Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik II Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik

Sommersemester 2013/14

Blatt Nr. 7 21. Mai 2014

Aufgabe 1 Inverser β -Zerfall

Nach der Postulierung der Neutrinos durch Pauli 1930 aufgrund der Energie- und Impulsbilanz des β -Zerfalls dauerte es noch über 25 Jahre bis das Neutrino auch experimentell nachgewiesen wurde. Frederick Reines und Clyde L. Cowan nutzten den inversen β -Zerfall, um das Antineutrino nachzuweisen (Nature 178, 446 (1965)):

$$\overline{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$$

- a. Berechnen Sie die Energieschwelle für diese Reaktion.
- b. Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt für den inversen β -Zerfall, wobei $|\mathcal{M}_{fi}|^2 \approx 4G_F^2$ (Fermi-Kopplungskonstante $G_F = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$). Gehen Sie dafür von dem im Wintersemester aus Fermis Goldener Regel hergeleitetem Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $a+b \rightarrow c+d$ aus:

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{4\pi}{(2\pi\hbar)^3} \frac{p_f^2}{v_i v_f} |\mathcal{M}_{fi}|^2$$

- c. Wie groß ist die mittlere freie Weglänge eines Antineutrinos mit $E \approx 2.8$ MeV in Wasser?
- d. C.L. Cowan und F. Reines nutzten einen Kernreaktor als Anitneutrinoquelle mit einem Fluss von ~ 10¹³ cm⁻²s⁻¹ am Detektorort. Als Target wurde Cadmiumchlorid (CdCl₂) in wässriger Lösung benutzt, das in einem Behälter zwischen 2 Flüssig-Szintillations-Detektoren mit Photomultipliern eingebettet wurde. Wie ist die Signatur eines Anti-neutrino-Ereignisses?
- e. Warum gelang es Raymond Davis nicht (In einem früheren Reaktor-Experiment) das Antineutrino über die Reaktion

$$\overline{\nu}_e + {}^{37}\mathrm{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\mathrm{Ar}$$

nachzuweisen?

Aufgabe 2 β -Zerfall

- a. In der Vorlesung wurde der β -Zerfall unter der Annahme behandelt, dass $m_{\nu}=0$. Berechnen Sie nun ausgehend von Fermis Goldener Regel das Energiespektrum $N(E_e)dE_e$ der Elektronen bei nichtverschwindender Neutrinomasse. Wie verändert sich das β -Spektrum in der Kurie-Darstellung im Vergleich zum Fall $m_{\nu}=0$?
- b. Die in einem Zerfallsexperiment bestimmte beste Grenze für die Neutrinomasse stammt aus dem Mainz-Experiment mit $m_e < 2.3$ eV. Hierfür wurde der Zerfall von Tritium untersucht:

$$^3{\rm H} \rightarrow \ ^3{\rm He} + {\rm e}^- + \bar{\nu}_{\rm e}$$

Weshalb wurde Tritium gewählt? Wie hängt der Endpunkt des β -Spektrums von der Neutrinomasse ab? Überlegen Sie sich, wo experimentelle Schwierigkeiten liegen.

c. Zeigen Sie, dass in der hochrelativistischen Näherung die sogenannte Sargent-Regel gilt, die besagt, dass die Lebensdauer τ umgekehrt proportional zu E_0^5 ist. Hierbei ist E_0 der Q-Wert der Reaktion.

Aufgabe 3: Supernova 1987a

Am 23. Februar 1987 wurde die Explosion des Sterns Sanduleak-69 202 (Entfernung $1.8 \cdot 10^5$ Lichtjahre) beobachtet. Dabei wurden in einigen Neutrinodetektoren Elektron-Antineutrinos nachgewiesen. Das Kamiokande-Experiment registrierte 11 Ereignisse mit Energien zwischen 8.8 MeV und 36.7 MeV innerhalb eines Zeitintervalls von 12.4 s. Daraus lässt sich ein zeitintegrierter $\bar{\nu}_e$ -Fluss $F_{\bar{\nu}_e} \simeq 10^{10}$ cm⁻² am Ort der Erde abschätzen.

- a. Geben Sie die beim Gravitationskollaps insgesamt in Form von Neutrinos freigesetzte Energie an, wenn die mittlere Neutrinoenergie etwa 10 MeV beträgt. Nehmen Sie dabei an, dass die Neutrinos isotrop abgestrahlt wurden, und Neutrinos und Antineutrinos aller 3 Flavours gleich häufig produziert werden. (Wie lässt sich diese Annahme begründen?)
- b. Welche Masse muss (von $R \simeq \infty$ kommend) auf Kerndichte $\rho = 10^{15}$ g/cm³ zusammenstürzen, damit diese Energie in Form von Gravitationsenergie frei wird?
- c. Aus der Dauer des Neutrinosignals konnte damals eine Massengrenze für Neutrinos abgeleitet werden. Wie groß ist m_{ν} unter der Annahme, dass die Neutrinos alle gleichzeitig emittiert wurden? Welche Aussage kann man über m_{ν} machen, wenn die Emission während eines Zeitintervalls von 15 s erfolgt ist?