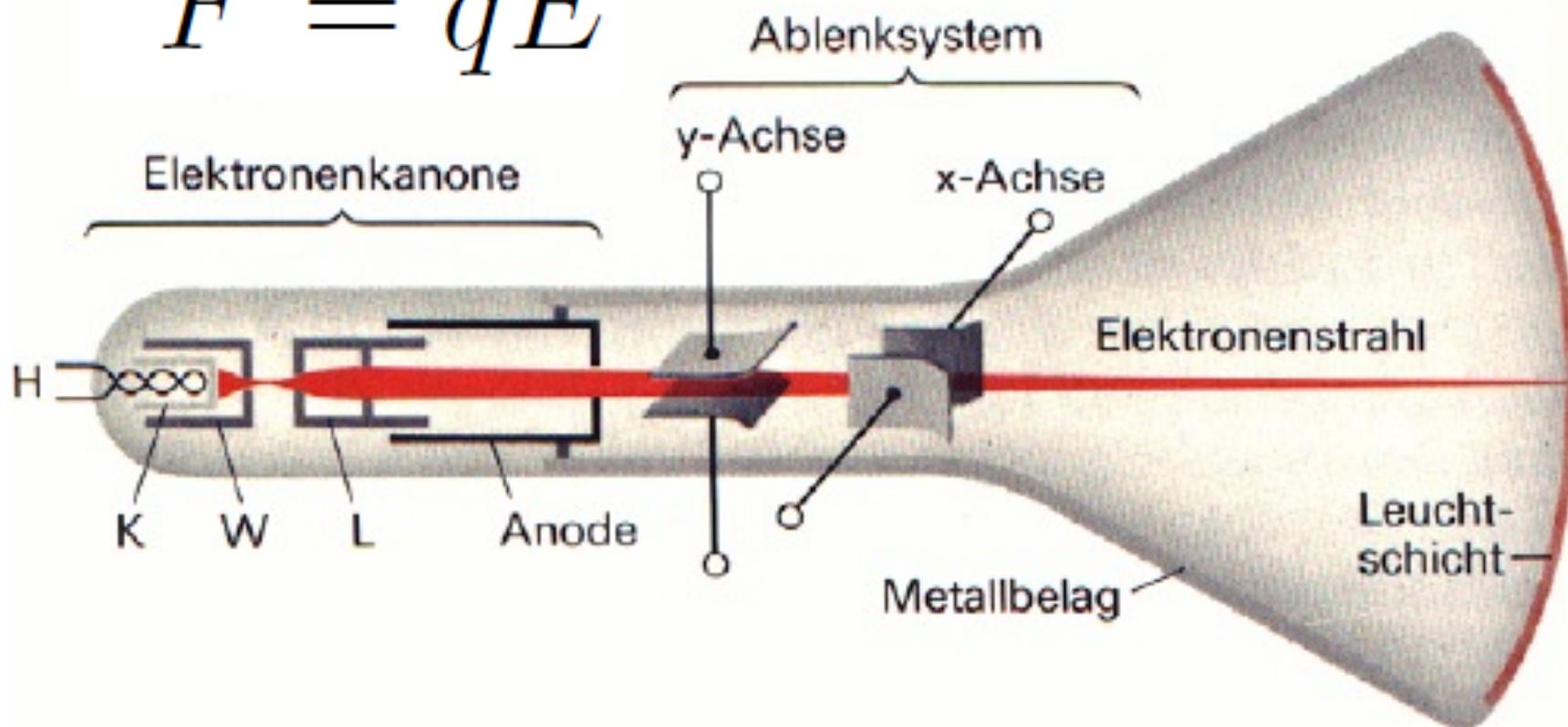


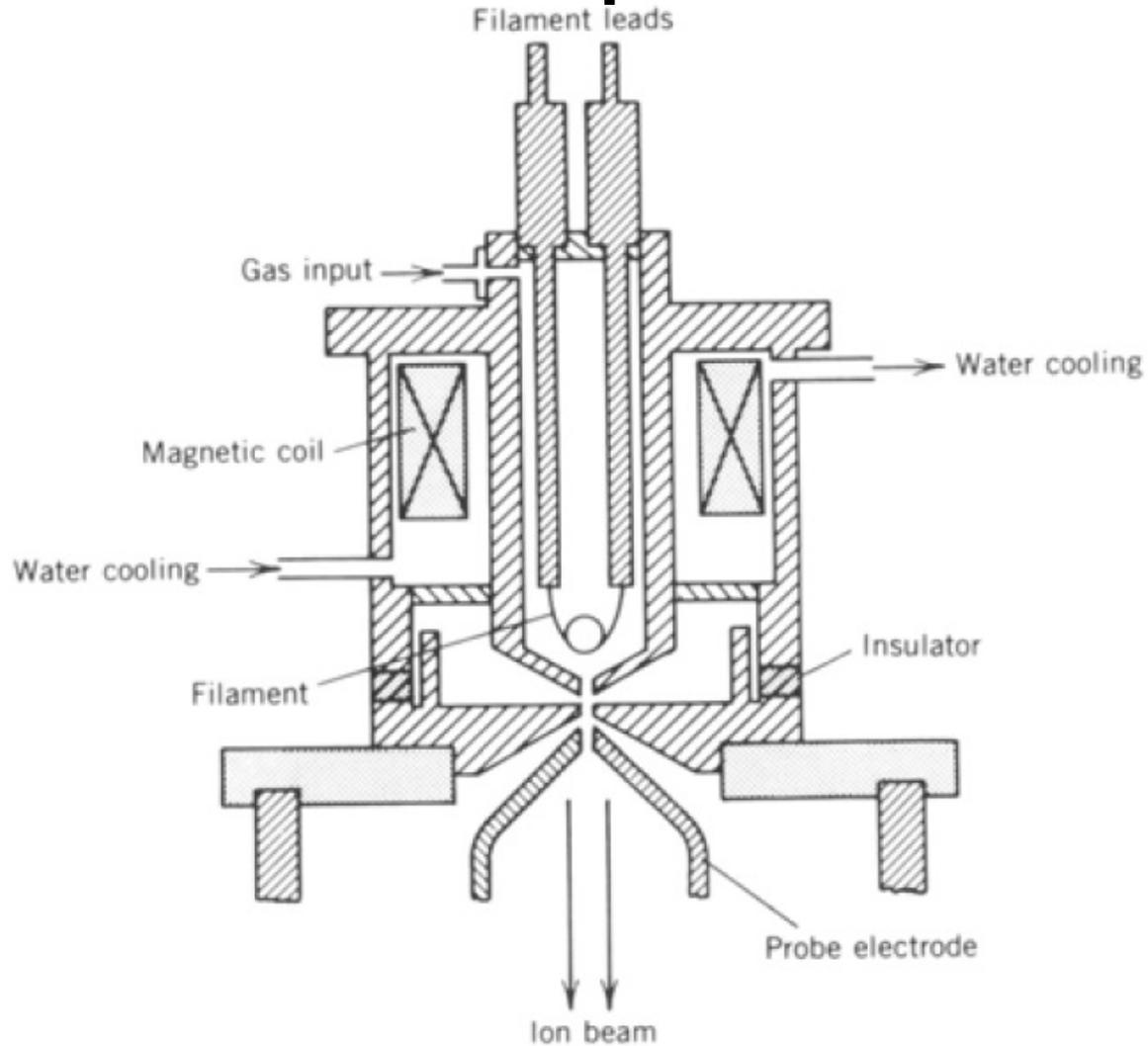
KTA 1

Folien zur Vorlesung vom 9.12.2013

$$\vec{F} = q\vec{E}$$



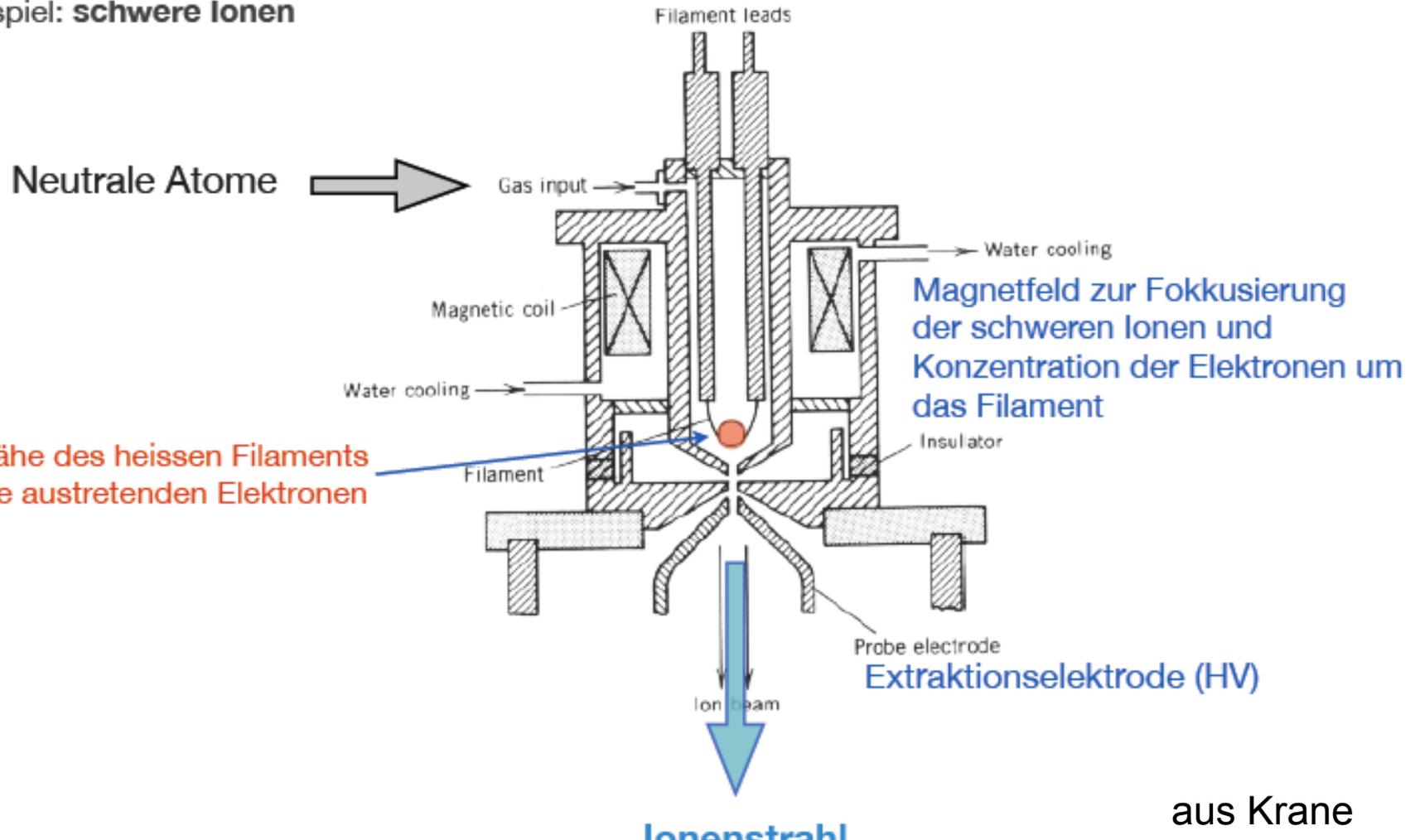
Ionenquelle



aus Krane

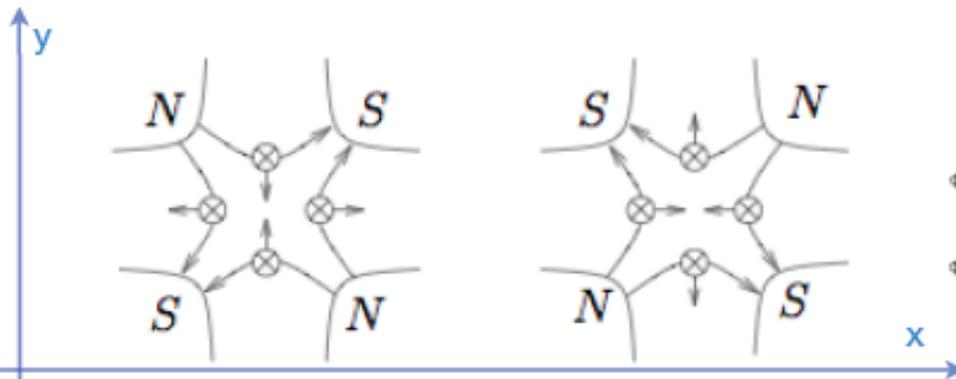
Ionenquelle

- Beispiel: **schwere Ionen**



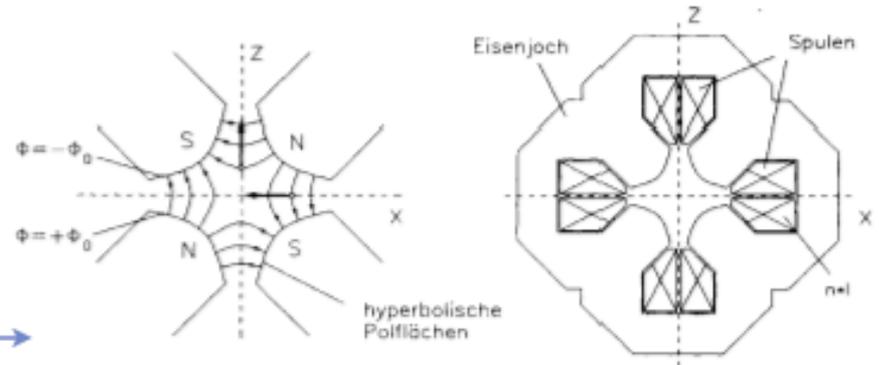
Fokussierung der geladenen Teilchen

- Ein Strahl geladener Teilchen wird auch im Vakuum durch die Coulomb-Abstossung divergieren
- Teilchen laufen also senkrecht zur Strahlrichtung auseinander
- Daher ist Fokussierung nötig, iA werden **Quadrupol-Felder** verwendet



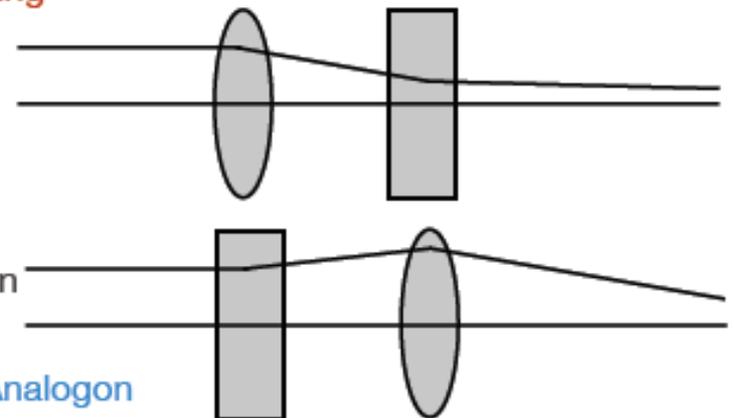
Fokussierung in y-Richtung
Defokussierung in x-Richtung

Fokussierung in x-Richtung
Defokussierung in y-Richtung



- Lösung: 2 hintereinander geschaltene Quadrupole

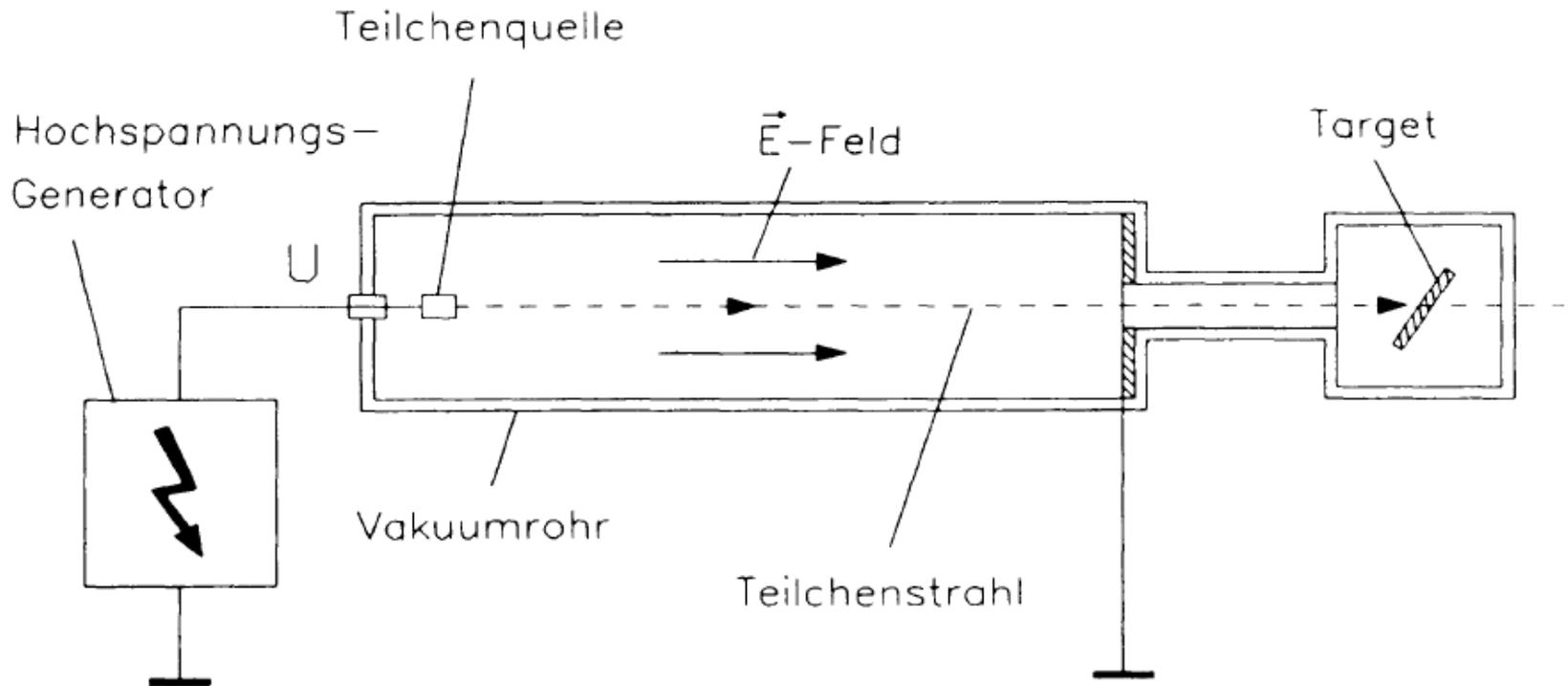
⇒ (um 90° gedreht) => Fokussierung in beiden Richtungen



Optisches Analogon

Elektrostatischer Beschleuniger

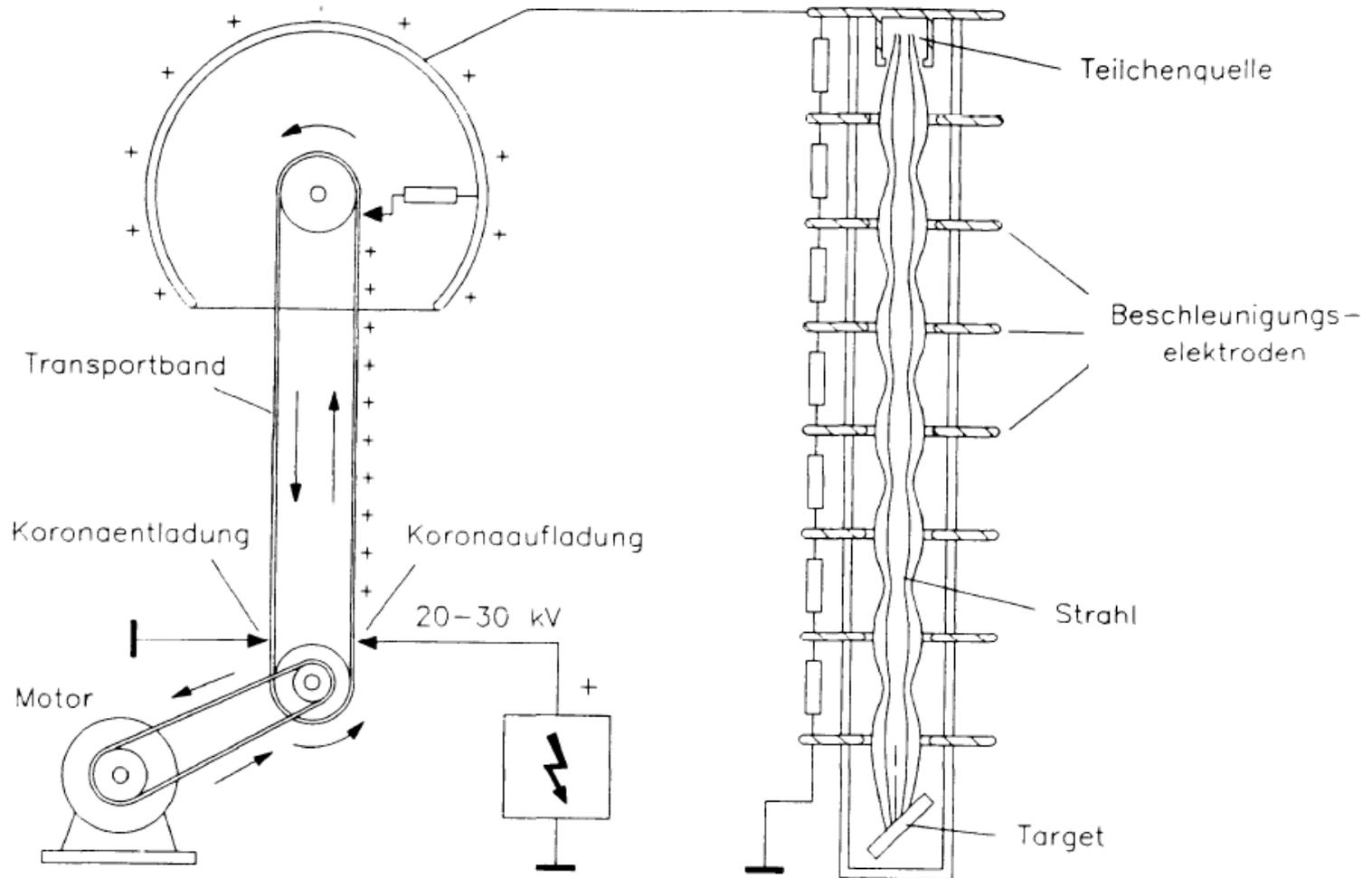
- Teilchen mit Ladung $q = Ze$ durchqueren Potentialdifferenz U
- Kinetische Energie der Teilchen $E = q U = Ze U$



- Solange: $qU \ll m_0c^2$, ist:

$$E_{kin} = m \frac{v^2}{2} = qU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

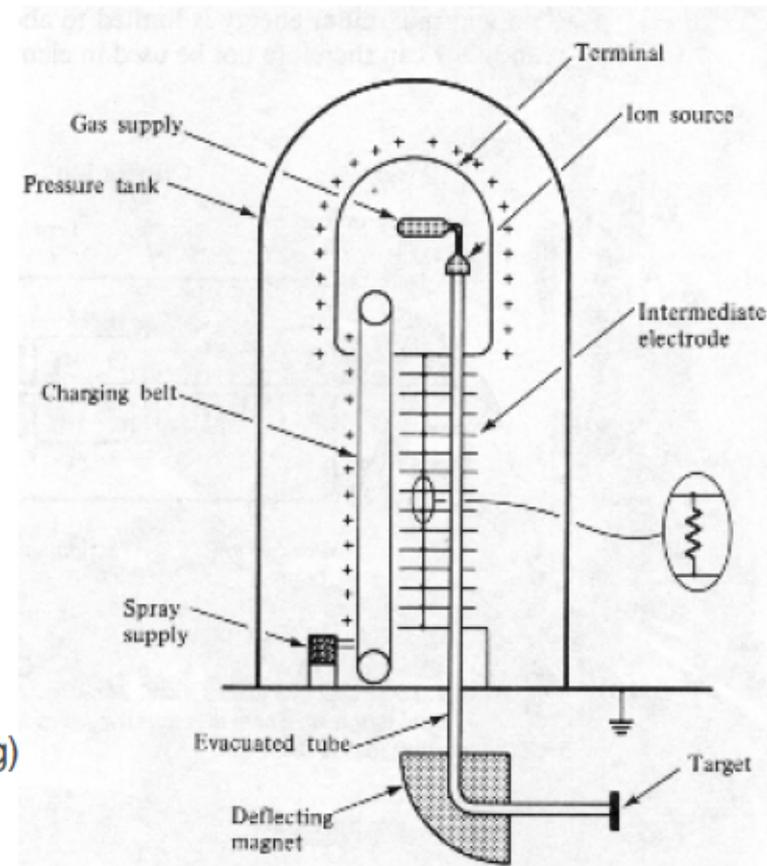
Van de Graaff Beschleuniger



Van-de-Graaff Beschleuniger

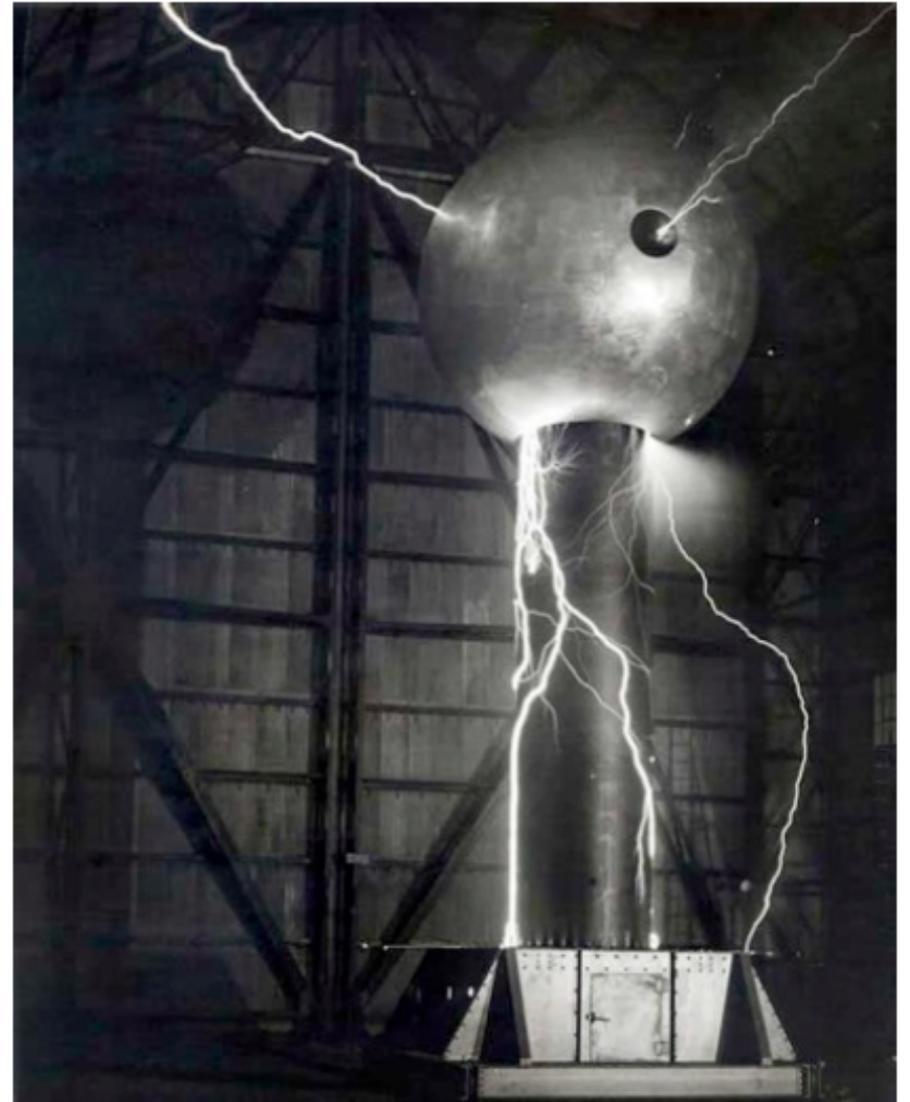
- Kugel ('Terminal') im Drucktank auf Erdpotential
- Terminal über isolierendes Transportband positiv geladen
- Ladungen: über Corona-Entladung auf Band gebracht und am Terminal mechanisch abgestreift
- Tank: mit Isoliergas (SF_6) gefüllt, zum Verhindern eines frühzeitigen Durchschlags
- Potentialdifferenz: 10-20 MV (~ 2 MV in Luft)
- Teilchen werden in Ionenquelle auf Terminalpotential erzeugt und passieren die Potentialdifferenz im evakuiertem Stahlrohr (Elektroden sorgen für gleichmässige Feldverteilung)

Nachteil: geringe Ladungsmenge dQ/dt , die pro Zeiteinheit auf das Band aufgesprüht wird und auf das Terminal transportiert werden kann



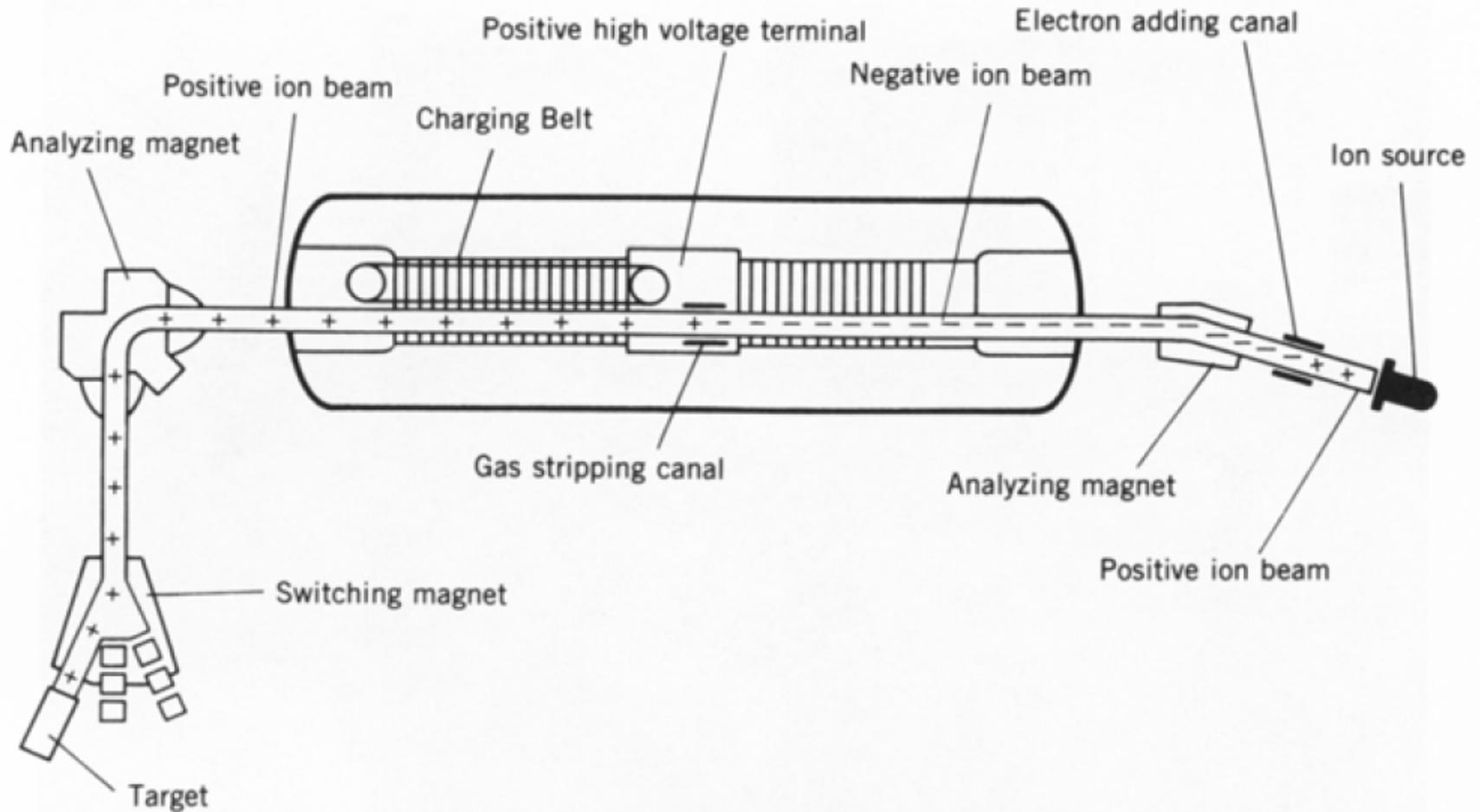


Van de Graaff (amerik. Physiker) mit erstem Modell, 1929, 80 kV (Bildquelle: MIT)



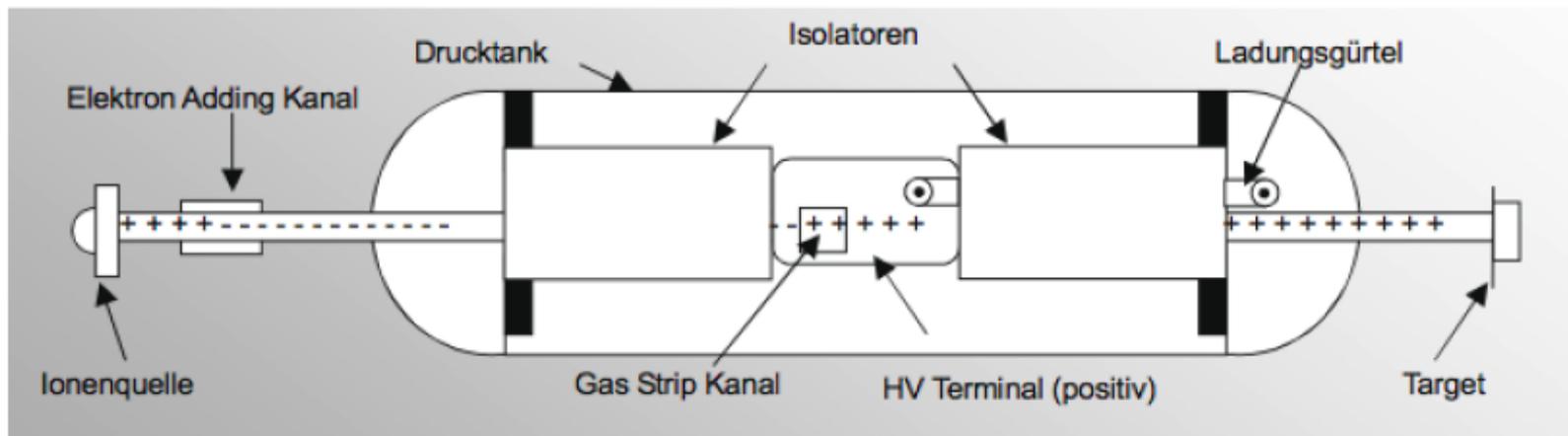
Zweites Modell, 1933, 5 MV (Bildquelle: MIT)

Tandembeschleuniger



Tandem Van-de-Graaff

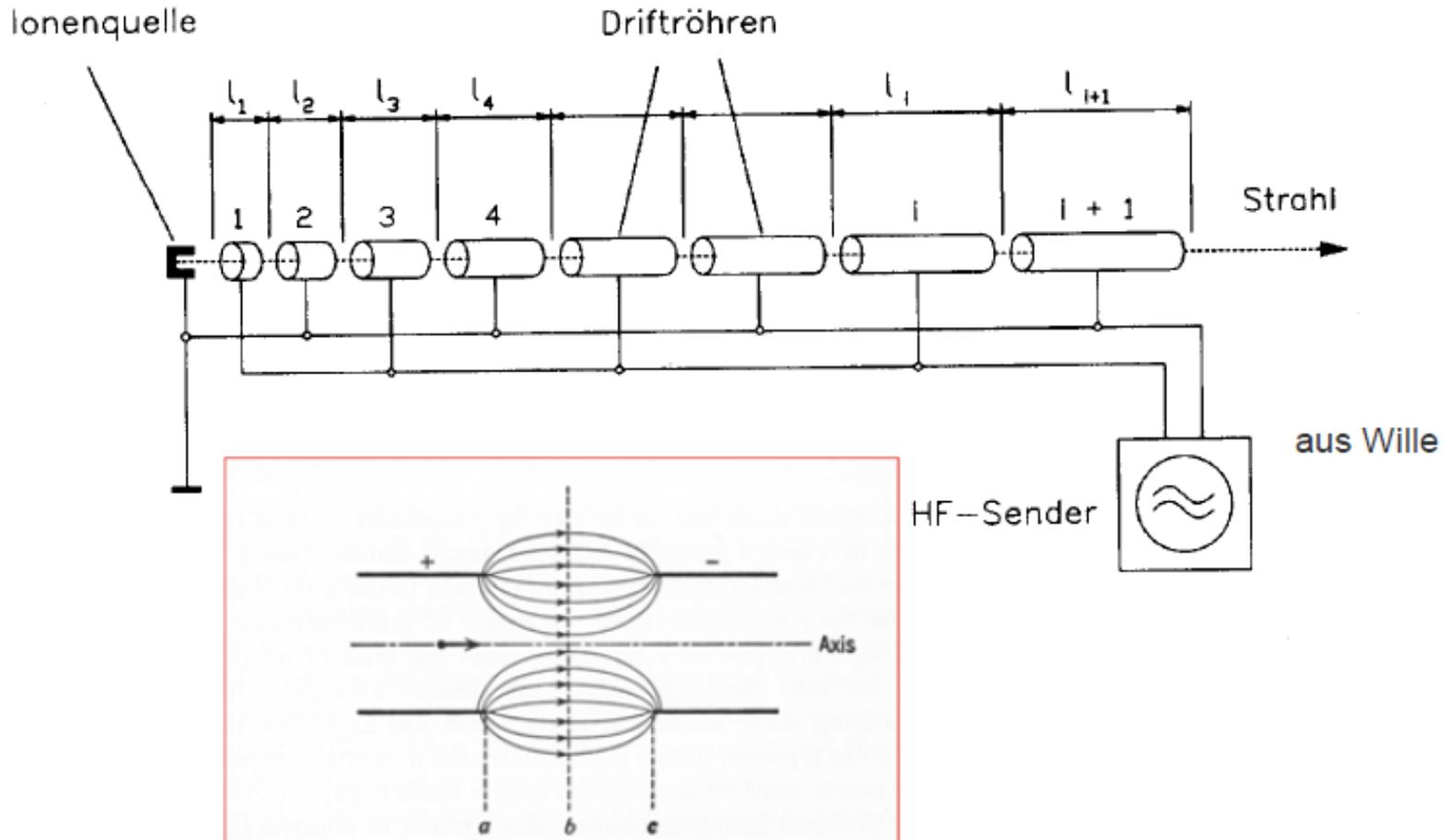
- Hier wird die Spannung am Terminal (in der Mitte der Anlage) zweimal ausgenutzt
- Einfach negative geladene Ionen (zB He^-) werden eingeschossen (in Ionenquelle auf Erdpotential erzeugt) und durch positive Spannung U beschleunigt
- Bis zum Terminal gewinnen diese die Energie $E = zeU$
- In feldfreien Mitte werden den Ionen e^- abgestreift ('Strippergas', zB N_2 oder Ar, oder dünne C-Folie), die positiv geladenen Ionen werden nochmal in der Potentialdifferenz U beschleunigt => Ladungsverteilung, wobei Ionen mit Ladung $z'e$ auf eine Energie $E' = z'eU$ beschleunigt werden
- $E_{\text{max}} = (z+z')eU$; Ionenquelle und Target können am selben Potential (ground) gehalten werden



Münchener 15 MV Tandem

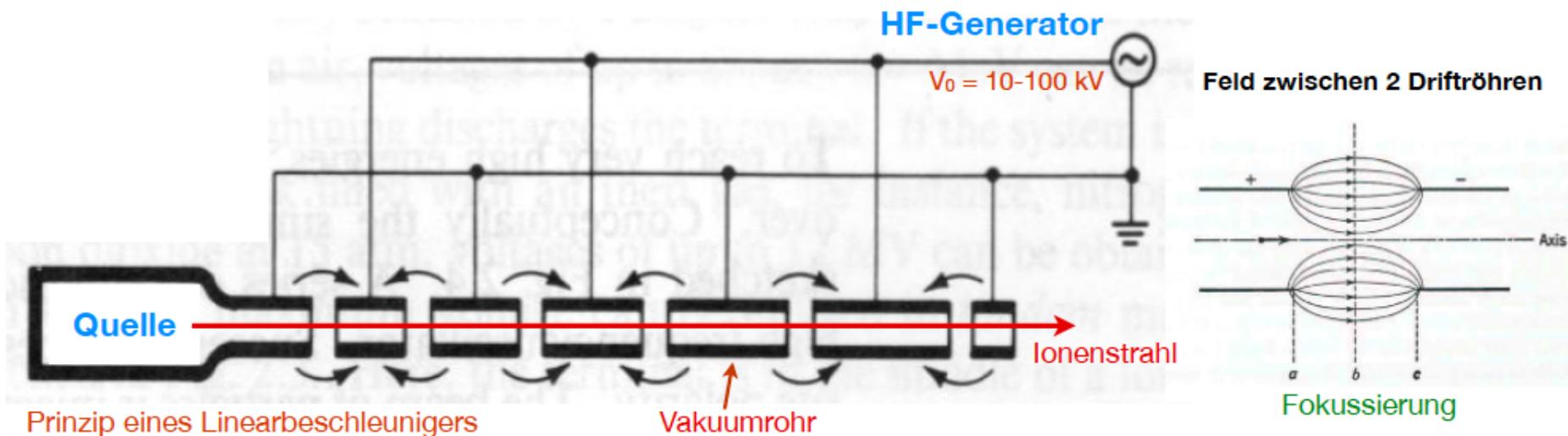


Linac (Wideroe type)



Linear Beschleuniger

- Teilchen durchlaufen mehrere Beschleunigungsstrecken, an denen eine Hochspannung anliegt, deren Phase so gewählt wird, dass die Teilchen immer eine beschleunigende Spannung erfahren
- Teilchen werden also sukzessiv beschleunigt: sie durfliegen evakuierte Röhren, wobei benachbarte Röhren auf entgegengesetztes Potential sind
- Das Innere der Röhren: feldfrei, die Teilchen werden in den Lücken durch das E-Feld beschleunigt
- Während das Teilchen die nächste Röhre durchfliegt, muss die Polarität geändert werden, damit es nicht in der nächsten Lücke gebremst wird => Hochspannungsgenerator mit hochfrequenter Wechselspannung
- Die Hochspannung hat also die Form $V = V_0 \cos(\omega t)$
- Mit $\omega = ct$. muss die Länge der Driftröhren mit wachsender Geschwindigkeit der Teilchen angepasst werden



Linear Beschleuniger

- Aufgenommene kinetische Energie nach der n-ten Röhre: $E_{kin} = n \cdot q \cdot V_0$
- Vorteil rel. zu den elektrostatischen Beschleuniger: die maximale Spannung wird nie grösser als V_0 , im Bereich ~ 100 kV
- **Nicht-relativistischer Fall:**

die Geschwindigkeit der Teilchen nach der n-ten Röhre:

$$v_n = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}}$$

die zum Durchqueren der Röhre benötigte Zeit muss die halbe Periode des Wechselfeldes sein:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2\nu} = \frac{\pi}{\omega}$$

die Länge der n-ten Röhre ist also:

$$l_n = v_n \cdot t = \frac{\pi}{\omega} \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}} = \frac{\pi}{\omega} \sqrt{\frac{2n \cdot q \cdot V_0}{m}} \propto \sqrt{n}$$

=> Länge der Driftröhre nimmt für NR Teilchen mit \sqrt{n} zu

Linearbeschleuniger

- Beispiel: wir wollen p mit einer Beschleunigungsspannung $V_0 = 500 \text{ kV}$ und einer Hochfrequenz von $\omega = 100 \text{ MHz}$ auf eine **Endenergie von 20 MeV** beschleunigen

=> Anzahl der Röhren:

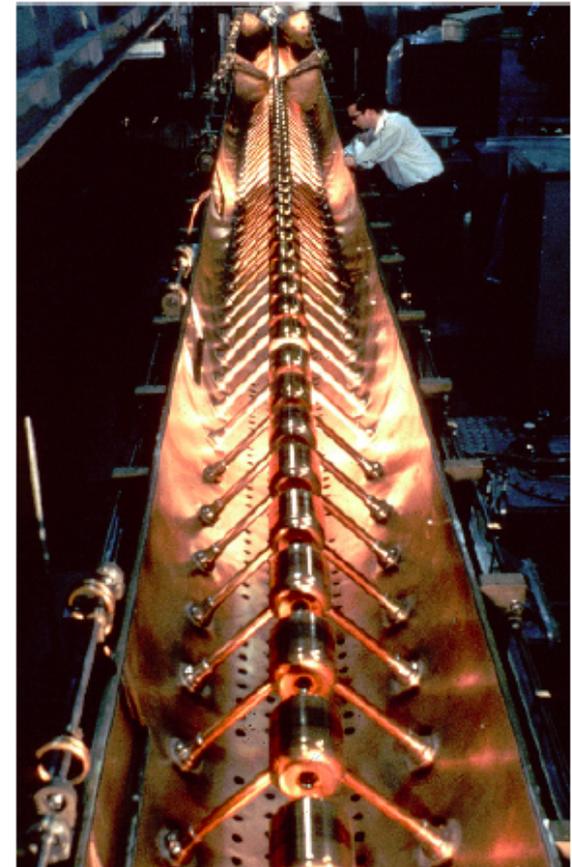
$$n = \frac{20 \text{ MeV}}{500 \text{ kV} \cdot e} = 40$$

=> Länge der 40-ten Röhre

$$l_{40} = \frac{\pi}{10^8} \text{ s} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ MeV}}{938.27 \text{ MeV} / c^2}} \approx \pi \cdot 3 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{40}{938.27}} \approx 1.94 \text{ m}$$

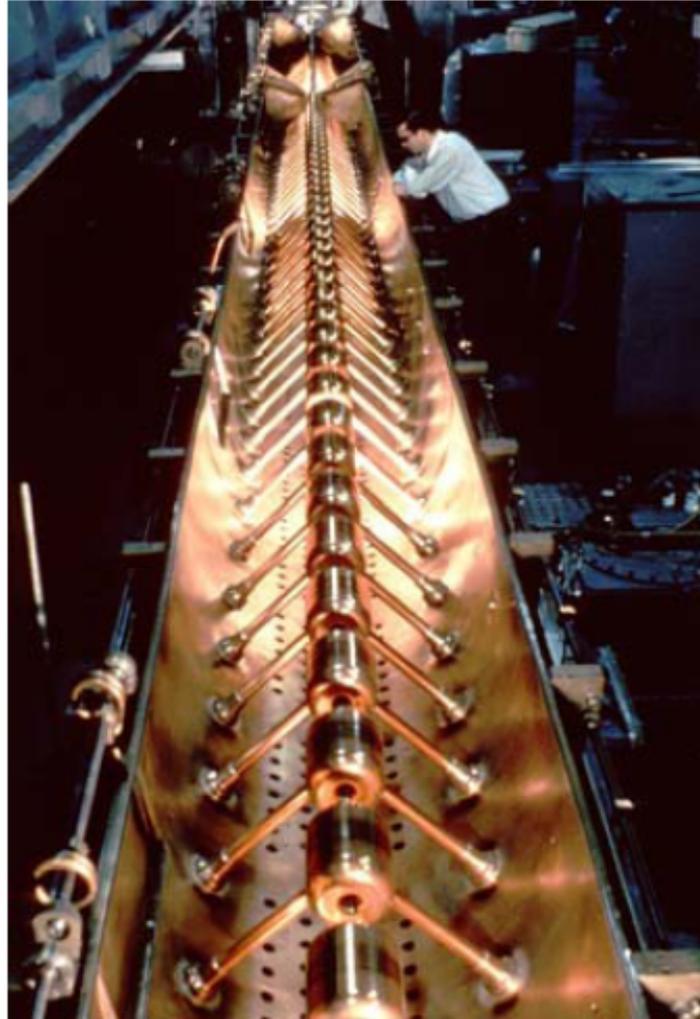
=> Gesamtlänge des Beschleunigers:

$$l_{\text{tot}} = \pi \cdot 3 \text{ m} \cdot \frac{1}{\sqrt{938.27}} \sum_{m=1}^{40} \sqrt{m} \approx 52 \text{ m}$$



Protonen-LINAC

Protonen Linac



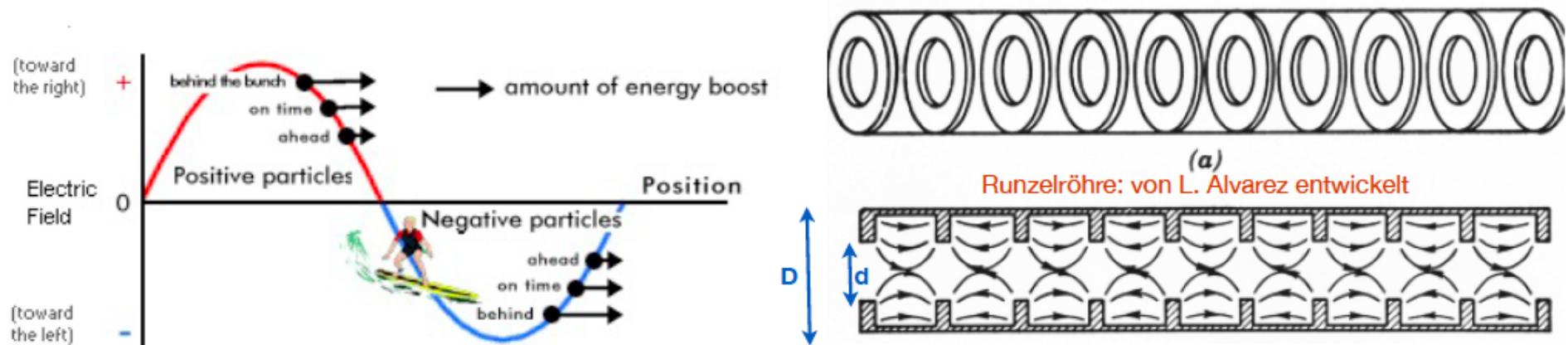
Linearbeschleuniger

- **Relativistischer Fall: $v \approx c$**
- die Länge der Driftröhren ist im Wesentlichen konstant (e^- : bereits bei Energien von einigen MeV)

=> einfachere Konstruktionen: Hohlleiterstruktur, in dem eine stehende Welle erzeugt wird

Beispiel: "Runzelröhre" Ringe in einem glatten Hohlleiter; Effekt der Ringe ist ein Absenken der Phasengeschwindigkeit der Welle auf unter c ; v_{phase} ist eine Fkt(d/D) (Verhältnis von Blenden-zu Röhrendurchmesser) -> kann an die Teilchengeschwindigkeit angepasst werden

ist $v_{\text{Phase}} = v_{\text{Teilchen}} \Rightarrow$ die Teilchen 'surfen' auf der Wellenfront der stehenden Welle

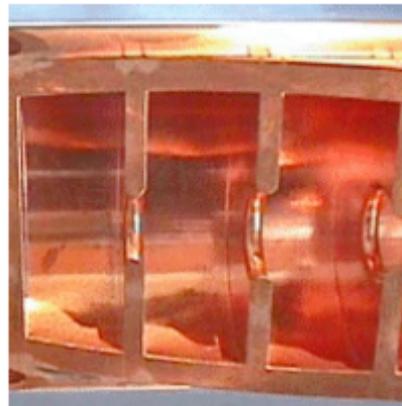
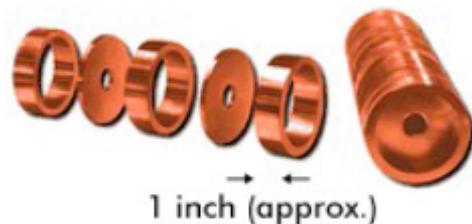


Teilchen schneller als Welle: kommen in das Gebiet kleinerer Feldstärke und werden **weniger beschleunigt**

Teilchen langsamer als Welle: kommen in das Gebiet höherer Feldstärke und erfahren eine **höhere Beschleunigung**

Linearbeschleuniger

- Am Ende kommen die Teilchen nicht kontinuierlich, sondern als Pakete (“bunches”) an; mit einem zeitlichen Abstand gleich einem Vielfachen ($j=1,2,\dots$) der Hochfrequenzperiode
- Auch hier müssen die Teilchen fokussiert werden (sonst treffen diese auf die Blenden): durch Quadrupollinsen (die in x- oder y-Richtung fokussierend wirken, und somit um 90° gegeneinander verdreht sind, damit ein Fokussiereffekt übrigbleibt)
- **Beispiel:** Stanford Linear Accelerator (SLAC)
- Länge: 2 Meilen
- Aus 80 000 Cu-Scheiben und Cu-Zylinder
- Elektronen und Positronen wurden bis auf 50 GeV beschleunigt



SLAC-LINAC

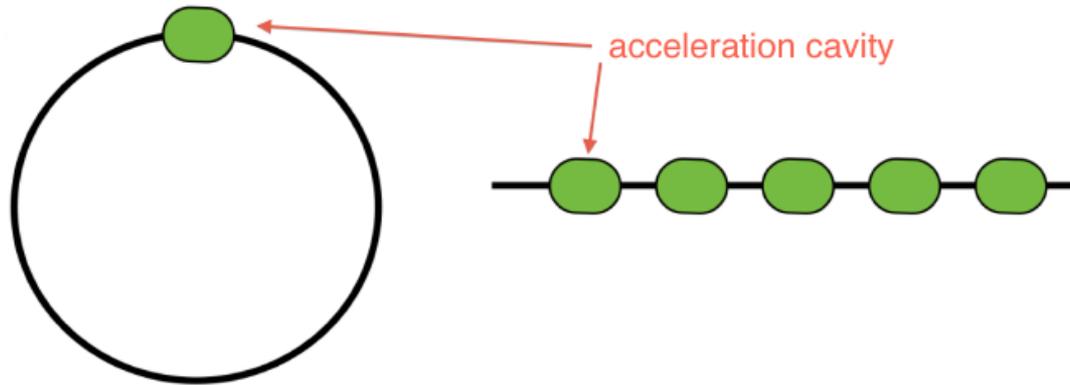


Figure 4.4: *Sketch of a circular (left) and linear (right) accelerator. A circular machine needs to have one acceleration cavity, while a linear machine needs several cavities in series in order to reach high energies.*

Cyclotron

$$m \frac{v^2}{\rho} = qvB$$

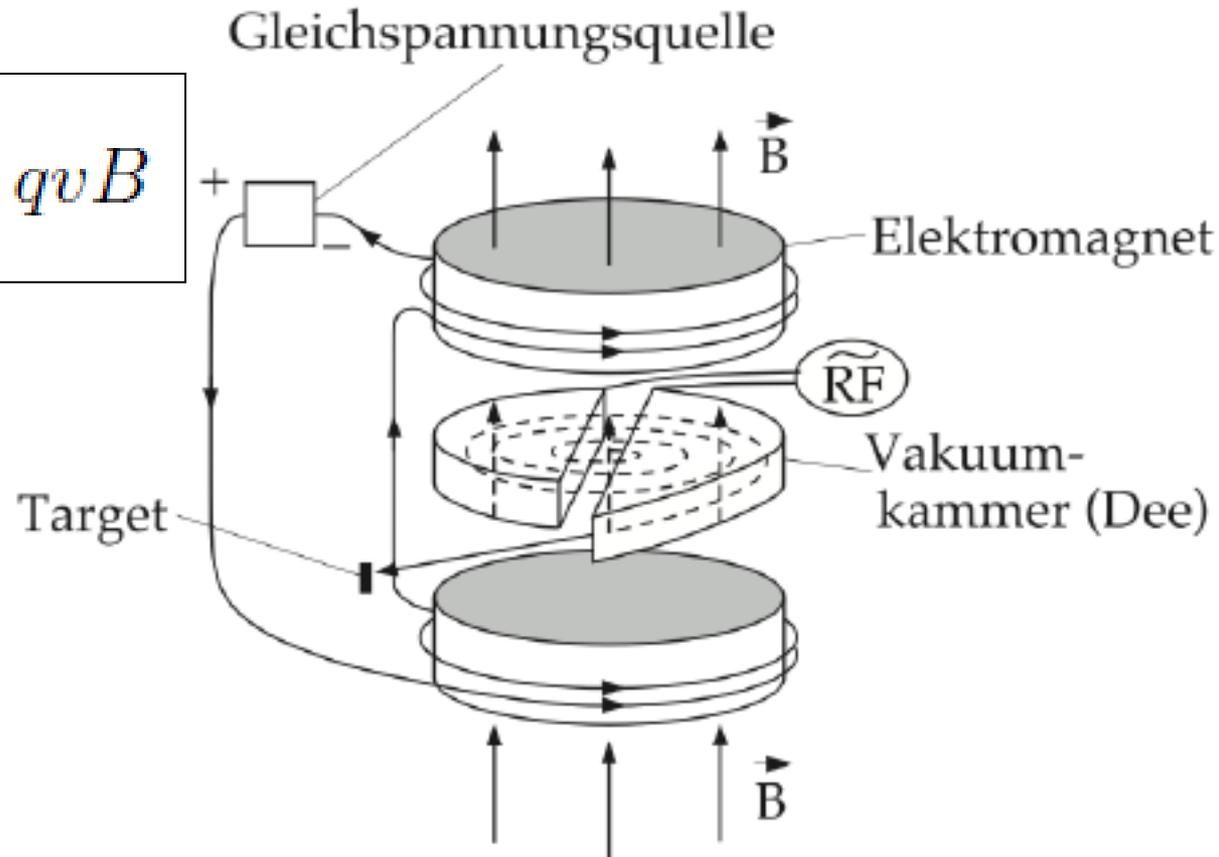


Figure 4.5: *Sketch of a cyclotron accelerator.* Source: [8, p. 108].

Cyclotrons

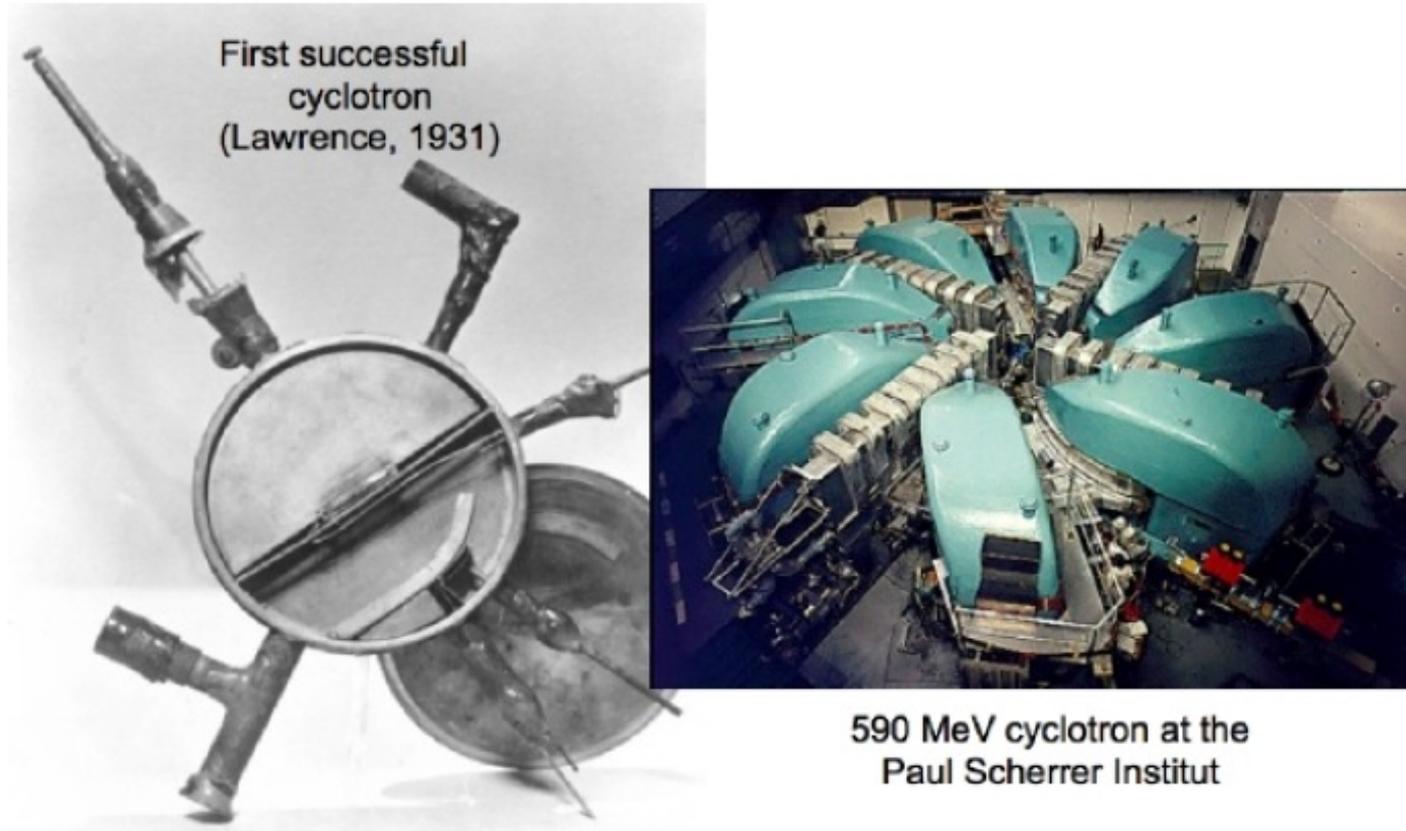


Figure 4.6: A first prototype of a cyclotron (by Lawrence) and the 590 MeV isochronous cyclotron at PSI.

Synchrotron

- Unabhängig von E.M. McMillan (USA) und V. Veksler (Russland) vorgeschlagen
- Heute sind die meisten modernen Maschinen Synchrotrons
- Anstatt einfach nur B oder nur ω_{HF} zu variieren, werden sowohl die Hochfrequenz der Beschleunigungsspannung als auch das Magnetfeld zeitlich synchron variiert, so dass die **Teilchen immer auf dem gleichen Radius im Vakuum umlaufen**
- Der Ablenkradius der Teilchen war:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{v}{qc^2} \cdot \frac{E_{kin}}{B}$$

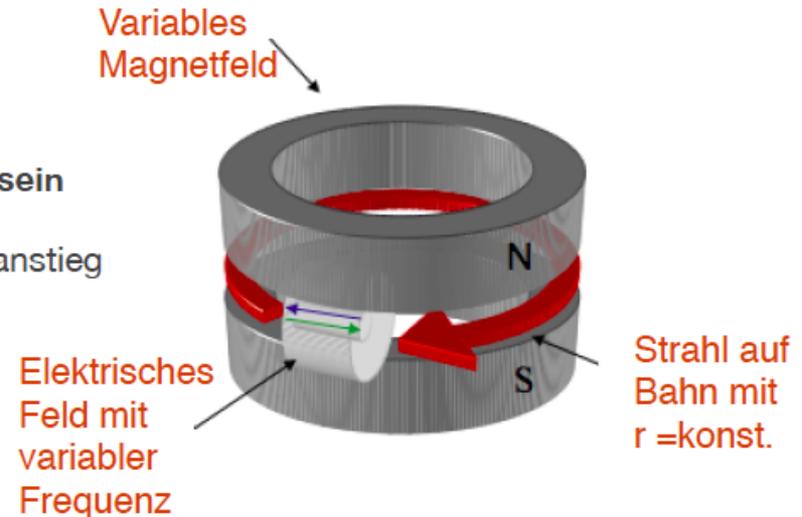
- damit $r = \text{konst.}$ bleibt, muss also $E_{kin}/B = \text{konst.}$ sein

- ➔ Das Magnetfeld muss proportional zum Energieanstieg hochgefahren werden
- ➔ Normalleitende Magneten: bis 1.5T
- ➔ Supraleitende Magneten: bis ~ 5T



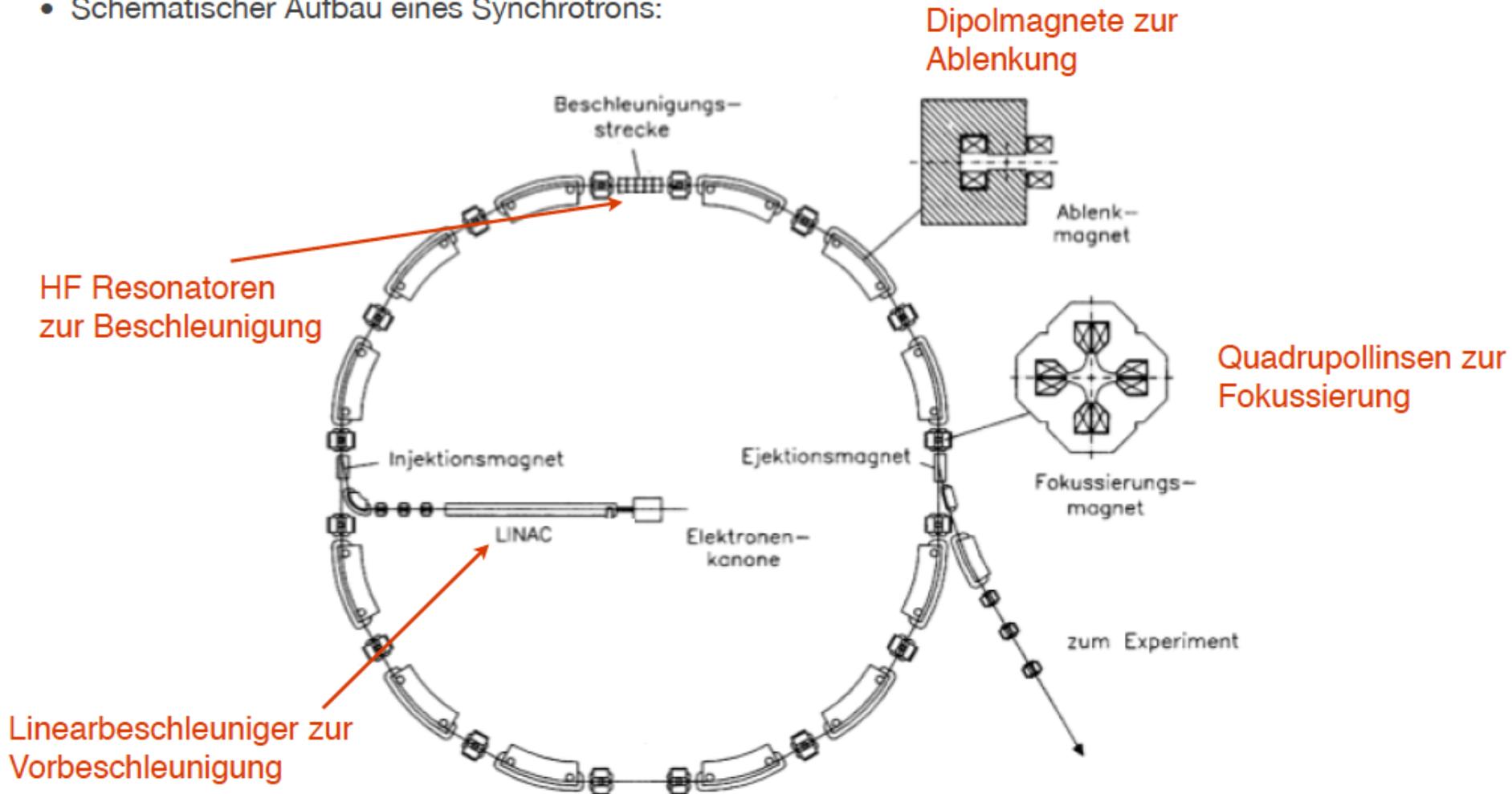
E.M. McMillan

V. Veksler



Synchrotron

- Schematischer Aufbau eines Synchrotrons:



Synchrotron

- Die Hochfrequenz muss so eingestrahlt werden, dass die Teilchen in der Beschleunigungsstrecke immer eine beschleunigende Spannung erfahren, und gleichzeitig auf demselben Radius im Vakuumrohr umlaufen
- da wir es hier mit relativistischen Teilchen zu tun haben, muss die Zyklotron-Rezonanzbedingung entsprechend angepasst werden
- Wir betrachten ein Teilchen, das sich im **Magnetfeld B** mit **Impuls p** und **Ladung q** bewegt. Aufgrund der Lorentzkraft bewegt es sich auf einem **Kreisbogen mit Radius r**:

$$p = qrB = \gamma m_0 v$$

- Die Gesamtenergie des Teilchens ist:

$$E_{tot} = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} = \sqrt{q^2 r^2 B^2 c^2 + m_0^2 c^4} = mc^2 = \gamma m_0 c^2$$

- Die **Zyklotron-Rezonanzbedingung** ist also:

$$\omega_c = \frac{qB}{\gamma m_0} = \frac{qB}{m} = \frac{qBc^2}{E_{tot}} = \frac{qBc^2}{\sqrt{q^2 r^2 B^2 c^2 + m_0^2 c^4}}$$

Synchrotron

- Für einen festen **Radius r** definiert die Beziehung den Zusammenhang zwischen B und ω_c :

$$\omega_c = k \cdot \frac{qBc^2}{E_{tot}} = k \cdot \frac{p}{r} \cdot \frac{c^2}{E_{tot}} = k \cdot \frac{c}{r} \cdot \frac{\gamma m_0 v c}{\gamma m_0 c^2} = k \cdot \frac{c}{r} \cdot \beta$$

wobei k = ganze Zahl, da auch höhere Harmonische der Grundfrequenz die Bedingung für die Beschleunigungsspannung der Teilchen erfüllen

→ die Frequenz wird mit ansteigender Geschwindigkeit der Teilchen hochgefahren, und bleibt dann bei $v = c$ konstant

- Der **Energiegewinn pro Umlauf** ist:

$$\Delta E_{\text{umlauf}} = eV_0 - \Delta E_{\text{verlust}}$$

- $\Delta E_{\text{verlust}}$ = die durch die Abstrahlung elektromagnetischer Strahlung verlorene Energie (Synchrotronstrahlung)

Synchrotronstrahlung

- Geladene Teilchen, die mit einer Geschwindigkeit $v = \beta c$ auf einer Kreisbahn mit Radius r umlaufen, emittieren Bremsstrahlung
- Es gilt für die abgestrahlte Leistung:

$$P = \frac{2e^2 c}{3R^2} \cdot \left(\frac{E}{m_0 c^2} \right)^4 = \frac{2e^2 c \gamma^4}{3R^2}$$

→ Teilchen mit kleiner Ruhemasse wie Elektronen strahlen viel mehr Leistung ab als schwere Teilchen

- Der Energieverlust pro Umlauf ist dann:

$$\Delta E_{\text{verlust}} = \frac{P \cdot 2\pi R}{c} = \frac{4\pi e^2 \gamma^4}{3R}$$

- Für Elektronen gilt (wenn man Zahlenwerte einsetzt):

- $$\Delta E_{\text{verlust}} = 8.85 \times 10^{-5} \frac{E^4 [\text{GeV}^4]}{r [\text{km}]} \cdot \left[\frac{\text{MeV}}{\text{Umlauf}} \right]$$

Synchrotronstrahlung

- Beispiel: $E = 6 \text{ GeV}$, $R = 100 \text{ m}$
- Für Elektronen ist

$$\gamma = \frac{mc^2}{m_0c^2} = 12 \cdot 10^3$$

$$\Delta E_{\text{verlust}} = 1.25 \text{ MeV}$$

- also verlieren die Elektronen 1.25 MeV pro Umlauf!
- **die maximal erreichten Energien sind $E_e \sim 100 \text{ GeV}$**
- Eine Alternative wäre, Myonen in einem Kreisbeschleuniger zu verwenden
- $m_\mu/m_e = 207$
 - ➔ bei gleicher Energie ist die Synchrotronstrahlung von Myonen um eine Faktor $(207)^4 \approx 1.8 \times 10^9$ kleiner

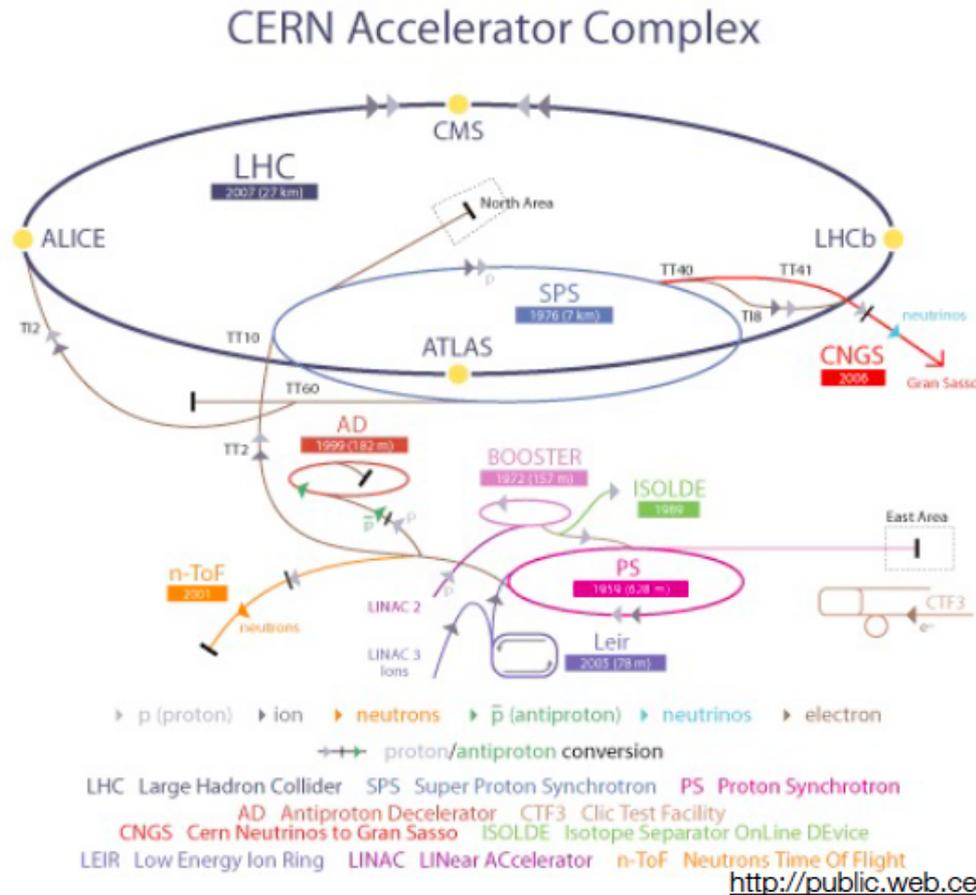
- Bei Protonen sind die Verluste vernachlässigbar; $m_0c^2 = 938 \text{ MeV}$
 - ➔ $(m_p/m_e) = 1835.6$
 - ➔ der Unterdrückungsfaktor für Protonen beträgt also $(1835.6)^4 \approx 1.13 \times 10^{13}$
- Bisher sind die maximalen Energien für Protonen $E_p = 1 \text{ TeV}$
 - ➔ ist $V_0 = 500 \text{ kV}$, so müssen die Protonen 10^6 mal umlaufen, bis zu $E_p = 1 \text{ TeV}$

Beispiele for Synchrotrons

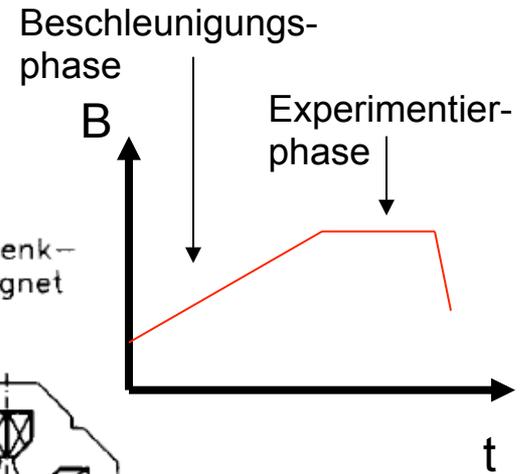
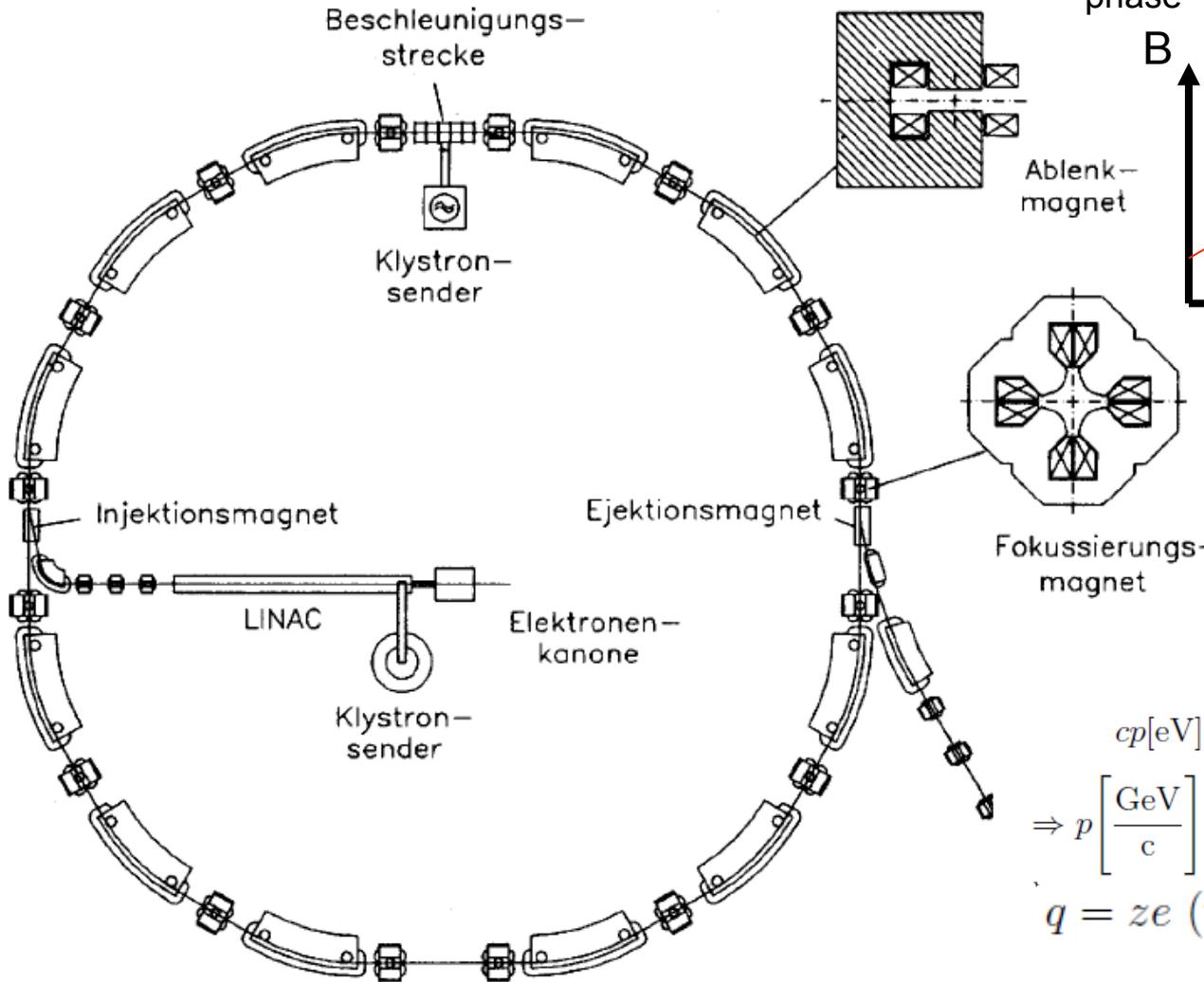
- CERN SuperProtonSynchrotron (SPS, 1976): $r = 1.1 \text{ km}$, $B_{\text{max}} = 1.4 \text{ T}$, maximaler Impuls $p_{\text{max}} = 450 \text{ GeV/c}$
- CERN LHC: $r = 4.3 \text{ km}$ ($\pi r^2 = 27 \text{ km}^2$), $B_{\text{max}} = 5.4 \text{ T}$, maximaler Impuls $p_{\text{max}} = 7 \text{ TeV/c}$



SPS Tunnel (oben); 1317 Elektromagnete, darunter 744 Diplomagnete



Synchrotron



$$\rho = \frac{p}{qB}$$

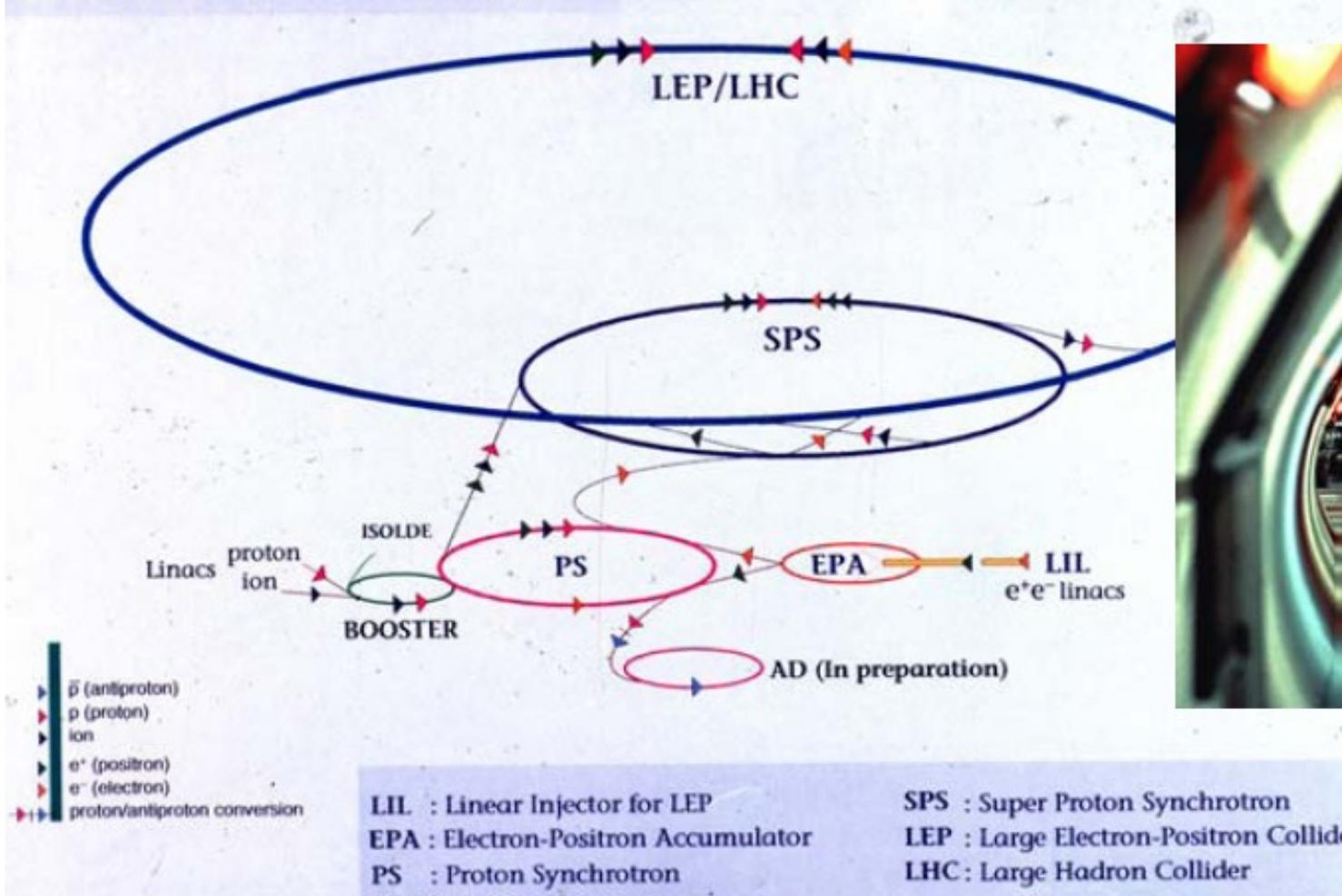
$$cp[\text{eV}] = czB\rho = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} zB[\text{T}]\rho[\text{m}]$$

$$\Rightarrow p \left[\frac{\text{GeV}}{c} \right] = 0.3zB[\text{T}]\rho[\text{m}]$$

$$q = ze \text{ (with } e \text{ the unit charge)}$$

Die CERN Beschleuniger

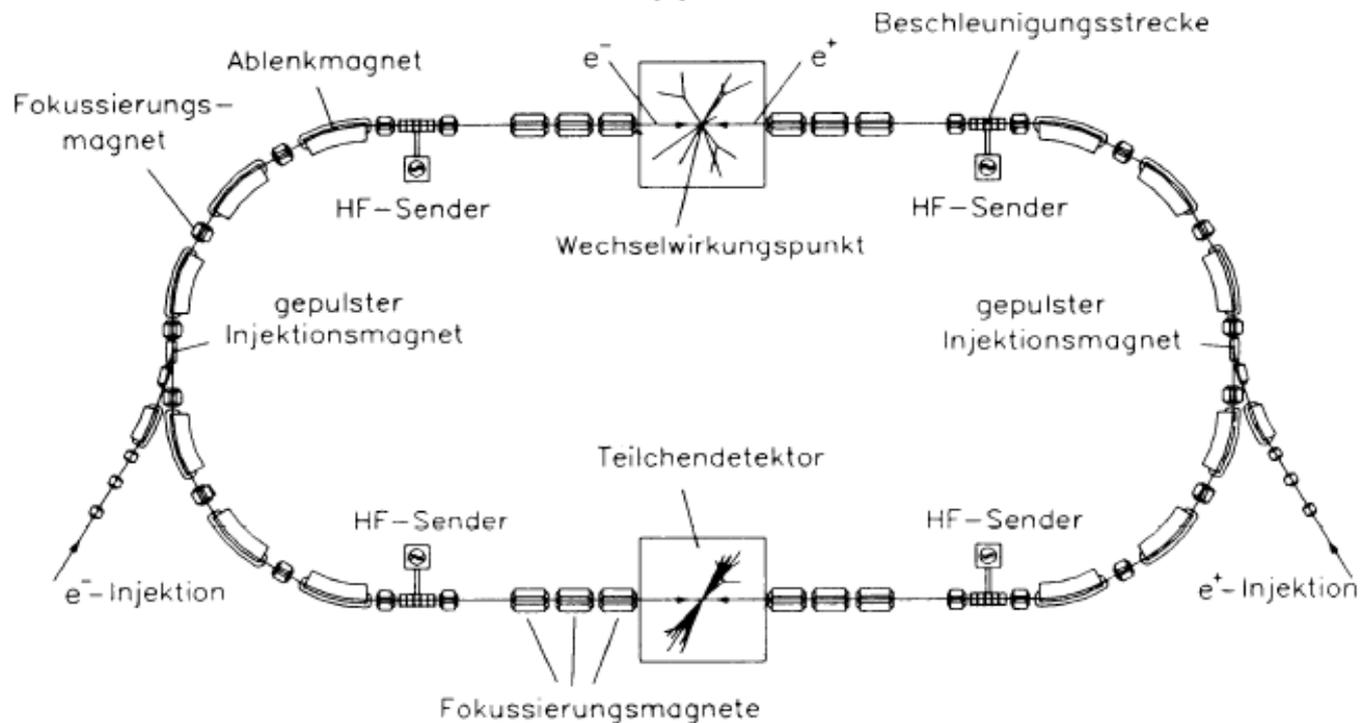
CERN's Chain of Accelerators



7 TeV protons => 5.4 T for r=4.3 km

Collider

- Teilchen werden in einem Ring gespeichert (falls gleiche Ladung, 2 Ringe, für entgegengesetzte Ladung können die Teilchen im selben Ring umlaufen)
- Entlang der Ringe: Stellen, an denen sich die Strahlen kreuzen, und die Teilchen kollidieren können
- Beispiele: e^+e^- Collider: LEP II am CERN, 90 GeV + 90 GeV
- $p\bar{p}$ Collider: Tevatron FNAL, 0.9 TeV + 0.9 TeV; pp Collider LHC CERN: 7 TeV + 7 TeV

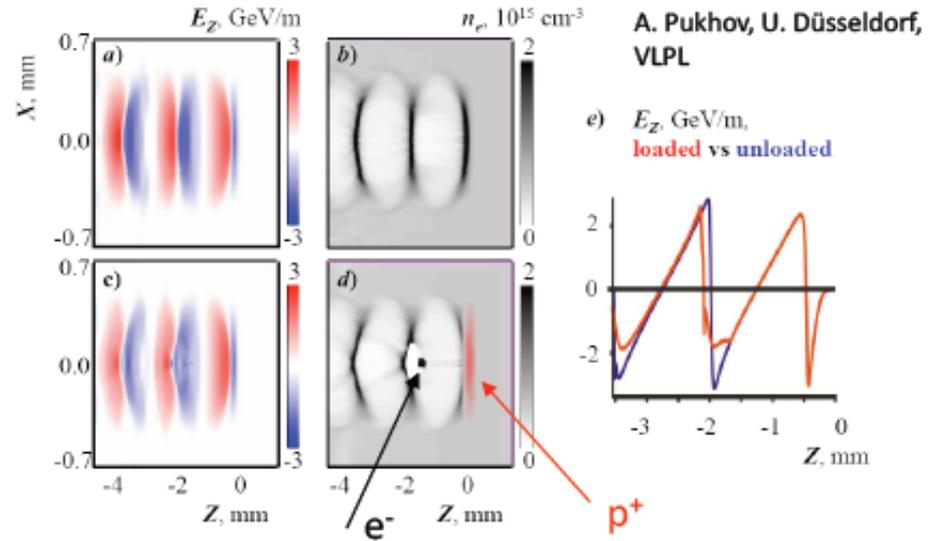
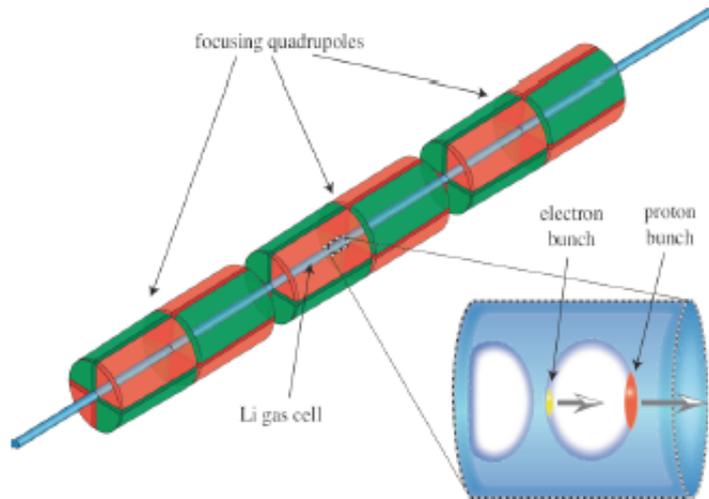


CERN bei Genf



Year	Accelerator	Beam energy
1921	“Kaskadengenerator” (Greinacher)	
1924–1928	Concept and first prototype of linear accelerator (Ising / Wideröe)	
1932	First nuclear reaction induced by cascade particle accelerator, $p^7\text{Li} \rightarrow 2\alpha$ (Cockroft / Walton)	400 keV protons
1930	First Van de Graaff accelerator	1.5 MV
1930–1932	First cyclotron (concept: Lawrence)	1.5 MeV
	Upgraded cyclotrons (Synchrocyclotron)	300 – 700 MeV
1953	First synchrotron at Brookhaven lab—Cosmotron (concept: Oliphant / Veksler / McMillan)	3 GeV
1958	Proton Synchrotron (CERN)	28 GeV
1983	Tevatron (Fermilab)	1000 GeV
1990	HERA (DESY): first and only electron-proton collider	
2008	Large Hadron Collider (CERN)	up to 7000 GeV

Proton-driven plasma wakefield acceleration (PDPWA)



Drive beam: p^+

$E=1$ TeV, $N_p=10^{11}$
 $\sigma_z=100$ μm , $\sigma_r=0.43$ mm
 $\sigma_\theta=0.03$ mrad, $\Delta E/E=10\%$

Witness beam: e^-

$E_0=10$ GeV, $N_e=1.5 \times 10^{10}$

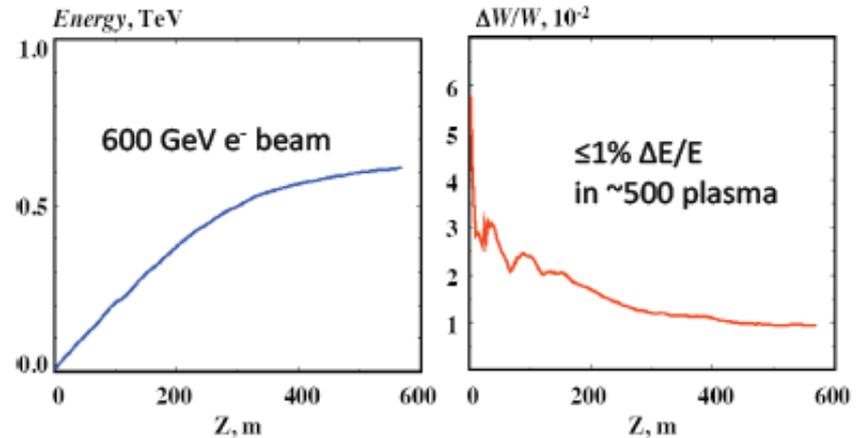
Plasma: Li^+

$n_p=6 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$

External magnetic field:

Field gradient: 1000 T/m

Magnet length: 0.7 m



A. Caldwell, K. Lotov, A. Pukhov, F. Simon, Nature Physics 5, 363 (2009).