Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik II
Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik
Sommersemester 2013/14

Blatt Nr. 4 26. April 2014

Aufgabe 1 Chiralität und Helizität

Ein e^--Spinor $u_\pm(p)$ zu Impuls $p^\mu = (E, \vec{p})$ und Helizität $\pm\frac{1}{2}$ kann geschrieben werden in der Form (ohne auf die Normierung zu achten)

$$u_\pm(p) = \begin{pmatrix} \chi_\pm \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi_\pm \end{pmatrix}$$

wobei die 2-komponentigen Spinoren $\chi_\pm$ Lösungen der Eigenwertgleichung $(\vec{\sigma} \cdot \vec{n})\chi_\pm = \pm\chi_\pm$ sind, mit $\vec{n} = \vec{p}/|\vec{p}|$ (siehe Kap. 1.3 aus Kern- und Teilchenphysik I).

a. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\frac{1}{2}\gamma_5 \not{s} u_\pm(p) = \pm\frac{1}{2}u_\pm(p)$$

wobei

$$\not{s} = \gamma_\mu s^\mu, \quad (s^\mu) = \frac{1}{m}(p, \vec{n}p^0), \quad \text{mit} \ \ p \equiv |\vec{p}|$$

d.h. $\frac{1}{2}\gamma_5\not{s}$ ist die kovariante Form des Helizitätsoperators $\frac{1}{2}\vec{\Sigma} \cdot \vec{n}$.

b. Zeigen Sie, dass für hochenergetische Teilchen ($p \gg m$) gilt:

$$\frac{1}{2}\gamma_5 u_\pm(p) = \pm\frac{1}{2}u_\pm(p)$$

d.h. Chiralität = Helizität.

Aufgabe 2 : Massive Vektorfelder

Ein freies, massives Vektorfeld hat die Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{m^2}{2}A^\mu A_\mu$$

mit $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

a. Stellen Sie die Bewegungsgleichung für A^ν gemäß Euler-Lagrange auf,

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)}\right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial A_\nu} = 0$$

Berechnen Sie die Divergenz der Bewegungsgleichung und benutzen Sie das Ergebnis, um die Bewegungsgleichung in eine Klein-Gordon-Gleichung für die Feldkomponenten A^ν umzuformen.

b. Zeigen Sie, dass der Feynman-Propagator für massive Vektorteilchen die Form hat:

$$\frac{-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{m^2}}{k^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Lösen Sie dazu die Differentialgleichung für die Greensche Funktion $D^{\nu\rho}$,

$$\left[g_{\mu\nu}(\Box + m^2) - \partial_\mu \partial_\nu\right] D^{\nu\rho}(x-y) = g_\mu{}^\rho \delta^4(x-y)$$

im Impulsraum für die Fourier-Transformierte $D^{\nu\rho}(k)$ mit Hilfe des Ansatzes
$D^{\nu\rho}(k) = a(k^2) g^{\mu\rho} + b(k^2) k^\nu k^\rho$

Aufgabe 3 Tiefinelastische Neutrinostreuung

(a) Welche Gründe gibt es für die Verwendung von (Anti-)Neutrinos anstelle von Elektronen als Sonden für die Lepton-Nukleon-Streuung?

(b) Um Neutrinos als Sonden zur Untersuchung der Struktur von Nukleonen verwenden zu können, müssen Neutrinostrahlen mit ausreichend hoher Energie und Intensität zur Verfügung stehen. Wie kann ein solcher Strahl erzeugt werden?

(c) Zeichnen Sie die Feynman-Diagramme für die erlaubten Prozesse bei der Streuung ν_μ (bzw $\bar{\nu}_\mu$) am Nukleon. Welchen Wert erwartet man für das Verhältnis R der totalen Wirkungsquerschnitte von ν-N und $\bar{\nu}$-N Streuung, wenn das Nukleon nur aus u- und d-Quarks besteht? Experimentell findet man $R \approx 2$. Was bedeutet das für die Zusammensetzung des Nukleons?

Aufgabe 4 : Anzahl der Farben in der QCD

a. Welche experimentellen Hinweise für die Existenz von Farbe als Eigenschaft der Qarks kennen Sie?

b. Bei e^+e^--Kollisionen werden Quarks und Leptonen erzeugt, d.h. sie koppeln über ihre elektrische Ladung. Der Wirkungsquerschnitt beträgt:

$$\sigma(e^+e^- \to f\bar{f}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}\left(\frac{Q_f}{e}\right)^2$$

(f = Fermion, Q_f = Ladung des Fermions). Welche Werte für das Verhältnis

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}$$

erwarten Sie bei Schwerpunktsenergien von 2.8, 5.0 und 15 GeV?

c. Ab welcher Energie muss man die Produktion von $\tau^+\tau^-$-Paaren berücksichtigen? Wie ändert sich damit das Verhältnis R?

d. Welche Änderung von R erwarten Sie, wenn die Schwelle für die top-Quark-Produktion überschritten wird?

Aufgabe 5 : Zusammenfassung: Struktur des Protons

Erläutern Sie, welche experimentelle Evidenz es für die folgenden Eigenschaften des Protons (und seiner Substruktur) gibt:

a. Das Proton ist kein punktförmiges Teilchen, sondern ein zusammengesetztes System.

b. Die Konstituenten des Protons sind punkförmige Spin-1/2-Teilchen.

c. Die Konstituenten besitzen drittel-zahlige elektrische Ladungen.

d. Das Proton ist aus drei Konstituenten aufgebaut.

e. Neben diesen Konstituenten, den Valenzquarks, enthält das Proton auch Seequarks.

f. Die Quarks tragen neben der elektrischen Ladung Farbladungen. Dabei gibt es drei Farben.

g. Das Proton enthält neben Quarks auch Gluonen.