

---

**Übung zur Kern- Teilchen- und Astrophysik II**  
**Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik**  
**Sommersemester 2011/12**

---

Blatt Nr. 7

1. Juni 2012

### Aufgabe 1 Chiralität und Helizität

Ein  $e^-$ -Spinor  $u_{\pm}(p)$  zu Impuls  $p^{\mu} = (E, \vec{p})$  und Helizität  $\pm\frac{1}{2}$  kann geschrieben werden in der Form (ohne auf die Normierung zu achten)

$$u_{\pm}(p) = \begin{pmatrix} \chi_{\pm} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_{\pm} \end{pmatrix}$$

wobei die 2-komponentigen Spinoren  $\chi_{\pm}$  Lösungen der Eigenwertgleichung  $(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})\chi_{\pm} = \pm\chi_{\pm}$  sind, mit  $\vec{n} = \vec{p}/|\vec{p}|$  (siehe Kap. 1.3 aus Kern- und Teilchenphysik I).

a. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\frac{1}{2}\gamma_5 \not{s} u_{\pm}(p) = \pm \frac{1}{2} u_{\pm}(p)$$

wobei

$$\not{s} = \gamma_{\mu} s^{\mu}, \quad (s^{\mu}) = \frac{1}{m}(p, \vec{n}p^0), \quad \text{mit } p \equiv |\vec{p}|$$

d.h.  $\frac{1}{2}\gamma_5 \not{s}$  ist die kovariante Form des Helizitätsoperators  $\frac{1}{2}\vec{\Sigma} \cdot \vec{n}$ .

b. Zeigen Sie, dass für hochenergetische Teilchen ( $p \gg m$ ) gilt:

$$\frac{1}{2}\gamma_5 u_{\pm}(p) = \pm \frac{1}{2} u_{\pm}(p)$$

d.h. Chiralität = Helizität.

### Aufgabe 2 : Massive Vektorfelder

Ein freies, massives Vektorfeld hat die Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{m^2}{2}A^{\mu}A_{\mu}$$

mit  $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ .

a. Stellen Sie die Bewegungsgleichung für  $A^{\nu}$  gemäß Euler-Lagrange auf,

$$\partial_{\mu} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}A_{\nu})} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_{\nu}} = 0$$

Berechnen Sie die Divergenz der Bewegungsgleichung und benutzen Sie das Ergebnis, um die Bewegungsgleichung in eine Klein-Gordon-Gleichung für die Feldkomponenten  $A^{\nu}$  umzuformen.

b. Zeigen Sie, dass der Feynman-Propagator für massive Vektorteilchen die Form hat:

$$\frac{-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{m^2}}{k^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Lösen Sie dazu die Differentialgleichung für die Greensche Funktion  $D^{\nu\rho}$ ,

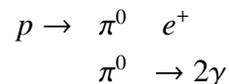
$$\left[ g_{\mu\nu}(\square + m^2) - \partial_\mu \partial_\nu \right] D^{\nu\rho}(x - y) = g_\mu{}^\rho \delta^4(x - y)$$

im Impulsraum für die Fourier-Transformierte  $D^{\nu\rho}(k)$  mit Hilfe des Ansatzes

$$D^{\nu\rho}(k) = a(k^2)g^{\mu\rho} + b(k^2)k^\nu k^\rho$$

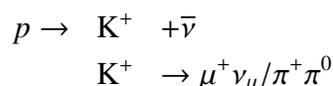
### Aufgabe 3 : Baryonenzahlerhaltung

- Wieso können Mesonen, im Gegensatz zu Baryonen, einzeln, d.h. ohne ihr jeweiliges Antiteilchen, erzeugt oder vernichtet werden?
- In Theorien, die über das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung hinausgehen (z.B. Supersymmetrie), wird der Proton-Zerfall vorhergesagt. Welche Tatsache unterstützt die Vermutung, dass die Baryonenzahl verletzt sein könnte?
- Überlegen Sie sich mögliche Zerfallskanäle für das Proton. Welche Quantenzahlen sind dabei jeweils verletzt bzw. erhalten?
- Welche untere Grenze für die Lebensdauer des Protons erhält man aus der natürlichen Strahlenbelastung des Menschen von 1mSv/a? Nehmen Sie an, dass bei einem Protonzerfall etwa die Hälfte der Protonruheenergie im Körper absorbiert wird.
- Experimente zur Suche nach dem Protonzerfall benutzen z.B. unterirdische Wassertanks, in denen die Zerfallsprodukte über Čerenkov-Strahlung nachgewiesen werden können. Welche Wassermenge ist notwendig, um bei einer angenommenen Lebensdauer des Protons von  $\tau_p = 10^{34}$  a einen Protonzerfall pro Jahr im Detektor zu beobachten? Überlegen Sie sich, welche Ereignisse einen Beitrag zum Untergrund liefern.
- Der Zerfall



( $\tau_{\pi^0} = 8.4 \cdot 10^{-17}$  s,  $m_{\pi^0} = 135$  MeV) soll durch das Čerenkovlicht der geladenen Teilchen im Endzustand nachgewiesen werden. Wie groß ist der Winkel zwischen den beiden Schauern, die sich beim Zerfall ausbilden (hochenergetische  $e^+$ ,  $e^-$  und  $\gamma$  bilden elektromagnetische Schauer über Bremsstrahlung und Paarerzeugung)? Über welche Signatur kann man den Protonzerfall von Untergrundereignissen trennen?

- Supersymmetrische Theorien favorisieren den Zerfallskanal



Wie ist die Zerfallssignatur in einem Wasser-Čerenkov bzw. einem Flüssigszintillator-Detektor?

---

## **Aufgabe 4 : Bestimmung der Quantenzahlen des Higgs-Bosons**

Sollte das Higgs-Boson am Tevatron oder LHC tatsächlich entdeckt werden, so besteht der nächste Schritt zum Verständnis der elektroschwachen Symmetriebrechung in der Bestimmung seiner Quantenzahlen. Nehmen Sie an, man würde den Zerfall  $H \rightarrow \gamma\gamma$  beobachten.

- a. Durch welche Größen wird die Wellenfunktion des Endzustands eindeutig bestimmt?
- b. Angenommen, das Higgs-Boson hätte Spin 1, so müsste sich die Wellenfunktion unter Rotation wie ein Vektor verhalten. Welche Vektoren können Sie aus den in (a) gefundenen Größen konstruieren?
- c. Welche Symmetrien muss die Wellenfunktion des Higgs-Bosons ebenso wie die des Endzustands erfüllen? Für welche der in (b) konstruierten Vektoren ist dies der Fall? Was für einen Spin müsste das Higgs-Boson folglich besitzen?
- d. Für welche Mesonen ist der Zerfall in  $\gamma\gamma$  möglich? Welchen Spin haben diese Mesonen?