

---

**Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik II**  
**Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik**  
**Sommersemester 2011/12**

---

Blatt Nr. 3

2. Mai 2012

### **Aufgabe 1 : Topquark-Erzeugung in Elektron-Positron-Annihilation**

Das Topquark hat eine Masse  $m = 172$  GeV. An einem zukünftigen  $e^+e^-$  Linear Collider mit je 250 GeV Strahlenergie im CMS können Paare von Top-Antitop-Quarks über die Vernichtung in ein Photon und ein Z-Boson erzeugt werden. Hier soll nur der Photon-Beitrag betrachtet werden:  $e^-(p) + e^+(k) \rightarrow \gamma \rightarrow t(p') + \bar{t}(k')$ .

- a. Zeigen Sie, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt im CMS geschrieben werden kann in der Form (wobei die Elektronmasse = 0 gesetzt wird)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} |\mathcal{M}|^2$$

mit  $s = (p + k)^2$  [außerdem wie üblich  $t = (p - p')^2$ ,  $u = (p - k')^2$ ]. Der Streuwinkel  $\theta$  ist der Winkel zwischen  $\vec{p}$  und  $\vec{p}'$ .

- b. Berechnen Sie den unpolarisierten differentiellen Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  mit Hilfe des Matrixelements  $\mathcal{M}$  aus dem zugehörigen Feynmangraphen, sowie den totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma(e^+e^- \rightarrow t\bar{t})$  durch Integration über  $d\Omega$  und diskutieren Sie die Energieabhängigkeit.

### **Aufgabe 2 : Topquark-Erzeugung in Proton-Antiproton-Kollisionen**

Am Proton-Antiproton-Collider Tevatron erfolgt die Erzeugung von Top-Antitop-Paaren vorrangig über den Parton-Prozess der Quark-Antiquark-Annihilation via Gluon-Austausch,  $q(p) + \bar{q}(k) \rightarrow G \rightarrow t(p') + \bar{t}(k')$ .

Berechnen Sie den unpolarisierten Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  im CMS für den angegebenen Parton-Prozess gemäß den Feynman-Regeln für die QCD (mit masselosen  $q, \bar{q}$ ), sowie den zugehörigen totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma(q\bar{q} \rightarrow t\bar{t})$ . Dabei ist zu beachten, dass über die Colour der Gluonen und der  $t, \bar{t}$ -Quarks zu summieren und über die Colour der  $q, \bar{q}$ -Quarks zu mitteln ist.

Diskutieren Sie die Größenordnung im Vergleich zur Topquark-Erzeugung in Elektron-Positron-Annihilation (mit  $\alpha_s \simeq 0.1$ ).

### **Aufgabe 3 : $e^+e^-$ Collider**

Durch Kollision von Elektronen und Positronen bei genügend hohen Energien lassen sich alle elektromagnetisch und schwach wechselwirkenden Teilchen erzeugen. In Speicherringen werden diese dann in entgegengesetzter Richtung beschleunigt und mit der gleichen Energie zur Kollision gebracht.

- a. Welche Teilchen können erzeugt werden? Zeichnen Sie die Feynman-Diagramme der möglichen Reaktionen.

- b. Am LEP am CERN (Umfang 27 km, Betrieb bis 2000) konnten Elektronen und Positronen auf jeweils maximal 105 GeV beschleunigt werden. Schätzen sie unter Annahme einer idealen Kreisbahn ab, wieviel Energie man den Teilchen pro Umlauf als Ersatz für Strahlungsverluste durch Synchrotronstrahlung zuführen muss, um sie auf maximaler Energie zu halten.
- c. Im Bereich der  $Z^0$ -Resonanz ist der Teilchenerzeugungs-Wirkungsquerschnitt durch  $e^+e^-$ -Annihilation etwa 50 pb. Welche Luminosität ist erforderlich, um ein  $Z^0$  pro Stunde zu beobachten? Berechnen Sie die vom LEP erreichte Luminosität. Es sind jeweils 4 Teilchenpakete im Ring, der mittlere Strom pro Teilchensorte beträgt 2 mA und der Strahlquerschnitt ist  $0,02 \text{ mm}^2$ .

### Aufgabe 4 : Anzahl der Farben in der QCD

- a. Welche experimentellen Hinweise für die Existenz von Farbe als Eigenschaft der Quarks kennen Sie?
- b. Bei  $e^+e^-$ -Kollisionen werden Quarks und Leptonen erzeugt, d.h. sie koppeln über ihre elektrische Ladung. Der Wirkungsquerschnitt beträgt:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f\bar{f}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \left(\frac{Q_f}{e}\right)^2$$

(f = Fermion,  $Q_f$  = Ladung des Fermions). Welche Werte für das Verhältnis

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

erwarten Sie bei Schwerpunktsenergien von 2.8, 5.0 und 15 GeV?

- c. Ab welcher Energie muss man die Produktion von  $\tau^+\tau^-$ -Paaren berücksichtigen? Wie ändert sich damit das Verhältnis  $R$ ?
- d. Welche Änderung von  $R$  erwarten Sie, wenn die Schwelle für die top-Quark-Produktion überschritten wird?