

Übungen zu Physik I für Geodäsie und Geoinformation

Wintersemester 2013/14

Blatt 8, Besprechung am 11.12.2013, 15:00 – 16:30, HS 0120

Aufgabe 1 Gravitation und Keplergesetze

Bei einigen Planeten im Sonnensystem (z.B. Venus, Erde und Jupiter) kann die Bewegung um die Sonne in guter Näherung als Kreisbahn angenommen werden.

- a) Leiten Sie einen Ausdruck für die Bahngeschwindigkeit eines solchen Planeten als Funktion seines Abstandes r zur Sonne ($M_{\odot} = 1.99 \cdot 10^{30}$ kg) her. Berechnen Sie die Bahngeschwindigkeiten von Erde ($r_E = 1.49 \cdot 10^{11}$ m), Venus ($r_V = 1.08 \cdot 10^{11}$ m) und Jupiter ($r_J = 7.78 \cdot 10^{11}$ m).
- b) Das zweite Keplersche Gesetz (Flächensatz) kann in der Form

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2m} \cdot L$$

geschrieben werden, wobei dA die in der Zeit dt überstrichene Fläche ist, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ der Bahndrehimpuls und m die Masse des Planeten. Leiten Sie daraus das dritte Keplersche Gesetz (für Kreisbahnen) ab, indem Sie $\frac{dA}{dt}$ über eine Periode T integrieren. Berechnen Sie damit die Umlaufzeiten von Erde, Venus und Jupiter um die Sonne.

- c) Benutzen Sie das dritte Keplersche Gesetz, um die Entfernung des Mondes von der Erde abzuschätzen (Umlaufzeit des Mondes $T = 27.3$ d, Erdbeschleunigung $g = 9.81$ m/s²).

Aufgabe 2 Arbeit im Gravitationsfeld, kosmische Geschwindigkeiten

Ein Satellit der Masse $m = 100$ kg umrundet die Erde ($M_E = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg, $R_E = 6370$ km) auf einer kreisförmigen Bahn.

- a) Der Satellit soll sich zu jedem Zeitpunkt über demselben Punkt auf der Erdoberfläche befinden (geostationär). Über welchem Breitengrad muss der Satellit stehen? Berechnen Sie den Abstand eines geostationären Satelliten von der Erde.
- b) Wie groß wären theoretisch die Umlaufdauer und die Bahngeschwindigkeit eines Satelliten, der sich direkt über der Erdoberfläche befindet? Vernachlässigen Sie dabei Luftreibung und etwaige Hindernisse.
- c) In welchem Abstand von der Erde muss der Satellit gebracht werden, damit er die Erde auf der Äquatorialbahn in zwei Stunden einmal umkreist? Welche Arbeit muss dabei verrichtet werden, um den Satelliten von der Erdoberfläche aus auf diese Umlaufbahn zu bringen. Betrachten Sie dazu die Änderungen von potentieller und kinetischer Energie.
- d) Am Ende seines Lebenszyklus soll der Satellit aus seiner Umlaufbahn um die Erde entfernt werden, um Zusammenstöße mit anderen Satelliten zu vermeiden. Auf welche Geschwindigkeit (in radialer Richtung) muss der Satellit mindestens beschleunigt werden, damit er von der in Teilaufgabe c) berechneten Umlaufbahn aus dem Gravitationsfeld der Erde entkommt? Welche Arbeit muss dabei verrichtet werden?