

---

**Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik I**  
**Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik**  
**Wintersemester 2011/12**

---

Blatt Nr. 5

15. November 2011

### **Aufgabe 1 Energieverlust geladener Teilchen in Materie**

Geladene Teilchen werden in Materie durch Stöße mit Elektronen und Kernen abgebremst. Ein schweres Teilchen der Ladung  $z \cdot e$  und der Masse  $M$  fliegt mit der Geschwindigkeit  $v$  ( $\ll c$ ) im Abstand  $b$  an einem Elektron vorbei.

- a. Berechnen Sie den Energieübertrag auf das Elektron.
- b. Bestimmen Sie den durchschnittlichen Energieverlust des schweren Teilchens in Materie mit der Elektronendichte  $N_e$ . Integrieren Sie dafür den Energieverlust über den Abstand von  $b_{min}$  bis  $b_{max}$ .
- c. Schätzen Sie Werte für  $b_{min}$  und  $b_{max}$  ab, und berechnen Sie so den Energieverlust eines schweren, nichtrelativistischen Teilchens in Materie. (Hinweis:  $b_{min}$  erhält man aus der Unschärfere-lation,  $b_{max}$  aus der Annahme, dass die Dauer der Wechselwirkung gleich der Umlaufdauer des Elektrons um den Atomkern ist.
- d. Die genauere quantenmechanische Rechnung führt zur Bethe-Bloch-Gleichung

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{e^4 N_e z^2}{4\pi\epsilon_0^2 m_e v^2} \cdot \left( \ln \frac{2m_e v^2}{I} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right)$$

( $I$  ist das mittlere Ionisationspotential, näherungsweise gilt:  $I = 16 \cdot Z^{0.9}$  eV .) Zeigen Sie, dass der Energieverlust  $dE/dx$  bei  $\beta_{min}$  ein Minimum besitzt, und schätzen Sie die Lage dieses Minimums ab.

### **Aufgabe 2 Compton-Effekt**

Bei der inelastischen Streuung von  $\gamma$ -Quanten an Elektronen überträgt ein Photon einen Teil seiner Energie auf ein ruhendes Elektron und fliegt unter einem Streuwinkel  $\theta_\gamma$  weiter.

- a. Berechnen sie die kinetische Energie des gestreuten Elektrons in Abhängigkeit vom Streuwinkel  $\theta_\gamma$  und der Energie des Photons  $E_\gamma$ .
- b. Der maximale Energieübertrag auf das Elektron erfolgt bei der Rückstreuung des  $\gamma$ -Quants ( $\theta_\gamma = 180^\circ$ ). Berechnen Sie die Energiedifferenz zwischen der ursprünglichen  $\gamma$ -Energie und der maximalen Elektronenenergie. Wie groß wird diese Energiedifferenz im Grenzfall hoher  $\gamma$ -Energien?
- c. Diskutieren Sie die Form des in der  $\gamma$ -Spektroskopie beobachteten Energiespektrums. Welche Unterschiede im Spektrum erwarten Sie für kleine und große Detektoren?

---

### **Aufgabe 3 Dirac-Algebra**

Zeigen Sie folgende Beziehungen für Dirac-Spinoren ( $w$  steht hier für  $u$  oder  $v$ )

$$(\bar{w}_1 \gamma_\mu w_2)^* = \bar{w}_2 \gamma_\mu w_1$$

$$(\bar{w}_1 \gamma_\mu w_2)(\bar{w}_2 \gamma_\nu w_1) = \text{Tr} [(w_1 \bar{w}_1) \gamma_\mu (w_2 \bar{w}_2) \gamma_\nu]$$

$$\text{Tr}(\boldsymbol{a} \boldsymbol{b}) = 4ab$$

$$\text{Tr}(\boldsymbol{a} \gamma_\mu \boldsymbol{b} \gamma_\nu) = 4 [a_\mu b_\nu + a_\nu b_\mu - (ab) g_{\mu\nu}]$$