit $\nu_R^c = C \bar{\nu}_R^T$, ladungskonjugiertes ν_R -Feld ($C = -i\gamma^0\gamma^2$).

$\mathcal{L}_M = \bar{\nu}_R^c M \nu_R$, ($M \gg m_f$), **Majorana-Term**, M : Majorana-Masse

\rightarrow Massenmatrix, diagonalisieren

$$\rightarrow \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \text{ mit } m_1 = \frac{m_D^2}{M} \text{ und } m_2 = M \text{ f\u00fcr } m_D \ll M$$

$$\nu_1 \approx \nu_L + \mathcal{O}\left(\frac{m_D}{M}\right)$$

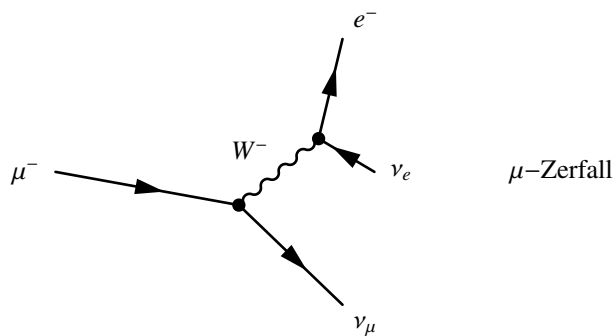
$$\nu_2 \approx \nu_R$$

Exp. Signal: ν -loser 2β -Zerfall (GERDA-Exp; Gran Sasso)

Kapitel 8

Status des Standardmodells

8.1 Vorhersagen und Tests



wie in V-A-Theorie mit $g = g_2$

Vergleich mit Fermi-Model: $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_2^2}{8M_W^2}$

Neu im SM: $M_W = \frac{g_2}{2}v$

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_2^2}{8\left(\frac{g_2^2}{4}v^2\right)} = \frac{1}{2v^2}$$

Fermi-Skala: $v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \approx 246\text{GeV}$

Anmerkung: Gravitationskonstante G_N

$$V_{\text{Grav}} = -G_N \frac{m_1 m_2}{r}, \quad \dim[G_N] = -2$$

$G_N = \frac{1}{v_p^2}$, Planck-Skala $v_p \sim 10^{19}\text{GeV} = M_p$ (Massenskala der Gravitation)

SM enthält die Gravitation nicht \Rightarrow SM gültig höchstens bis v_p

SM: weitere Relationen für Parameter:

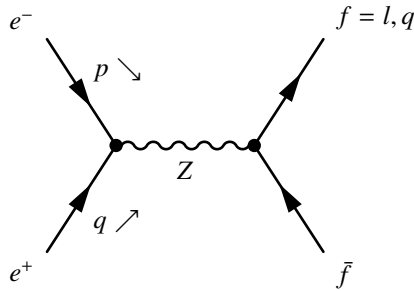
$$g_2 = \frac{e}{s_W}, \quad \frac{g_1}{g_2} = \tan \theta_W, \quad c_W = \frac{M_W}{M_Z}$$

Massen-Relation:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_2^2}{8M_W^2} = \frac{e^2}{8s_W^2 M} = \frac{e^2}{8(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2})} M_W^2 \quad (8.1)$$

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2})} \quad (8.2)$$

Z-Boson-Observable



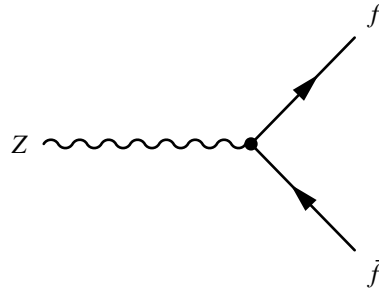
$$v_f = I_3^f - 2s_W^2 Q_f$$

$$a_f = T_3^f$$

$$M_Z = \langle J_\rho^{(f)} \rangle \frac{-g^{\rho\sigma} \frac{Q^{\rho} Q^{\sigma}}{M_Z^2}}{Q^2 - M_Z^2 + i\epsilon} \langle J_\rho^{(f)} \rangle$$

$$Q^{\rho} Q^{\sigma} \rightarrow \frac{m_e m_f}{M_Z^2} \simeq 0$$

Z hat eine Zerfallsbreite $\Gamma_Z (\sim \frac{1}{\tau_Z})$



für $(2m_f)^2 < M_Z^2$

Breite $\Gamma_Z = \sum_f \underbrace{\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f})}_{\equiv \Gamma_f \text{ partielle Breite}}$

Propagator für instabile Teilchen (hier Z):

$$\frac{1}{Q - M_Z^2 + i\epsilon} \rightarrow \frac{1}{Q^2 - M_Z^2 + iM_Z\Gamma_Z} \quad \text{Breit-Wigner-Form, Resonanz}$$

$$\sigma \sim \frac{1}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2\Gamma_Z^2}$$

Messung von σ liefert die M_Z und Γ_Z

$$\sigma \sim \frac{\Gamma(Z \rightarrow e^+e^-)\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f})}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2\Gamma_Z^2}$$

→ partielle Breite $\Gamma_l(Z \rightarrow e^+ e^-)$

$$\Gamma_{had} = \sum_q \Gamma(Z \rightarrow q\bar{q})$$

$\Gamma_{invisible}$ indirekt aus $\Gamma_Z, \Gamma_l, \Gamma_{had}$ (Differenz)

$$\Gamma_{invisible} = 3\Gamma(Z \rightarrow \bar{\nu}\nu) \quad 3 \text{ Generationen}$$

bestätigt durch Experiment LEP und SLC

$$\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{M_Z}{48\pi} \frac{g_2^2}{c_w^2} (v_f^2 + a_f^2) \cdot N_c^f$$

$$N_c^f = \begin{cases} 1 & \text{für } f = l \\ 3 & \text{für } f = q \end{cases}$$

durch G_F ersetzen:

$$\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{\sqrt{G_F} M_Z^2}{12\pi} (v_f^2 + a_f^2) \cdot N_c^f + \mathcal{O}\left(\frac{m_f^2}{M_Z^2}\right)$$

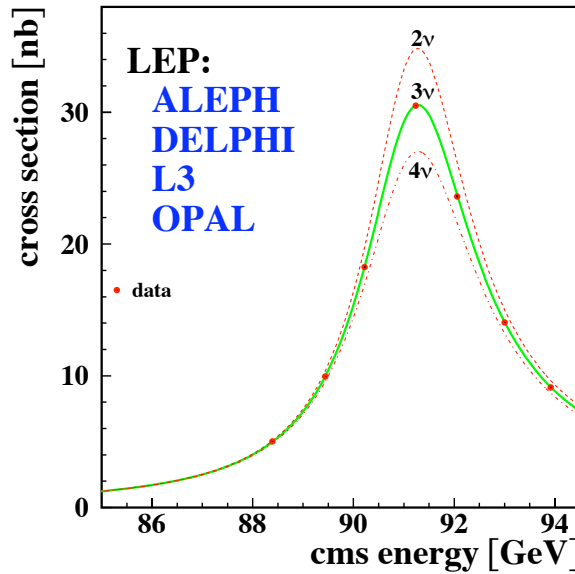


Abbildung 8.1: Zahl der Neutrinos aus Zerfallsbreite Γ_Z

Ergänzungen zu $Z \rightarrow \bar{q}q$: QCD Beiträge höherer Ordnung

$\Gamma_{had} = \Gamma(Z \rightarrow \text{Hadronen})$ mit

$$\Gamma(Z \rightarrow q\bar{q}) = \Gamma_0 \left[1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + c_2 \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 + c_3 \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 + \dots \right]$$

⇒ exp. Bestimmung von $\alpha_s(M_Z)$

Differentieller Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim (v_e^2 + a_e^2)(v_f^2 + a_f^2)(1 + \cos^2 \theta) + 2v_e a_e 2v_f a_f 2 \cos \theta$$

ergibt Vorwärts-Rückwärtsasymmetrie:

$$A_{FB} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}$$

$$\sigma_F = \int_{\theta < \pi/2} d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}, \quad \sigma_B = \int_{\theta > \pi/2} d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Für $s = M_z^2$:

$$\left. \begin{aligned} A_{FB}^{(f)} &= \frac{3}{4} A_l A_f \\ A_f &= \frac{2v_f a_f}{v_f^2 + a_f^2} \\ A_e \text{ durch } f &\rightarrow e \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin^2 \theta_W$$

\Rightarrow experimentelle Bestimmung von $\sin^2 \theta_W$

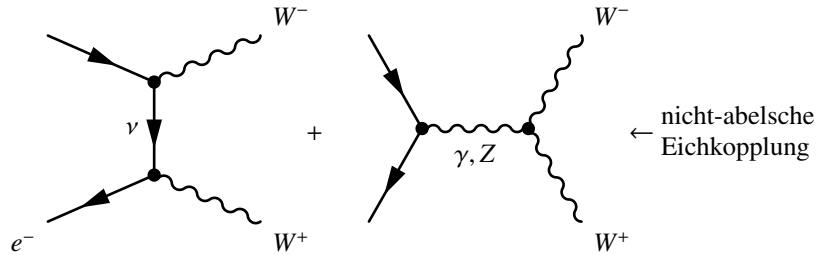
Rechts-Links-Asymmetrie:

$$A_{LR} = \frac{\sigma(e_L^-) - \sigma(e_R^-)}{\sigma(e_L^-) + \sigma(e_R^-)} = A_e$$

gemessen am SLAC Linear Collider, Stanford (SLD-Experiment)

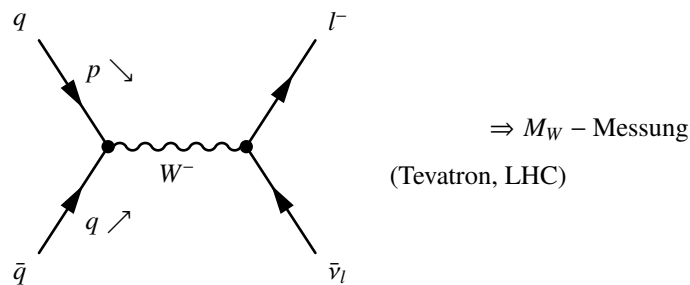
W^+W^- -Paarerzeugung in e^+e^- (LEP)

$e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ für $s = (p + q)^2 > 4M_W^2$



Liefert Messung von M_W

Hadronen-Collider



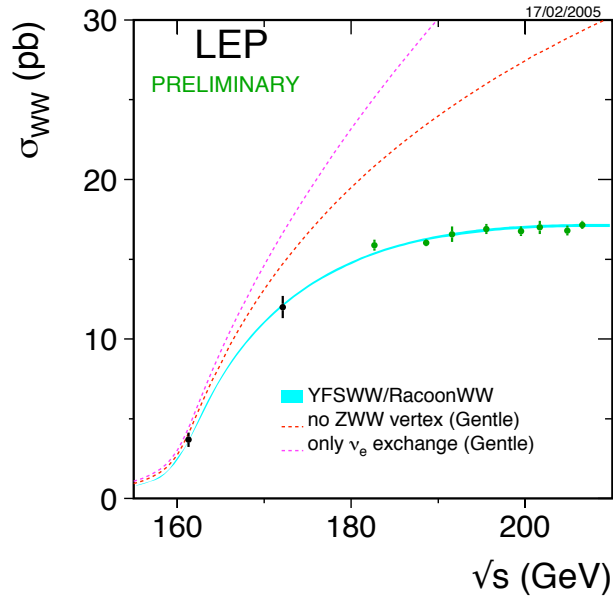
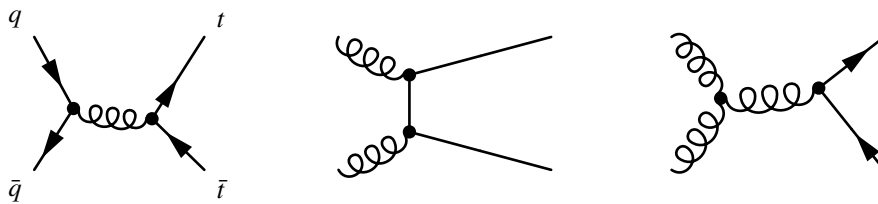


Abbildung 8.2: W^+W^- -Paarerzeugung im LEP



$q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}H$

$gg \rightarrow t\bar{t}H$

Der erste Prozess hauptsächlich am Tevatron (90%), der zweite hauptsächlich am LHC (90 %) $\Rightarrow m_t$

Experimente

- LEP 1/SLC (1989-1995) $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$ ($4 \cdot 10^6 \frac{eV}{Exp}$)
- LEP 2 (1996-2000) $e^+e^- \rightarrow W^+W^-, ZZ, Z\gamma, \dots$ ($\sim 10^4 W^+W^-$)
- Tevatron (1989-2012) $p\bar{p}, q\bar{q} \rightarrow W \rightarrow e\nu, q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$
- LHC (jetzt) $W, t\bar{t}, \dots, H$

Experimentelle Daten

- $M_Z = 91,1875 \pm 0,0021 GeV$
- $\Gamma_Z = 2,4952 \pm 0,0023 GeV$

- $\sin^2 \theta_W = 0,23153 \pm 0,00016 GeV$
- $M_W = 80,385 \pm 0,015 GeV$
- $m_t = 173 \pm 0,9 GeV$
- ... G_F, α

Theoretische Relationen

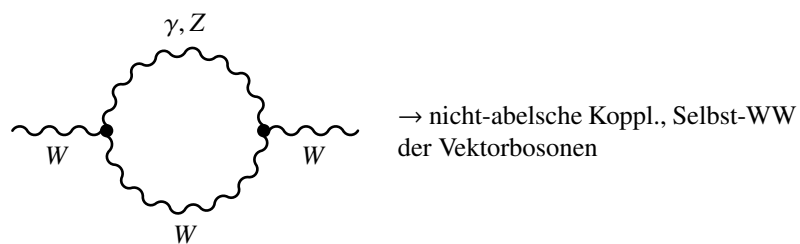
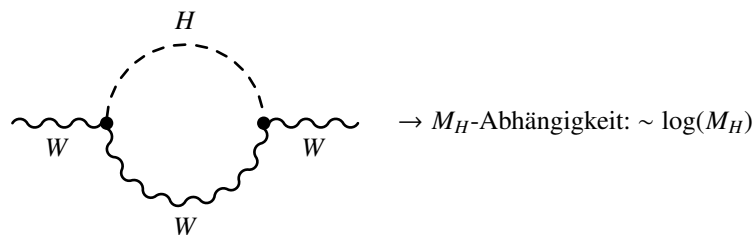
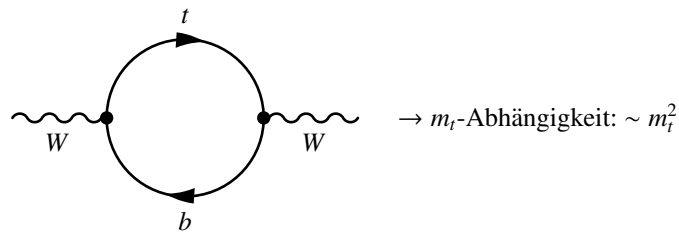
$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2M_W^2(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2})} \Rightarrow M_W = M_W(G_F, \alpha, M_Z)$$

$$M_W = 80,939 \pm 0,002 GeV \quad (37 \sigma \text{ Abweichung})$$

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2} \Rightarrow \sin^2 \theta_W = 0,22290 \pm 0,00029 \quad (\text{voll daneben})$$

Höhere Ordnungen (Schleifen) sind notwendig.

$M_Z - M_W$ -Relation: Höhere Ordnungen (Schleifen) enthalten:



modifizierte Relation:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2M_W^2(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2})} (1 - \Delta\gamma(m_t, M_H))$$

\Rightarrow Einschränkungen an m_t, m_H

Z-Kopplung: v_f, a_f

höhere Ordnung:

$$v_f \rightarrow v_f + \Delta v_f = g_v^f$$

$$a_f \rightarrow a_f + \Delta a_f = g_a^f$$

Z- Observable mit g_v, g_a berechnen:

$$\text{Exp.} \Rightarrow \frac{g_v}{g_a} = 1 - 4|Q_f| \underbrace{\sin^2 \theta_W(m_t, m_H)}_{\text{effektiver Mischungswinkel}}$$

Theorie \leftrightarrow Experiment

\Rightarrow Bounds an m_t, m_H

- vor 1995: globaler Fit $m_t = 178, 8 \pm 8^{+17}_{-20} \text{GeV}$ (mit $60 \text{GeV} < M_H < 1000 \text{GeV}$)
- 1995: Top-Entdeckung (CDF) $m_t = 180 \pm 12 \text{GeV}$
heute $m_t = 173, 2 \pm 0, 9 \text{GeV}$
- mit $m_t^{\text{exp}} \Rightarrow M_H$
Fit an $M_H \Rightarrow M_H < 152 \text{GeV}$ (März 2012)
 $M_H = 94^{+29}_{-24} \text{GeV}$
- Juli 2012: $M_H \simeq 126 \text{GeV}$ (LHC)

8.2 Higgs-Bosonen

unitäre Eichung: $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}$

$H(x)$: neutrales Skalarfeld \rightarrow Higgs-Boson, Spin 0, Ladung 0

$$V = -\mu^2(\phi^\dagger \pi) + \frac{\lambda}{4}(\phi^\dagger \phi)^2$$

ergibt Minimum $v = \frac{2\mu}{\sqrt{\lambda}}$

$$|D_\mu \phi|^2 - V(\phi) = \frac{1}{2} |\partial_\mu H|^2 - \mu^2 H^2 + (\text{höhere Pot.})$$

M_H : freier Parameter

$$\lambda = \frac{4\mu^2}{v} = \frac{M_H^2}{2v^2}$$

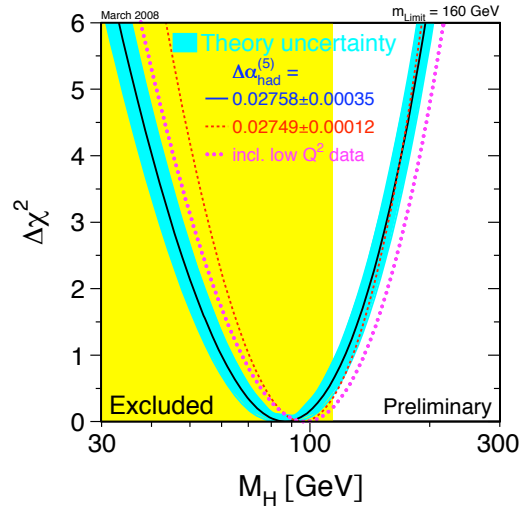


Abbildung 8.3: Einschränkungen an M_H

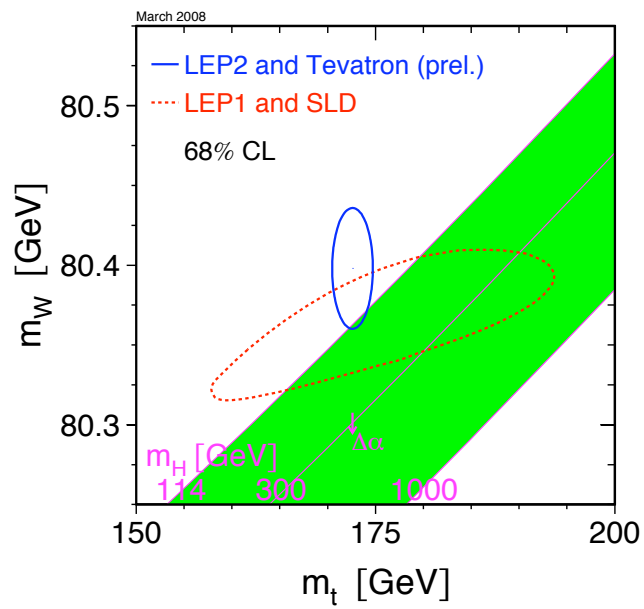


Abbildung 8.4: Einschränkungen an die Higgsmasse M_H

V durch v, M_H ausdrücken:

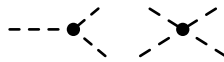
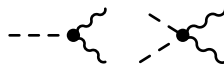
$$V = \frac{M_H^2}{2} H^2 + \frac{M_H^2}{2v} H^3 + \frac{M_H^2}{8v^2} H^4$$

M_H bestimmt \Rightarrow alle Kopplungen fest

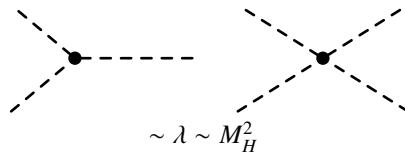
$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi) + \mathcal{L}_Y$$

$$= \frac{1}{2} |\partial_\mu H|^2 - \frac{M_H^2}{2} H^2 - \frac{M_H^2}{2v} H^3 - \frac{M_H^2}{8v^2} H^4 + \left(M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{M_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu \right) \left(1 + \frac{H}{v} \right)^2 - \sum_f m_f \bar{\psi}_f \psi_f \left(1 + \frac{H}{v} \right)$$

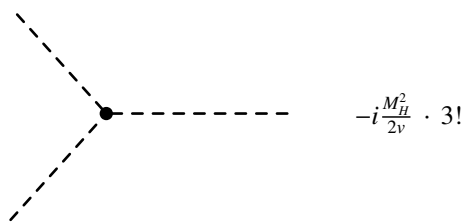
Feynmann-Regeln



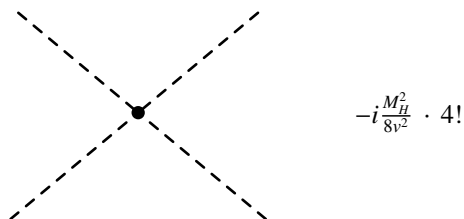
$$\frac{i}{k^2 - M_H^2}$$



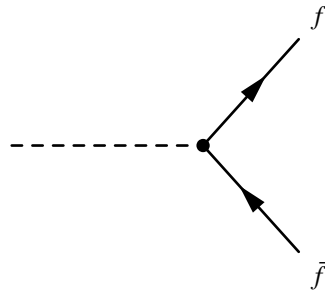
$$\sim \lambda \sim M_H^2$$



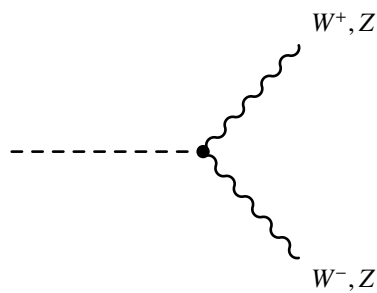
$$-i \frac{M_H^2}{2v} \cdot 3!$$



$$-i \frac{M_H^2}{8v^2} \cdot 4!$$

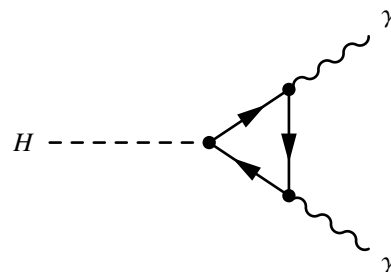
H-Zerfälle

$H \rightarrow f\bar{f} \sim g_f^2 \sim \frac{m_f^2}{v^2}$
 bevorzugt in
 schwere Fermionen ($b\bar{b}, \tau^+\tau^-$)
 Für $M_H > 2m_{top}$: $H \rightarrow t\bar{t}$



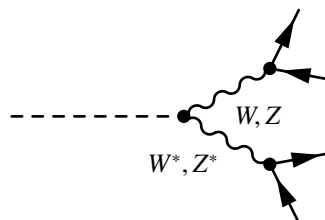
$H \rightarrow WW, ZZ$
 dominiert für $M_H \gtrsim 160 \text{ GeV}$

$H \rightarrow b\bar{b}$: keine Chance wegen QCD-Untergrund
 Für $M_H \lesssim 120 \text{ GeV}$: $H \rightarrow \gamma\gamma$



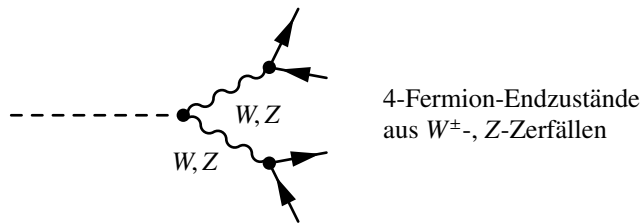
klares Signal,
 jedoch stark unterdrückt

$120 \text{ GeV} \lesssim M_H \lesssim 160 \text{ GeV}$:



eines der Vektorbosonen (W^*, Z^*)
 off-shell

$M_H > 160 \text{ GeV}$:



allgemein gilt:

$$\text{Nachweisrate} \sim \sigma_{\text{Produktion}} \cdot BR(H \rightarrow x)$$

$$BR = \frac{\Gamma(H \rightarrow x)}{\Gamma_{\text{total}}}$$

Verzweigungsverhältnis (Branching Ratio) für den Zerfall des H in einen Endzustand x

$$\Gamma_{\text{total}} = \sum_x \underbrace{\Gamma(H \rightarrow x)}_{\text{part. Breite}} \quad \text{totale Breite}$$

Eine große Erzeugungsrate kann durch ein kleines BR stark reduziert werden

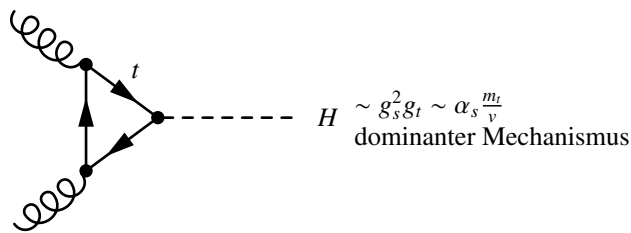
(spezifisches Problem für LHC wegen des großen hadronischen Untergrunds).

An einem e^+e^- -Collider sind die Endzustände einfacher zu identifizieren, genauere Messungen der verschiedenen BRs möglich.

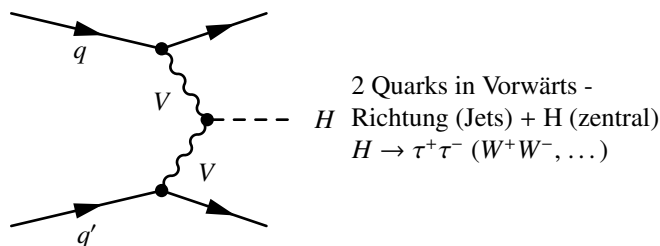
Produktion von H-Bosonen

Partonische Prozesse zur H-Erzeugung

- (i) Gluon-Fusion (1-Schleifen-Ordnung)



- (ii) VV-Fusion ($V = W, Z$)



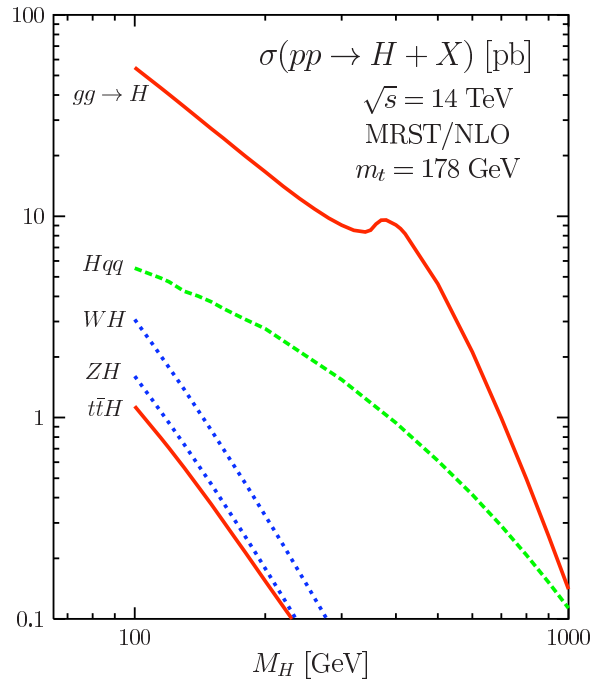
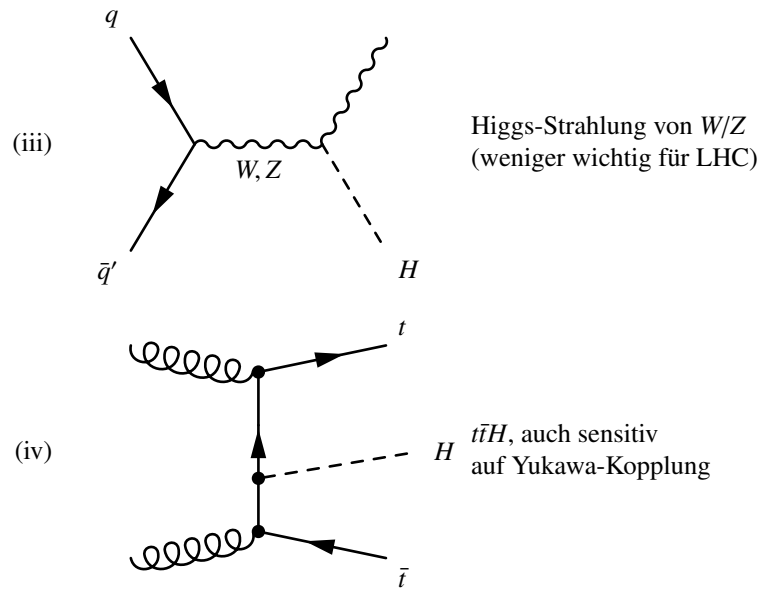


Abbildung 8.5: Produktion des Higgs-Bosons am LHC

Wirkungsquerschnitt für die H-Erzeugung am LHC:

$$\sigma(pp \rightarrow H) = \sum \sigma \text{ (Parton-Prozesse)}$$

Zu Kombinieren mit den Zerfällen:

$$\sigma(pp \rightarrow H), \text{ BR}(H \rightarrow x)$$

$x = \gamma\gamma$: Entdeckungskanal

Aus invarianter Masse von $x = \gamma\gamma$ und $x = 4f \Rightarrow M_H$:

$$\text{ATLAS: } M_H = 125,5 \pm 0,2 \pm 0,7 \text{ GeV}$$

$$\text{CMS: } M_H = 125,7 \pm 0,3 \pm 0,3 \text{ GeV}$$

Signalsärke μ :

$$\mu = \frac{\sigma(pp \rightarrow H)BR(H \rightarrow x)}{[\sigma(pp \rightarrow H)BR(H \rightarrow x)]_{\text{SM für } M_H}}$$

$$\text{ATLAS: } \mu = 1,30 \pm 0,2$$

$$\text{CMS: } \mu = 0,8$$

Kompatibel mit Standardmodell

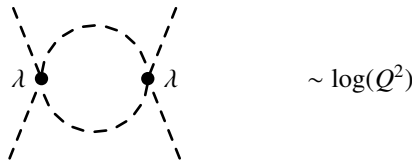
Theoretische Ergänzungen

H-Selbstkopplung $\lambda = \lambda(Q^2)$

Evolutionsgleichung:

$$\boxed{Q^2 \frac{d\lambda}{dQ^2} = \beta(\lambda) = \frac{3}{16\pi^2} \lambda^2}$$

Höhere Ordnungen:



$$\sim \log(Q^2)$$

Lösung mit Anfangsbedingung $\lambda(v) = \frac{2M_H^2}{v^2}$:

$$\boxed{\lambda(Q) = \frac{\lambda(v)}{1 - \frac{3}{16\pi^2} \lambda(v) \log \frac{Q^2}{v^2}}}$$

Kopplung wächst mit Q^2

$\lambda(Q)$ divergiert für $Q = \Lambda_c$ mit

$$1 - \frac{3}{16\pi^2} \lambda(v) \log \frac{\Lambda_c^2}{v^2} = 0 \quad (\text{Landau-Pol})$$

Wegen $\lambda(v) = \frac{2M_H^2}{v^2}$ ist Λ_c M_H -abhängig.

Für große M_H wird $\Lambda_c < M_H$, das ist physikalisch nicht sinnvoll.

Damit $\Lambda_c \gtrsim M_H$ gilt, muss M_H die Massenlimes $M_H \lesssim 800 \text{ GeV}$ erfüllen. (perturbative Betrachtung, wird jedoch durch nicht-perturbative Studien, z. B. Gitter, bestätigt).

Für kleine M_H , $M_H \lesssim 180 \text{ GeV}$, ist $\Lambda_c \lesssim 10^{19} \text{ GeV} = M_P = (\sqrt{G_N})^{-1}$

Planck-Masse (Planck-Skala), G_N : Gravitationskonstante.

Bei M_P ist eine mikroskopische Theorie der Gravitation erforderlich (spätestens dann).

$M_H \lesssim 190 \text{ GeV}$ folgt aus dem \Rightarrow SM mit $M_H = 125 \text{ GeV}$ konsistent Weiter Beitrag zu

$\beta(\lambda)$ von $m_t : \sim m_t^4(-1) \Rightarrow \lambda(Q)$ negativ für eine Skala $Q > \Lambda_c$

\Rightarrow Vakuum instabil für $Q > \Lambda_c$

Λ_c definiert den Gültigkeitsbereich des Standardmodells:

$$m_t, M_H, \alpha_s|_{exp} \Rightarrow \Lambda_c = 10^{11} - 10^{14} GeV$$

Defizite des Standardmodells

Erklärt nicht:

- Baryonen-Asymmetrie
- Dunkle Materie
- keine Anbindung an Gravitation

Strukurielle Defizite

- große Zahl der Parameter $e, \sim \theta_W, M_H, v, m_t, V_{CKM}$
- große Hierarchie $v \ll v_p$
- keine weitere Vereinheitlichung der WW_{ew}

Anhang A

Literaturverzeichnis

Literaturverzeichnis

- [1] Bogdan Povh, Klaus Rith *Teilchen und Kerne*, Springer Verlag, Berlin, 6. Auflage, 2006, ISBN 3-540-65928-5
- [2] Theo Mayer-Kuckuk, *Kernphysik - Eine Einführung*, Teubner Verlag, 7. Auflage, 2002, ISBN 3-519-13223-0
- [3] Hans Frauenfelder, Ernest M. Henley *Teilchen und Kerne. Die Welt der subatomaren Physik*, Oldenbourg Verlag, 4. Auflage, 1999, ISBN 3-486-24417-5